



- Câu 1.** Tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2-2x+1} = 2^{16-4x}$  là  
**A.**  $S = \{3\}$ .      **B.**  $S = \{3; 5\}$ .      **C.**  $S = \{3; -5\}$ .      **D.**  $S = \{-5; 5\}$ .
- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$  có một vectơ chỉ phương là  
**A.**  $\vec{u} = (-2; 3; -1)$ .      **B.**  $\vec{u} = (1; 1; 1)$ .      **C.**  $\vec{u} = (2; 1; -1)$ .      **D.**  $\vec{u} = (2; 3; 1)$ .
- Câu 3.** Cho cấp số nhân với  $u_1 = 2; u_2 = 6$ . Giá trị của công bội  $q$  bằng  
**A.** 3.      **B.**  $\pm 3$ .      **C.** -3.      **D.**  $\pm \frac{1}{3}$ .
- Câu 4.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x^{2019} dx$  bằng  
**A.**  $\frac{1}{2020}$ .      **B.** 0.      **C.**  $\frac{1}{2019}$ .      **D.** 1.
- Câu 5.** Khối trụ có diện tích đáy bằng  $4(cm^2)$ , chiều cao bằng  $2(cm)$  có thể tích bằng:  
**A.**  $8(cm^2)$ .      **B.**  $8(cm^3)$ .      **C.**  $\frac{8}{3}(cm^3)$ .      **D.**  $4(cm^3)$ .
- Câu 6.** Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức  $2 - 3i$  và  $2 + 3i$  làm nghiệm?  
**A.**  $z^2 + 4z + 3 = 0$ .      **B.**  $z^2 + 4z + 13 = 0$ .      **C.**  $z^2 - 4z + 13 = 0$ .      **D.**  $z^2 - 4z + 3 = 0$ .
- Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 - 2x$  và đường thẳng  $(d): y = x$  bằng  
**A.**  $\frac{17}{6}$ .      **B.**  $\frac{11}{2}$ .      **C.**  $\frac{9}{2}$ .      **D.**  $\frac{23}{6}$ .
- Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2a\sqrt{3}$ , góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  
**A.**  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ .      **B.**  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .      **C.**  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      **D.**  $a^3\sqrt{3}$ .
- Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
$y$	-1	$-\infty$	$+\infty$ 0	1

- Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là  
**A.** 3.      **B.** 0.      **C.** 2.      **D.** 1.



**Câu 16.** Một vật chuyển động theo quy luật  $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 12t^2$ ,  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động,  $s$  (mét) là quãng đường vật chuyển động trong  $t$  giây. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t = 10$  giây là

- A. 80 (m/s).      B. 90 (m/s).      C. 100 (m/s).      D. 70 (m/s).

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 7 = 0$ . Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu  $(S)$  lần lượt là

- A.  $I(-2; -3; 4); R = 36$ .    B.  $I(-2; -3; 4); R = 6$ .    C.  $I(2; 3; -4); R = 36$ .    D.  $I(2; 3; -4); R = 6$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính cosin của góc giữa một mặt bên và mặt đáy.

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 19.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1}$  có tập nghiệm  $S = (a; b)$ . Giá trị của  $b - a$  bằng.

- A. 3.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

**Câu 20.** Cho số phức  $z = a + bi, a, b \in R$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)z + 1 - i = 2 + 2i$ . Giá trị của  $a.b$  bằng.

- A. -2.      B. 2.      C. -1.      D. 1.

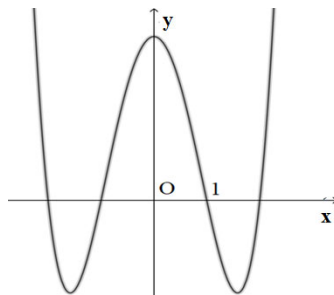
**Câu 21.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Thể tích tứ diện  $SGCD$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{36}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{36}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{18}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + (2 - m)x + m + 2$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$  là  $\left[-\infty; \frac{b}{a}\right]$  với  $\frac{b}{a}$  là phân số tối giản. Khi đó  $T = 2a + b$  bằng

- A. 19.      B. 14.      C. 13.      D. 17.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**



- A.  $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$ .    B.  $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ .    C.  $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ .    D.  $f'\left(-\frac{1}{2}\right) < 0$ .

**Câu 24.** Biết  $\int x.(2x+1)^{100} dx = \frac{(2x+1)^{102}}{a} - \frac{(2x+1)^{101}}{b} + C, a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của hiệu  $a - b$  bằng

- A. 4.      B. 2.      C. 1.      D. 0.

**Câu 25.** Tập hợp các số thực  $m$  để phương trình  $\ln(3x - mx + 1) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$  có nghiệm là nửa

khoảng  $[a;b)$ . Tổng  $a+b$  bằng

- A.  $\frac{10}{3}$ .                      B. 4.                      C.  $\frac{22}{3}$ .                      D. 7.

Cho hàm số  $y = f(x)$  với  $f(0) = f(1) = 1$ . Biết rằng:  $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$ ,

**Câu 26.**

$a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị biểu thức  $a^{2019} + b^{2019}$  bằng

- A.  $2^{2018} + 1$ .                      B. 2.                      C. 0.                      D.  $2^{2018} - 1$ .

**Câu 27.** Có bao nhiêu giá trị dương của số thực  $a$  sao cho phương trình  $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$  có nghiệm phức  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = \sqrt{3}$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 4.

**Câu 28.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$  có  $CD = 2AB = 2AD = 4$ . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang  $ABCD$  khi quay xung quanh đường thẳng  $BC$  bằng

- A.  $\frac{28\sqrt{2}}{3}\pi$ .                      B.  $\frac{20\sqrt{2}}{3}\pi$ .                      C.  $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi$ .                      D.  $\frac{10\sqrt{2}}{3}\pi$ .

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Tam giác  $SBC$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Số đo của góc giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $75^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

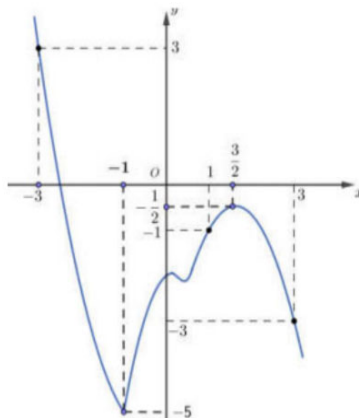
**Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1, d_2$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, d_2: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{-2}, (\alpha): x + y - z - 2 = 0$$

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ , cắt cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là

- A.  $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+3}{1}$ .                      B.  $\frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-3}{-1}$ .  
C.  $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{-1}$ .                      D.  $\frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình:  $f\left(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}\right) + 1 + m^2 = 0$  có nghiệm là



A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(10;1;1)$ ,  $B(10;4;1)$ ,  $C(10;1;5)$ . Gọi  $(S_1)$  là mặt cầu có tâm  $A$ , bán kính bằng 1;  $(S_2)$  là mặt cầu có tâm  $B$ , bán kính bằng 2 và  $(S_3)$  là mặt cầu có tâm  $C$ , bán kính bằng 4. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với ba mặt cầu  $(S_1), (S_2), (S_3)$ ?

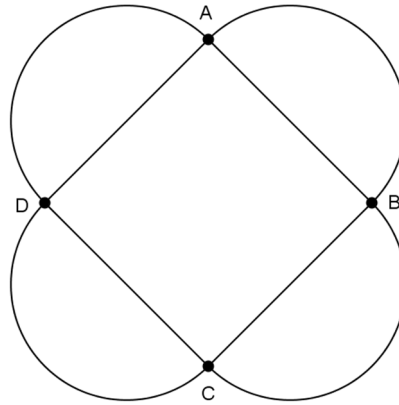
A. 4.

B. 7.

C. 2.

D. 3.

**Câu 33.** Trong mặt phẳng cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $2\sqrt{2}$ , phía ngoài hình vuông vẽ thêm bốn đường tròn nhận các cạnh của hình vuông làm đường kính (hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình trên khi quay quanh đường thẳng  $AC$  bằng



A.  $\frac{32\pi}{3} + 4\pi^2$ .

B.  $\frac{16\pi}{3} + 2\pi^2$ .

C.  $\frac{8\pi}{3} + \pi^2$ .

D.  $\frac{64\pi}{3} + 8\pi^2$ .

**Câu 34.** Trong mặt phẳng cho hai tia  $Ox$  và  $Oy$  vuông góc với nhau tại  $O$ . Trên tia  $Ox$  lấy 10 điểm  $A_1, A_2, \dots, A_{10}$  và trên tia  $Oy$  lấy 10 điểm  $B_1, B_2, \dots, B_{10}$  thoả mãn  $OA_1 = A_1A_2 = \dots = OB_1 = B_1B_2 = \dots = B_9B_{10} = 1$  (đvđ). Chọn ra ngẫu nhiên một tam giác có đỉnh nằm trong 20 điểm  $A_1, A_2, \dots, A_{10}, B_1, B_2, \dots, B_{10}$ . Xác suất để tam giác chọn được có đường tròn ngoại tiếp, tiếp xúc với một trong hai trục  $Ox$  hoặc  $Oy$  là

A.  $\frac{1}{228}$ .

B.  $\frac{2}{225}$ .

C.  $\frac{1}{225}$ .

D.  $\frac{1}{114}$ .

**Câu 35.** Trong các số phức  $z$  thoả mãn  $|z^2 + 1| = 2|z|$  gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Giá trị của biểu thức  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  bằng

A. 6.

B.  $2\sqrt{2}$ .

C.  $4\sqrt{2}$ .

D. 2.

**Câu 36.** Tổng các giá trị nguyên dương của  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình  $\sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x}$  có chứa đúng hai số nguyên là

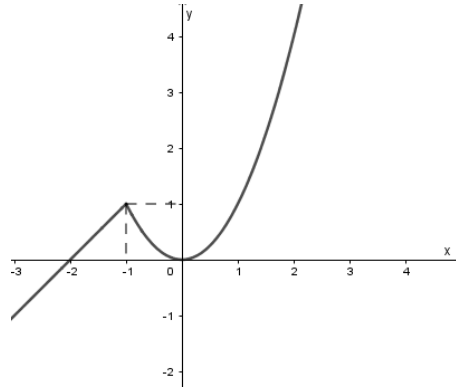
A. 5.

B. 29.

C. 18.

D. 63.

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần parabol có đỉnh là gốc tọa độ  $O$  như hình vẽ. Giá trị của  $\int_{-3}^3 f(x) dx$  bằng



- A.  $\frac{26}{3}$ .                      B.  $\frac{38}{3}$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{28}{3}$ .

**Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc khoảng  $(-2019; 2019)$  để hàm số

$$y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m+5 \text{ đạt cực đại tại } x=0?$$

- A. 101.                      B. 2016.                      C. 100.                      D. 10.

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3^2$ , mặt phẳng  $(P): x - y + z + 3 = 0$  và điểm  $N(1; 0; -4)$  thuộc  $(P)$ . Một đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $N$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  cắt  $(S)$  tại hai điểm  $A, B$  thỏa mãn  $AB = 4$ . Gọi  $\vec{u} = (1; b; c)$  với  $c > 0$  là một vectơ chỉ phương của  $\Delta$ , tổng  $b+c$  bằng

- A. 1.                      B. 3.                      C. -1.                      D. 45.

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Tam giác  $ASO$  cân tại  $S$ , mặt phẳng  $(SAD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  bằng

- A.  $\frac{3a}{4}$ .                      B.  $\frac{3a}{2}$ .                      C.  $\frac{6a}{7}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

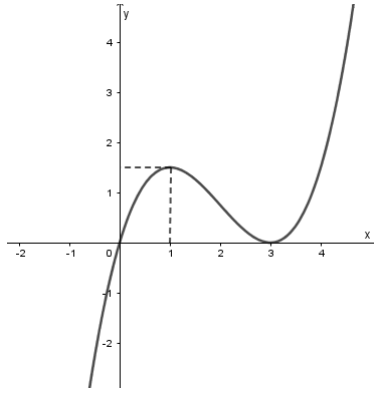
**Câu 41.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng 2. Trên đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = x$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $C$  lên  $AB, MB$ . Đường thẳng qua  $E, F$  cắt  $d$  tại  $N$ . Xác định  $x$  để thể tích khối tứ diện  $BCMN$  nhỏ nhất.

- A.  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = \sqrt{2}$ .

**Câu 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -3; 4)$ , mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 12 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua  $M$ , nằm trong  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo dây cung dài nhất?

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - 9t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = 5 + t \end{cases}$

**Câu 43.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-100;100]$  để hàm số

$h(x) = |f^2(x+2) + 4f(x+2) + 3m|$  có đúng 3 cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

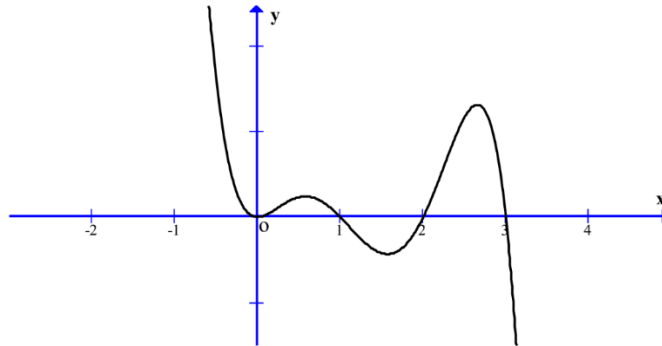
- A. 5047.                      B. 5049.                      C. 5050.                      D. 5043.

**Câu 44.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1;2]$  và thỏa mãn  $\int_1^2 (x-2)^2 f(x) dx = -\frac{1}{21}$ ,

$f(1) = 0$ ,  $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7}$ . Tính  $\int_1^2 xf(x) dx$ .

- A.  $-\frac{19}{60}$ .                      B.  $\frac{7}{120}$ .                      C.  $-\frac{1}{5}$ .                      D.  $\frac{13}{30}$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới



Xét hàm số  $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}) + 2019$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số  $y = g(x)$  có giá trị nhỏ nhất là  $f(2 - \sqrt{3}) + 2019$ .  
 B. Hàm số  $y = g(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .  
 C. Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .  
 D. Đồ thị hàm số  $y = g(x)$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z - 1 = 0$  và hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ ,

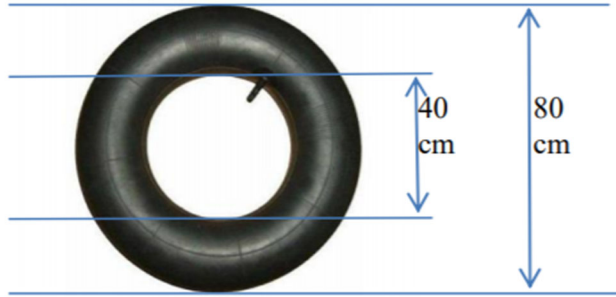
$\Delta_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ . Biết rằng có hai đường thẳng  $d_1, d_2$  nằm trong  $(P)$ , cắt  $\Delta_2$  và cách  $\Delta_1$  một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ . Gọi  $\vec{u}_1 = (a; b; 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (1; c; d)$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $d_1, d_2$ . Tính  $S = a + b + c + d$ .

- A.  $S = 0$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = 4$ .                      D.  $S = 1$ .

**Câu 47.** Cho  $x, y > 0$  thoả mãn:  $5^{x+4y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-4y} + y(x-4)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y$

- A. 3.                      B.  $5 + 2\sqrt{5}$ .                      C.  $3 - 2\sqrt{5}$ .                      D.  $1 + \sqrt{5}$ .

**Câu 48.** Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau.



Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng

- A.  $3000\pi(cm^3)$ .                      B.  $6000\pi(cm^3)$ .                      C.  $6000\pi^2(cm^3)$ .                      D.  $3000\pi^2(cm^3)$ .

**Câu 49.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2019; 2019]$  để bất phương trình  $(1 - m^3)x^3 + 3(2 - m^3)x^2 + (13 - m - 3m^3)x + 10 - m - m^3 \geq 0$  đúng với mọi  $x \in [1; 3]$ . Số phần tử của  $S$  là

- A. 4038.                      B. 2021.                      C. 2022.                      D. 2020.

**Câu 50.** Ông A đến tiệm điện máy để mua tivi với giá niêm yết 17.000.000 đồng, ông trả trước 30% số tiền. Số tiền còn lại ông trả góp trong 6 tháng, lãi suất 2,5% / tháng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày mua, ông bắt đầu trả góp; hai lần liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả góp ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng tiệm điện máy chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Nếu mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 2.160.000 đồng.                      B. 1.983.000 đồng.                      C. 883.000 đồng.                      D. 1.060.000 đồng.

----- HẾT -----



## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Tam giác  $ASO$  cân tại  $S$ , mặt phẳng  $(SAD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  bằng

**A.**  $\frac{3a}{4}$ .

**B.**  $\frac{3a}{2}$ .

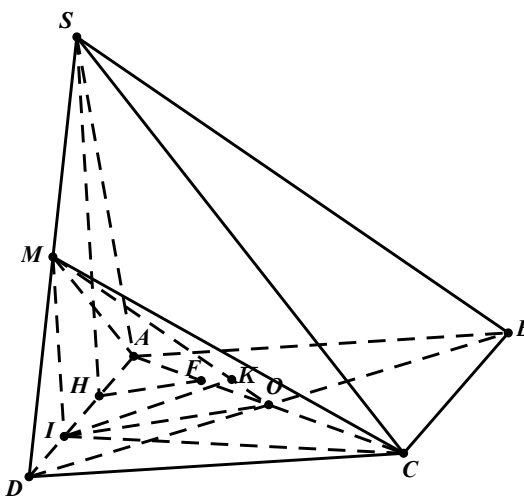
**C.**  $\frac{6a}{7}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Kẻ  $SH \perp AD$ ,  $H \in AD$  thì  $SH \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$ ,  $I$ ,  $F$  lần lượt là trung điểm đoạn thẳng  $SD$ ,  $DH$ ,  $AO$ .



$H$  là hình chiếu của  $S$  trên  $(ABCD)$  nên  $DH$  là hình chiếu của  $SD$  trên  $(ABCD)$ . Suy ra  $(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, HD}) = \widehat{SDH} \Rightarrow \widehat{SDH} = 60^\circ$ .

Vì tam giác  $SAO$  cân tại  $S$  và  $F$  là trung điểm  $AO$  nên  $SF \perp AO$ .

Vì  $AC \perp SF$  và  $AC \perp SH$  nên  $AC \perp HF$ .

Xét tam giác  $ADC$  vuông tại  $D$  ta có  $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2a$ .

Xét hai tam giác  $AFH$  và  $ADC$  đồng dạng ta có  $\frac{AH}{AC} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AH = \frac{AF \cdot AC}{AD} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ .

Suy ra  $DH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ .

Suy ra  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AI$ . Từ đó  $IO \parallel HF$  nên  $IO \perp AC$ .

Kẻ  $IK \perp MO$  thì  $d(I, (MAC)) = IK$ .

Xét tam giác  $AIO$  vuông tại  $O$  ta có  $IO = \sqrt{AI^2 - AO^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ .

Xét tam giác  $SDH$  vuông tại  $H$  ta có  $SH = DH \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \tan 60^\circ = 2a$ .

$MI$  là đường trung bình của tam giác  $SHD$  nên  $MI = \frac{SH}{2} = a$ .

Xét tam giác  $MIO$  vuông tại  $I$  ta có:  $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IM^2} + \frac{1}{IO^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow IK = \frac{a}{2}$ .

$$d(I, (MAC)) = IK = \frac{a}{2}.$$

Vì  $SB \parallel MO$  nên  $SB \parallel (MAC)$ . Suy ra  $d(SB, AC) = d(SB, (MAC)) = d(B, (MAC))$

$$= d(D, (MAC)) = \frac{3}{2} d(I, (MAC)) = \frac{3}{2} IK = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(SB, AC) = \frac{3a}{4}.$$

**Câu 41:** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng 2. Trên đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = x$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $C$  lên  $AB, MB$ . Đường thẳng qua  $E, F$  cắt  $d$  tại  $N$ . Xác định  $x$  để thể tích khối tứ diện  $BCM N$  nhỏ nhất.

**A.**  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

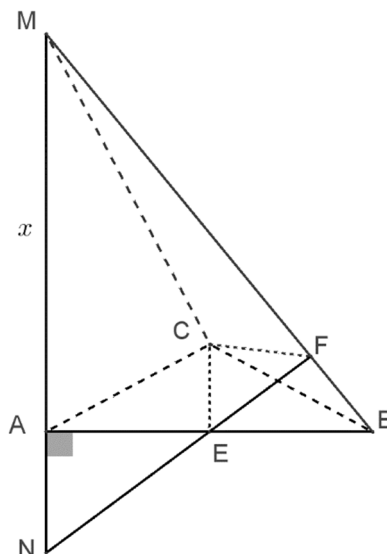
**B.**  $x = 1$ .

**C.**  $x = 2$ .

**D.**  $x = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Trong  $\Delta ABC$  đều có  $CE \perp AB$ . Suy ra  $E$  là trung điểm  $AB$ . Suy ra  $AE = BE = 1$ .

Ta có  $CE \perp AB$  và  $CE \perp MA$  do  $d \perp (ABC)$ . Suy ra  $CE \perp (ABM)$ . Suy ra  $CE \perp MB$ .

Có  $MB \perp CF$ . Suy ra  $MB \perp (CEF)$ . Suy ra  $MB \perp EF$ .

Ta có  $\widehat{ANE} = 90^\circ - \widehat{AEN} = 90^\circ - \widehat{FEB} = \widehat{FBE} = \widehat{ABM}$ .

Xét hai tam giác  $AEN$  và  $AMB$  có  $\widehat{MAB} = \widehat{NAE} = 90^\circ$  và  $\widehat{ANE} = \widehat{ABM}$ .

Suy ra  $\Delta AEN \sim \Delta AMB$ . Suy ra  $\frac{AN}{AB} = \frac{AE}{AM} \Rightarrow AN = \frac{AE \cdot AB}{AM} = \frac{1 \cdot 2}{x} = \frac{2}{x}$ .

Suy ra  $MN = AM + AN = x + \frac{2}{x}$ .

Tứ diện  $BCM N$  có  $CE \perp (BMN)$ , trong  $\Delta BMN$  có  $BA \perp MN$ . Suy ra thể tích tứ diện  $BCM N$  là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot CE \cdot \frac{1}{2} \cdot BAMN.$$

Vì độ dài  $CE$  và  $BA$  là không đổi nên thể tích khối tứ diện  $BCM N$  nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài  $MN$  nhỏ nhất.

Ta có  $MN = x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} = 2\sqrt{2}$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ .

Vậy  $x = \sqrt{2}$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 42:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -3; 4)$ , mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 12 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua  $M$ , nằm trong  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo dây cung dài nhất?

**A.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - 9t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = 5 + t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $d(I, (P)) = 2\sqrt{6} < R = 5$  nên  $(P)$  cắt  $(S)$  theo một đường tròn  $(C)$  có tâm là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên  $(P)$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua  $I$  vuông góc với  $(P)$  có ptt là:  $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 2 - 2t' \\ z = 3 + t' \end{cases}$

Suy ra  $d \cap (P) = K(3; -2; 5)$ . Do vậy tâm của  $(C)$  là  $K(3; -2; 5)$ .

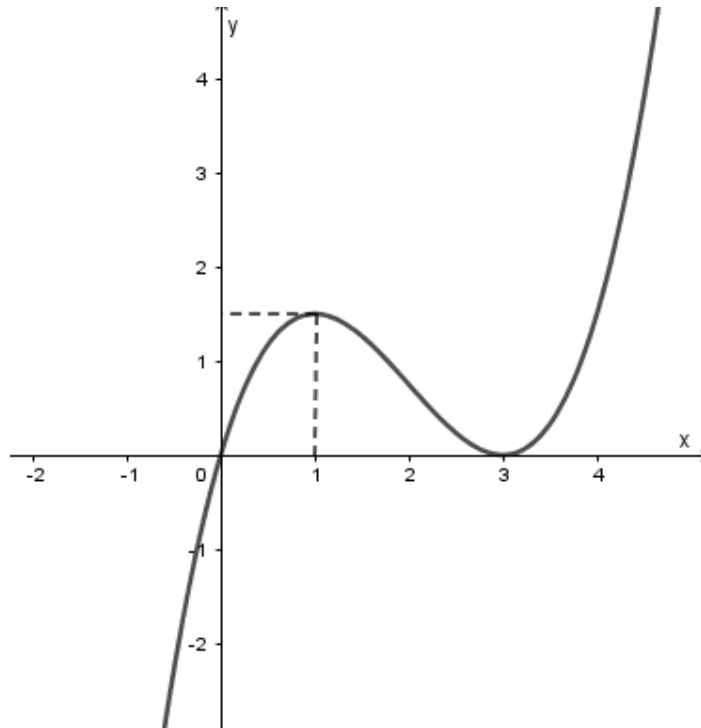
Gọi đường thẳng  $\Delta$  là đường thẳng cần tìm.

Vì đường thẳng  $\Delta$  đi nằm trong  $(P)$  và cắt  $(S)$  theo dây cung dài nhất nên  $\Delta$  cắt  $(C)$  theo dây cung dài nhất. Suy ra  $\Delta$  đi qua tâm của  $(C)$  hay đường thẳng  $\Delta$  là đường thẳng  $MK$ .

Ta có  $\overline{MK} = (1; 1; 1)$ .

Đường thẳng  $MK$  đi qua  $K$  có vtcp là  $\overline{MK} = (1; 1; 1)$  có ptts là 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

**Câu 43:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-100; 100]$  để hàm số

$h(x) = |f^2(x+2) + 4f(x+2) + 3m|$  có đúng 3 cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

**A.** 5047.

**B.** 5049.

**C.** 5050.

**D.** 5043.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , ta có, bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  như sau

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{3}{2}$	0	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta có:

$$f'(x) < 0 \text{ khi } 1 < x < 3;$$

$$f'(x) > 0 \text{ khi } x < 1 \text{ hoặc } x > 3.$$

$$\text{Đặt: } g(x) = f^2(x+2) + 4f(x+2) + 3m.$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x+2)f(x+2) + 4f'(x+2) = 2f'(x+2)(f(x+2) + 2)$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x+2) = 0 & (1) \\ f(x+2) = -2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow f'(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$(2) \Leftrightarrow f(x+2) = -2 \Rightarrow x = \alpha (\alpha < -2).$$

Ta có, bảng xét dấu của  $g'(x)$  như sau

$x$	$-\infty$	$\alpha$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x+2)$	+	+	0	-	0	+	
$f(x+2) + \alpha$	-	0	+	+		+	
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Ta có, bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x)$  như sau

$x$	$-\infty$	$\alpha$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-	+
$g(x)$	$+\infty$	$3m - 4$	$\frac{33}{4} + 3m$	$3m$	$+\infty$	

Dựa vào BBT của hàm số  $y = g(x)$ , suy ra hàm số  $h(x) = |f^2(x+2) + 4f(x+2) + 3m|$  có đúng 3 cực trị thì

$$3m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}.$$

Mà  $m$  thuộc đoạn  $[-100; 100]$ , suy ra  $m \in S = \{2; 3; 4; \dots, 100\}$ .

Vậy,  $2 + 3 + 4 + \dots + 100 = 5049$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  và thỏa mãn  $\int_1^2 (x-2)^2 f(x) dx = -\frac{1}{21}$ ,  $f(1) = 0$

,  $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7}$ . Tính  $\int_1^2 xf(x) dx$ .

**A.**  $\frac{-19}{60}$ .

**B.**  $\frac{7}{120}$ .

**C.**  $\frac{-1}{5}$ .

**D.**  $\frac{13}{30}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$\int_1^2 (x-2)^2 f(x) dx = -\frac{1}{21}.$$

Đặt:  $u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx$ ;  $dv = (x-2)^2 dx \Rightarrow v = \frac{(x-2)^3}{3}$ .

$$\int_1^2 (x-2)^2 f(x) dx = \left( \frac{(x-2)^3}{3} f(x) \right) \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{(x-2)^3}{3} f'(x) dx$$

$$= -\int_1^2 \frac{(x-2)^3}{3} f'(x) dx.$$

$$\Rightarrow \int_1^2 (x-2)^3 f'(x) dx = \frac{1}{7}.$$

Do đó,  $\int_1^2 (x-2)^3 f'(x) dx = \int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7}$

Mà  $\int_1^2 (x-2)^6 dx = \left( \frac{(x-2)^7}{7} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{7}$ .

Vậy,  $\int_1^2 \left( (x-2)^6 - 2(x-2)^3 f'(x) + [f'(x)]^2 \right) dx = \frac{1}{7} - \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = 0$

$$\Rightarrow \int_1^2 \left( (x-2)^3 - f'(x) \right)^2 dx = 0 \Rightarrow (x-2)^3 - f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-2)^4}{4} + C.$$

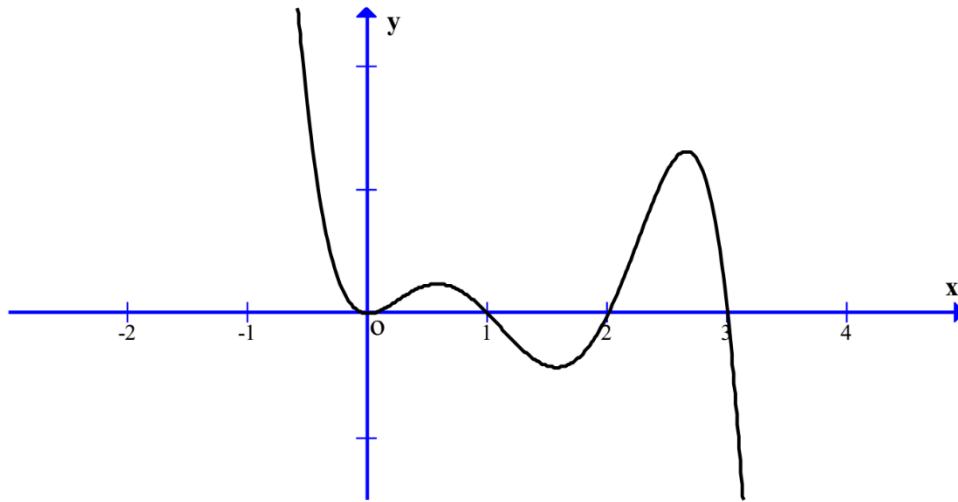
Mà  $f(1) = 0 \Rightarrow C = \frac{-1}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{(x-2)^4}{4} - \frac{1}{4}$ .

$$\int_1^2 xf(x) dx = \frac{1}{4} \int_1^2 (x(x-2)^4 - x) dx = \frac{1}{4} \int_1^2 ((x-2)^5 + 2(x-2)^4 - x) dx$$

$$= \frac{1}{4} \left( \frac{(x-2)^6}{6} + \frac{2(x-2)^5}{5} - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{4} \left( -2 - \frac{1}{6} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) = -\frac{19}{60}.$$

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên dưới



Xét hàm số  $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}) + 2019$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số  $y = g(x)$  có giá trị nhỏ nhất là  $f(2 - \sqrt{3}) + 2019$ .
- B.** Hàm số  $y = g(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .
- C.** Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .
- D.** Đồ thị hàm số  $y = g(x)$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $t = \sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ . Ta có:  $t' = (x+1) \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \right)$ .

Ta có:  $\sqrt{x^2 + 2x + 5} > \sqrt{x^2 + 2x + 4} > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$  suy ra

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} < \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} < 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra:  $t' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 + 2x + 4}} = 0$ .

+)  $t(-1) = 2 - \sqrt{3}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'$	$+$	$0$	$-$
$t$	$0$	$2-\sqrt{3}$	$0$

Từ bảng biến thiên ta được  $0 < t \leq 2 - \sqrt{3} < 1$  do đó từ đồ thị hàm số suy ra  $f'(t) > 0$  hay  $f'(\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}) > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Ta có:  $g'(x) = (x+1) \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \right) f'(\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4})$ .

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(\sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}) + 2019]$   
 $= \lim_{t \rightarrow 0} [f(t) + 2019] = f(0) + 2019$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	$0$	$-$
$g(x)$	$f(0) + 2019$	$f(2 - \sqrt{3}) + 2019$	$f(0) + 2019$

Từ bảng biến thiên suy ra:

- +) Hàm số  $y = g(x)$  có giá trị lớn nhất là  $f(2 - \sqrt{3}) + 2019$ .
- +) Hàm số  $y = g(x)$  đạt cực đại tại  $x = -1$ .
- +) Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .
- +) Đồ thị hàm số  $y = g(x)$  cắt trục hoành nhiều nhất tại hai điểm.

**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z - 1 = 0$  và hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ ,

$\Delta_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ . Biết rằng có hai đường thẳng  $d_1, d_2$  nằm trong  $(P)$ , cắt  $\Delta_2$  và cách  $\Delta_1$  một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Gọi  $\vec{u}_1 = (a; b; 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (1; c; d)$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $d_1, d_2$ . Tính  $S = a + b + c + d$ .

**A.**  $S = 0$ .

**B.**  $S = 2$ .

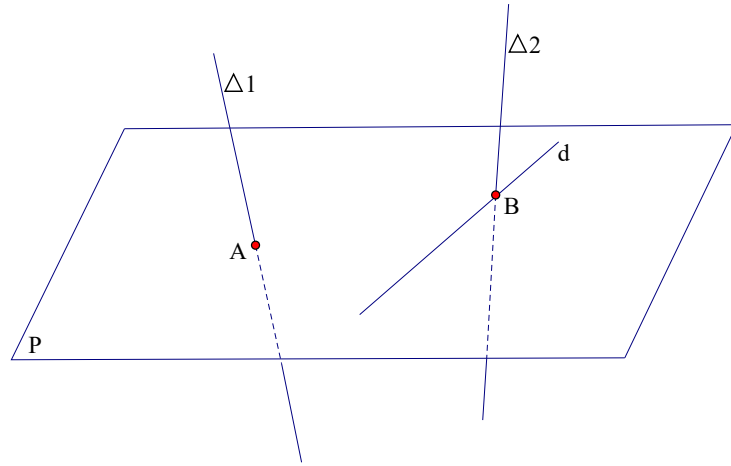
**C.**  $S = 4$ .

**D.**  $S = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**





Đường thẳng  $\Delta_1$  đi qua điểm  $A(1;0;0)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{v}_1 = (-1; -1; 1)$ .

Đường thẳng  $\Delta_2$  đi qua điểm  $B(0;0;-1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{v}_2 = (1; 1; 3)$ .

Nhận thấy  $A, B \in (P)$ .

Đường thẳng  $d$  nằm trong  $(P)$ , cắt  $\Delta_2$  và cách  $\Delta_1$  một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ , giả sử  $d$  có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (m; n; p)$ , ( $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ ). Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .

Vì  $d$  nằm trong  $(P)$  nên  $\vec{u} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow m + n - p = 0 \Rightarrow p = m + n$ .

Khi đó  $d$  đi qua  $B$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (m; n; p)$ .

Ta có:  $[\vec{v}_1, \vec{u}] = (-n - p; m + p; m - n)$ ;  $\overline{AB} = (-1; 0; -1)$ .

$$\text{Khoảng cách giữa } d \text{ và } \Delta_1 \text{ là: } d(d; \Delta_1) = \frac{|[\vec{v}_1, \vec{u}] \cdot \overline{AB}|}{|[\vec{v}_1, \vec{u}]|} = \frac{|n + p + n - m|}{\sqrt{(-n - p)^2 + (m + p)^2 + (m - n)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + mn = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -n \end{cases}$$

Với  $m = 0$  ta chọn  $n = 1 \Rightarrow p = 1$  suy ra một vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u}_1 = (0; 1; 1)$ .

Với  $m = -n$  ta chọn  $n = -1 \Rightarrow p = 0$  suy ra một vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$ . Vậy  $a = 0; b = 1; c = -1; d = 0$  suy ra  $S = a + b + c + d = 0$ .

**Câu 47:** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn:  $5^{x+4y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-4y} + y(x-4)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x + y$$

**A.** 3.

**B.**  $5 + 2\sqrt{5}$ .

**C.**  $3 - 2\sqrt{5}$ .

**D.**  $1 + \sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo giả thiết

$$5^{x+4y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-4y} + y(x-4) \Leftrightarrow 5^{x+4y} - \frac{1}{3^{x+4y}} + x + 4y = 5^{xy-1} - \frac{1}{3^{xy-1}} + xy$$

$$\Leftrightarrow f(x+4y) = f(xy-1) \Leftrightarrow x+4y = xy-1 \Leftrightarrow 1+x+4y = xy \quad (1)$$

Trong đó:  $f(t) = 5^t - \frac{1}{3^t} + t$  là hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$

Từ (1) ta có:

$$xy = 1 + x + 4y \geq 1 + 4\sqrt{xy} \Rightarrow xy - 4\sqrt{xy} + 4 \geq 5 \Rightarrow (\sqrt{xy} - 2)^2 \geq 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{xy} \geq 2 + \sqrt{5} \\ \sqrt{xy} \leq 2 - \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{xy} \geq 2 + \sqrt{5} \text{ (do } x, y > 0) \Rightarrow P = x + y \geq 2\sqrt{xy} \geq 4 + 2\sqrt{5} \quad (2)$$

Mặt khác,  $P = x + y \Rightarrow y = P - x$ , thay vào (1) ta có:

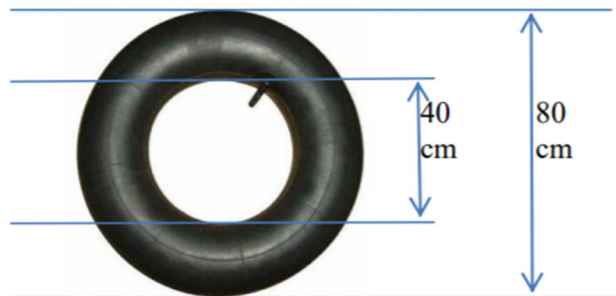
$$1 + x + 4(P - x) = x(P - x) \Leftrightarrow x^2 - (3 + P)x + 1 + 4P = 0 \quad (*)$$

Phương trình (\*) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$(3 + P)^2 - 4(1 + 4P) \geq 0 \Leftrightarrow P^2 - 10P + 5 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P \geq 5 + 2\sqrt{5} \\ P \leq 5 - 2\sqrt{5} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Kết hợp (2), (3)} \Rightarrow P \geq 5 + 2\sqrt{5}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} x + y = 5 + 2\sqrt{5} \\ x = \frac{3 + P}{2} = 4 + \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{5} \\ y = 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

**Câu 48:** Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau.



Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng

**A.**  $3000\pi(\text{cm}^3)$ .

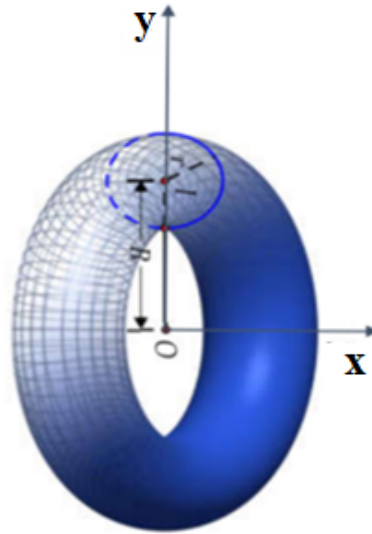
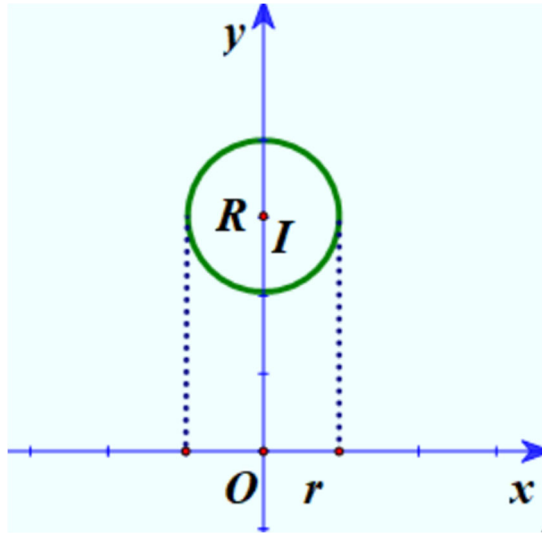
**B.**  $6000\pi(\text{cm}^3)$ .

**C.**  $6000\pi^2(\text{cm}^3)$ .

**D.**  $3000\pi^2(\text{cm}^3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Chọn hệ trục  $Oxy$ . Lấy điểm  $I$  có tọa độ là  $I(0; R)$ .

Khi đó cái phao được tạo thành khi ta quay đường tròn  $(I; r)$  một vòng quanh trục  $Ox$ , trong đó

$$r = \frac{80-40}{4} = 10(\text{cm}), \quad R = IO = \frac{40}{2} + 10 = 30(\text{cm}).$$

Phương trình đường tròn đó là:  $x^2 + (y - R)^2 = r^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = R + \sqrt{r^2 - x^2} \\ y = R - \sqrt{r^2 - x^2} \end{cases}$

Thể tích của cái phao là:  $V = \pi \int_{-r}^r \left[ (R + \sqrt{r^2 - x^2})^2 - (R - \sqrt{r^2 - x^2})^2 \right] dx = 4\pi R \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$

Đặt  $x = r \sin t, t \in \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dx = r \cos t dt$ .

Đổi cận

$x$	$-r$	$r$
$t$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} V &= 4\pi R \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx = 4\pi R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{r^2 - (r \sin t)^2} r \cos t dt = 4\pi R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |r \cos t| r \cos t dt \\ &= 4\pi R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (r \cos t)^2 dt = 4\pi R r^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = 2\pi R r^2 \left( t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi^2 R r^2. \end{aligned}$$

Vậy thể tích cái phao là  $V = 2\pi^2 R r^2 = 2\pi^2 \cdot 30 \cdot 10^2 = 6000\pi^2 (\text{cm}^3)$ .

**Câu 49:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2019; 2019]$  để bất phương trình  $(1 - m^3)x^3 + 3(2 - m^3)x^2 + (13 - m - 3m^3)x + 10 - m - m^3 \geq 0$  đúng với mọi  $x \in [1; 3]$ . Số phần tử của  $S$  là

A. 4038.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2020.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } (1 - m^3)x^3 + 3(2 - m^3)x^2 + (13 - m - 3m^3)x + 10 - m - m^3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^3 + x + 2 \geq (mx + m)^3 + (mx + m) \quad (*).$$

Xét hàm số  $f(t) = t^3 + t$ ;  $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ , suy ra  $f(t)$  đồng biến.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x + 2 \geq mx + m, \forall x \in [1; 3] \Leftrightarrow m \leq \frac{x + 2}{x + 1}, \forall x \in [1; 3].$$

Xét  $g(x) = \frac{x + 2}{x + 1}$ , có  $g'(x) = \frac{-1}{(x + 1)^2} < 0, \forall x \in [1; 3]$ , suy ra  $g(x)$  nghịch biến trên  $[1; 3]$ .

$$\Rightarrow m \leq g(x), \forall x \in [1; 3] \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 3]} g(x) = g(1) = \frac{3}{2}.$$

Do  $m \in [-2019; 2019]$  và  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; \dots; 0; 1\}$ , có 2021 giá trị.

**Câu 50:** Ông A đến tiệm điện máy để mua ti vi với giá niêm yết 17.000.000 đồng, ông trả trước 30% số tiền. Số tiền còn lại ông trả góp trong 6 tháng, lãi suất 2,5% / tháng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày mua, ông bắt đầu trả góp; hai lần liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả góp ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng tiệm điện máy chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Nếu mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2.160.000 đồng.    B. 1.983.000 đồng.    C. 883.000 đồng.    D. 1.060.000 đồng.

Lời giải

**Chọn D**

Ông A trả trước 30% số tiền nên số tiền ông A nợ phải trả góp 70% là  $17.000.000 \times 0,7 = 11.900.000$  đồng.

Công thức trả góp  $T = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ , trong đó  $T$  là số tiền phải trả cố định hàng tháng bao gồm cả tiền

lãi vay và tiền gốc,  $A$  là số tiền vay,  $r$  là lãi suất,  $n$  là số tháng phải trả ngân hàng.

Khi đó mỗi tháng ông A phải trả số tiền là  $T = \frac{11.900.000 \times 2,5\%(1 + 2,5\%)^6}{(1 + 2,5\%)^6 - 1} \approx 2.160.000$  đồng.

Vậy nếu mua theo hình thức trả góp thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết là  $6T - 11.900.000 = 6 \times 2.160.000 - 11.900.000 = 1.060.000$  đồng.