

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 06 trang, 50 câu)

ĐỀ GÓC: LỄ

Họ, tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**Câu 1.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 + 3i$  có tọa độ là

- A. (2;3).                      B. (2;-3).                      C. (3;2).                      D. (3;-2).

**Câu 2.** Đạo hàm của hàm số  $y = 7^x$  là

- A.  $y' = 7^x \ln 7$ .                      B.  $y' = x7^{x-1}$ .                      C.  $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$ .                      D.  $y' = 7^x$ .

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 x$  là

- A.  $D = (0; +\infty)$ .                      B.  $D = [0; +\infty)$ .                      C.  $D = (-\infty; 0)$ .                      D.  $D = (-\infty; 0]$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \leq 27$  là

- A.  $(-\infty; 3]$ .                      B.  $[3; +\infty)$ .                      C.  $(3; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 9]$ .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và công sai  $d = -3$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A. -1.                      B. -5.                      C. -6.                      D. 5.

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ , với  $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$  là các vectơ đơn vị. Khi đó tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.  $\vec{a} = (2; -3; -1)$ .                      B.  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ .                      C.  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ .                      D.  $\vec{a} = (2; 3; -1)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là

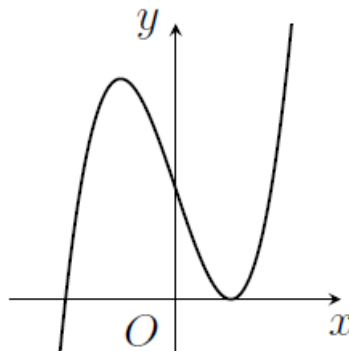
$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	+			
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-2$	↗	$1$	↘	$-2$	↗	$+\infty$

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 8.** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 4$  và  $\int_0^1 g(x)dx = -2$  thì  $I = \int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$  bằng

- A. 2.                      B. 6.                      C. -6.                      D. -2.

**Câu 9.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = x^3 - 3x + 2$ .                      B.  $y = x^4 - x^2 + 2$ .                      C.  $y = -x^3 - 3x + 2$ .                      D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-1; 2; -3)$ , bán kính  $R = 2$ . Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .      B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .      D.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; 3)$  lên mặt phẳng  $Oxy$  có tọa độ

- A.  $(1; 2; 0)$ .      B.  $(1; 0; 3)$ .      C.  $(0; 2; 3)$ .      D.  $(0; 0; 3)$ .

**Câu 12.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 2i$ ;  $z_2 = -2 + 3i$ . Phần ảo của số phức  $z = z_1 \cdot z_2$  bằng

- A. 7.      B. 4.      C.  $7i$ .      D.  $-7$ .

**Câu 13.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh 2; 3; 4 bằng

- A. 24.      B. 8.      C. 12.      D. 4.

**Câu 14.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = 2$ ;  $BC = 3$ ;  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 5$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 10.      B. 30.      C. 6.      D. 2.

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu?

- A.  $M(1; -2; 1)$ .      B.  $N(-1; 2; 3)$ .      C.  $P(-1; 2; -3)$ .      D.  $Q(1; -2; -1)$ .

**Câu 16.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ , môđun của số phức  $z$  bằng

- A. 5.      B. 3.      C. 4.      D. 7.

**Câu 17.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , chiều cao  $h$  và độ dài đường sinh  $l$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $l^2 = r^2 + h^2$ .      B.  $r^2 = h^2 + l^2$ .      C.  $h^2 = r^2 + l^2$ .      D.  $h = l$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$ . Một vectơ chỉ phương của  $d$  là

- A.  $\vec{v} = (2; 1; -2)$ .      B.  $\vec{v} = (-1; 2; 1)$ .      C.  $\vec{v} = (2; 1; 2)$ .      D.  $\vec{v} = (1; -2; -1)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$		↗ 3 ↘		↗ $+\infty$	
					-2	

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = 3$ .      C.  $x = 4$ .      D.  $x = -2$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$ . Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(2; 2)$ .      C.  $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ .      D.  $(2; -2)$ .

**Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-2) \leq 2$  là

- A.  $(2; 6)$ .      B.  $(-\infty; 6)$ .      C.  $(-\infty; 6]$ .      D.  $[2; 4]$ .

**Câu 22.** Cho một nhóm học sinh có 10 bạn. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn để đi tình nguyện?

- A. 120.                      B. 720.                      C. 6.                      D. 30.

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$ ?

- A.  $F(x) = x^2 + 3x$ .                      B.  $F(x) = 2$ .                      C.  $F(x) = x^2 + 3$ .                      D.  $F(x) = 2x^2 + 3$ .

**Câu 24.** Nếu  $\int_0^3 f(x)dx = 2$  thì  $\int_0^3 [f(x) + 1]dx$  bằng

- A. 5.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 25.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = x^3 + 3x + 2$ .                      B.  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .                      C.  $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2$ .                      D.  $y = -x^3 - x + 2$ .

**Câu 26.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$ .

- A.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = -\cos 2x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = -\sin 2x + C$ .

**Câu 27.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x}$  trên đoạn  $[1; 2]$ .

- A.  $\max_{[1;2]} y = 3$ .                      B.  $\max_{[1;2]} y = 2$ .                      C.  $\max_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\max_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$ .

**Câu 28.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(3a^4)$  bằng

- A.  $1 + 4\log_3 a$ .                      B.  $3 + \log_3 a$ .                      C.  $4\log_3 a$ .                      D.  $3 + 4\log_3 a$ .

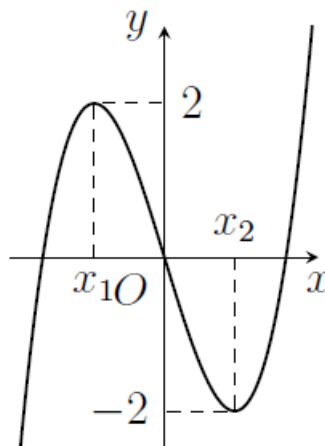
**Câu 29.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 + 2x$  và đường thẳng  $d: y = 2x + 1$  bằng

- A.  $S = \frac{4}{3}$ .                      B.  $S = \frac{4\pi}{3}$ .                      C.  $S = \frac{16}{15}$ .                      D.  $S = \frac{16\pi}{15}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = 4$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A. 4.                      B.  $2\sqrt{2}$ .                      C.  $4\sqrt{2}$ .                      D.  $8\sqrt{2}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình  $|f(x)| = 1$  có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 6.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 3.

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-2)^2(x-1)^3(2x+3)(x+1)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Điểm cực đại của hàm số là

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 33.** Một hộp bút bi gồm 6 bút màu đỏ, 7 bút màu đen và 8 bút màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 bút từ hộp đó, xác suất để trong 4 bút lấy ra, có đúng 1 bút màu đỏ bằng

- A.  $\frac{26}{57}$ .                      B.  $\frac{104}{285}$ .                      C.  $\frac{9}{19}$ .                      D.  $\frac{7}{19}$ .

**Câu 34.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$  bằng

- A. 1.                      B. 4.                      C. 3.                      D. -4.

**Câu 35.** Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+3i| = |z+1-2i|$  là một đường thẳng. Phương trình tổng quát của đường thẳng đó là

- A.  $x-5y-2=0$ .                      B.  $x+y+3=0$ .                      C.  $x+y-2=0$ .                      D.  $x-5y-6=0$ .

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; -1; -1)$  và  $N(5; 5; 1)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $MN$  có phương trình là

- A.  $2x+3y+z-12=0$ .                      B.  $2x+3y+z+12=0$ .  
C.  $3x+2y-12=0$ .                      D.  $3x+2y-24=0$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$  song song với mặt phẳng  $(P): x+2y+2z+3=0$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. 1.                      D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có chiều cao  $SA = a$ , đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Tính khoảng cách từ trung điểm  $M$  của cạnh  $SB$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $a\sqrt{2}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu số tự nhiên  $x \in [1; 2023]$  thỏa mãn  $3^{\log_4 x + \frac{1}{2}} + 3^{\log_4 x - \frac{1}{2}} \geq \sqrt{x}$ .

- A. 2023.                      B. 2022.                      C. 2021.                      D. 2020.

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ ,  $f(0) = 2022$ ,  $f(1) = 2023$ . Giá trị của  $f(2) - f(-1)$  bằng

- A. 1.                      B. 0.                      C. -1.                      D.  $\ln 4$ .

**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x)-m}$  có đúng ba đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$			
$f'(x)$	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

**Câu 42.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-2+3i|=2|z+1|$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Giá trị của  $M+m$  bằng

A.  $4\sqrt{2}$ .

B.  $\sqrt{5}$ .

C.  $2\sqrt{2}$ .

D.  $2\sqrt{5}$ .

**Câu 43.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $B'C'$ . Biết rằng góc giữa đường thẳng  $MN$  và đường thẳng  $AA'$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

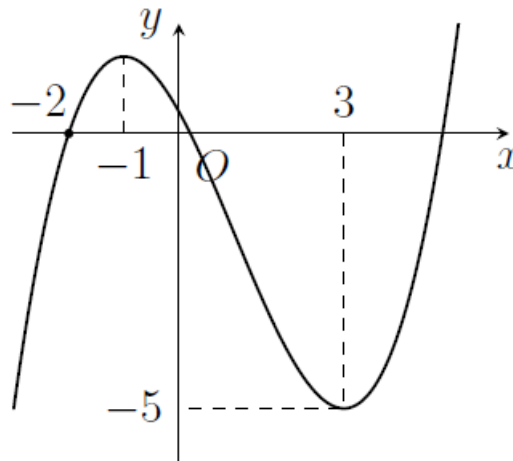
A.  $4a^3\sqrt{6}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

C.  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba  $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y=f'(x)$  và  $g(x)=f''(x)+bx-c$  bằng



A.  $\frac{25}{2}$ .

B.  $\frac{145}{2}$ .

C.  $\frac{125}{2}$ .

D.  $\frac{29}{2}$ .

**Câu 45.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0$ , ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm  $A, B, C, D$  biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $d': \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$  là

đường thẳng đi qua  $M(3;2;1)$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $d'$ . Khi đó tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và mặt phẳng  $(Oyz)$  là

A.  $(0;11;1)$ .

B.  $(0;2;1)$ .

C.  $(0;-11;1)$ .

D.  $(0;-2;1)$ .

**Câu 47.** Cho các số thực dương  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4+3^{2x^2-y+2} = (4+9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$ . Khi biểu thức

$P = \frac{x+y+10}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng  $x+y$  bằng

A. 8.

B. 9.

C.  $1+9\sqrt{2}$ .

D.  $1+8\sqrt{2}$ .

**Câu 48.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $AB, CD$  lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng 10. Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng

A.  $15\pi$ .

B.  $30\pi$ .

C.  $45\pi$ .

D.  $60\pi$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$  và điểm  $P(2; 4; 5)$  nằm bên trong mặt cầu. Qua  $P$  dựng 3 dây cung  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  của mặt cầu  $(S)$  đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ . Gọi  $PQ$  là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng  $Q$  luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

- A.  $\sqrt{57}$ .                      B.  $\sqrt{61}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{219}}{6}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{219}}{2}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$ , có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 7.

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU MỨC ĐỘ VD

**Câu 1.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 + 3i$  có tọa độ là

- A.**  $(2;3)$ .                      **B.**  $(2;-3)$ .                      **C.**  $(3;2)$ .                      **D.**  $(3;-2)$ .

**Câu 2.** Đạo hàm của hàm số  $y = 7^x$  là

- A.**  $y' = 7^x \ln 7$ .                      **B.**  $y' = x7^{x-1}$ .                      **C.**  $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$ .                      **D.**  $y' = 7^x$ .

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 x$  là

- A.**  $D = (0; +\infty)$ .                      **B.**  $D = [0; +\infty)$ .                      **C.**  $D = (-\infty; 0)$ .                      **D.**  $D = (-\infty; 0]$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \leq 27$  là

- A.**  $(-\infty; 3]$ .                      **B.**  $[3; +\infty)$ .                      **C.**  $(3; +\infty)$ .                      **D.**  $(-\infty; 9]$ .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và công sai  $d = -3$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A.**  $-1$ .                      **B.**  $-5$ .                      **C.**  $-6$ .                      **D.**  $5$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ , với  $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$  là các vectơ đơn vị. Khi đó tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.**  $\vec{a} = (2; -3; -1)$ .                      **B.**  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ .                      **C.**  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ .                      **D.**  $\vec{a} = (2; 3; -1)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\swarrow$	$-2$	$\nearrow$	$1$	$\searrow$	$-2$	$\nearrow$	$+\infty$

- A.**  $4$ .                      **B.**  $3$ .                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $0$ .

**Câu 8.** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 4$  và  $\int_0^1 g(x)dx = -2$  thì  $I = \int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$  bằng

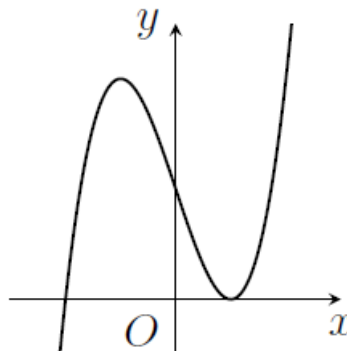
- A.**  $2$ .                      **B.**  $6$ .                      **C.**  $-6$ .                      **D.**  $-2$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 4 + (-2) = 2.$$

**Câu 9.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A.**  $y = x^3 - 3x + 2$ .                      **B.**  $y = x^4 - x^2 + 2$ .                      **C.**  $y = -x^3 - 3x + 2$ .                      **D.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-1; 2; -3)$ , bán kính  $R = 2$ . Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .      **B.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .  
**C.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .      **D.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; 3)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ

- A.**  $(1; 2; 0)$ .      **B.**  $(1; 0; 3)$ .      **C.**  $(0; 2; 3)$ .      **D.**  $(0; 0; 3)$ .

**Câu 12.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 2i$ ;  $z_2 = -2 + 3i$ . Phần ảo của số phức  $z = z_1 \cdot z_2$  bằng

- A.** 7.      **B.** 4.      **C.**  $7i$ .      **D.**  $-7$ .

**Câu 13.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh 2; 3; 4 bằng

- A.** 24.      **B.** 8.      **C.** 12.      **D.** 4.

**Câu 14.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = 2$ ;  $BC = 3$ ;  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 5$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 10.      **B.** 30.      **C.** 6.      **D.** 2.

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu?

- A.**  $M(1; -2; 1)$ .      **B.**  $N(-1; 2; 3)$ .      **C.**  $P(-1; 2; -3)$ .      **D.**  $Q(1; -2; -1)$ .

**Câu 16.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ , môđun của số phức  $z$  bằng

- A.** 5.      **B.** 3.      **C.** 4.      **D.** 7.

**Câu 17.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , chiều cao  $h$  và độ dài đường sinh  $l$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.**  $l^2 = r^2 + h^2$ .      **B.**  $r^2 = h^2 + l^2$ .      **C.**  $h^2 = r^2 + l^2$ .      **D.**  $h = l$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$ . Một vectơ chỉ phương của  $d$  là

- A.**  $\vec{v} = (2; 1; -2)$ .      **B.**  $\vec{v} = (-1; 2; 1)$ .      **C.**  $\vec{v} = (2; 1; 2)$ .      **D.**  $\vec{v} = (1; -2; -1)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$		↗ 3 ↘		-2	↗ $+\infty$

- A.**  $x = 2$ .      **B.**  $x = 3$ .      **C.**  $x = 4$ .      **D.**  $x = -2$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$ . Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A.**  $(-2; 2)$ .      **B.**  $(2; 2)$ .      **C.**  $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ .      **D.**  $(2; -2)$ .

**Lời giải**



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -2$ , đường tiệm cận ngang  $y = 2$  nên tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận là  $I(-2; 2)$ .

**Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-2) \leq 2$  là

- A.**  $(2; 6]$ .                      **B.**  $(-\infty; 6)$ .                      **C.**  $(-\infty; 6]$ .                      **D.**  $[2; 4]$ .

**Lời giải**

Bất phương trình tương đương với  
 $0 < x - 2 \leq 4 \Leftrightarrow 2 < x \leq 6$ .

**Câu 22.** Cho một nhóm học sinh có 10 bạn. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn để đi tình nguyện?

- A.** 120.                      **B.** 720.                      **C.** 6.                      **D.** 30.

**Lời giải**

Số cách chọn 3 bạn trong nhóm 10 bạn là  $C_{10}^3 = 120$ .

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$ ?

- A.**  $F(x) = x^2 + 3x$ .                      **B.**  $F(x) = 2$ .                      **C.**  $F(x) = x^2 + 3$ .                      **D.**  $F(x) = 2x^2 + 3$ .

**Câu 24.** Nếu  $\int_0^3 f(x)dx = 2$  thì  $\int_0^3 [f(x) + 1]dx$  bằng

- A.** 5.                      **B.** 3.                      **C.** 2.                      **D.** 1.

**Câu 25.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.**  $y = x^3 + 3x + 2$ .                      **B.**  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .                      **C.**  $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2$ .                      **D.**  $y = -x^3 - x + 2$ .

**Câu 26.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$ .

- A.**  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$ .                      **B.**  $\int f(x)dx = -\cos 2x + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$ .                      **D.**  $\int f(x)dx = -\sin 2x + C$ .

**Câu 27.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x}$  trên đoạn  $[1; 2]$ .

- A.**  $\max_{[1;2]} y = 3$ .                      **B.**  $\max_{[1;2]} y = 2$ .                      **C.**  $\max_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\max_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$ .

**Câu 28.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(3a^4)$  bằng

- A.**  $1 + 4\log_3 a$ .                      **B.**  $3 + \log_3 a$ .                      **C.**  $4\log_3 a$ .                      **D.**  $3 + 4\log_3 a$ .

**Câu 29.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 + 2x$  và đường thẳng  $d: y = 2x + 1$  bằng

- A.**  $S = \frac{4}{3}$ .                      **B.**  $S = \frac{4\pi}{3}$ .                      **C.**  $S = \frac{16}{15}$ .                      **D.**  $S = \frac{16\pi}{15}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = 4$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A.** 4.                      **B.**  $2\sqrt{2}$ .                      **C.**  $4\sqrt{2}$ .                      **D.**  $8\sqrt{2}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình  $|f(x)| = 1$  có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



**Lời giải**

Mặt phẳng trung trực của  $MN$  đi qua trung điểm  $I$  của  $MN$  và có vectơ pháp tuyến là  $\overline{MN}$ .

Ta có  $I(3;2;0)$  và  $\overline{MN} = (4;6;2)$  nên phương trình mặt phẳng trung trực của  $MN$  là

$$4(x-3) + 6(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 12 = 0.$$

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$  song song với mặt phẳng

$(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- A.** 2.                      **B.**  $\frac{2}{3}$ .                      **C.** 1.                      **D.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

Chọn điểm  $A(1; -1; 2)$ .

Vì  $\Delta$  song song với  $(P)$  nên

$$d(\Delta, (P)) = d(A, (P)) = \frac{|1 - 2 + 4 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 2.$$

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có chiều cao  $SA = a$ , đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Tính khoảng cách từ trung điểm  $M$  của cạnh  $SB$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .                      **B.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      **C.**  $a\sqrt{2}$ .                      **D.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

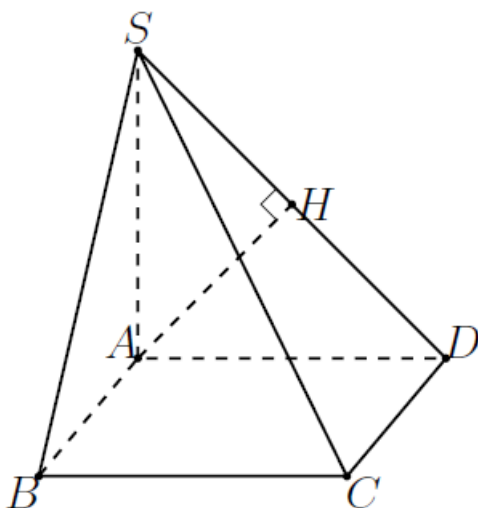
Vì  $M$  là trung điểm  $SB$  và  $AB \parallel CD$  nên ta có

$$d(M, (SCD)) = \frac{1}{2}d(B, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)).$$

Hạ  $AH \perp SD$  (1). Ta có

$$\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp CD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $AH \perp (SCD)$  hay  $d(A, (SCD)) = AH$ .



Tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ , có  $SA = a$ ,  $AD = a$  nên là tam giác vuông cân, do đó  $H$  là trung điểm của  $SD$  và  $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

**Câu 39.** Có bao nhiêu số tự nhiên  $x \in [1; 2023]$  thỏa mãn  $3^{\log_4 x + \frac{1}{2}} + 3^{\log_4 x - \frac{1}{2}} \geq \sqrt{x}$ .

- A.** 2023.                      **B.** 2022.                      **C.** 2021.                      **D.** 2020.



**Câu 42.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2 + 3i| = 2|z + 1|$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- A.**  $4\sqrt{2}$ .                      **B.**  $\sqrt{5}$ .                      **C.**  $2\sqrt{2}$ .                      **D.**  $2\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

Đặt  $z = x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ . Từ giả thiết ta có

$$|x + yi - 2 + 3i| = 2|x + yi + 1|$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4[(x + 1)^2 + y^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn tâm  $I(-2; 1)$ , bán kính  $R = 2\sqrt{2}$ .

Ta thấy  $OI = \sqrt{5} < R$  nên điểm  $O$  nằm bên trong đường tròn  $(C)$ .

Do đó

$$M = \max_{M \in (C)} |z| = \max_{M \in (C)} OM = R + OI$$

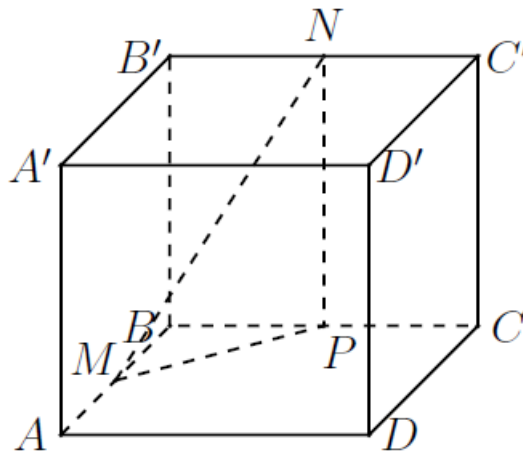
$$m = \min_{M \in (C)} |z| = \min_{M \in (C)} OM = R - OI$$

$$\text{Vậy } M + m = 2R = 4\sqrt{2}.$$

**Câu 43.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $B'C'$ . Biết rằng góc giữa đường thẳng  $MN$  và đường thẳng  $AA'$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.**  $4a^3\sqrt{6}$ .                      **B.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      **C.**  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      **D.**  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của  $BC$ , ta có  $NP \parallel AA'$ , do đó  $(MN, AA') = (MN, NP)$ .

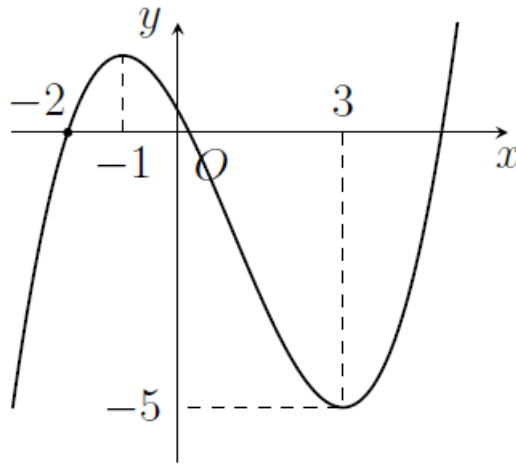
Vì tam giác  $MNP$  vuông ở  $P$ ,  $MP = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$  nên ta có

$$\widehat{MNP} = (MN, AA') = 30^\circ \Rightarrow NP = \frac{MP}{\cot 30^\circ} = a\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích khối hộp đã cho bằng

$$S_{ABCD} \cdot NP = (2a)^2 \cdot a\sqrt{6} = 4a^3\sqrt{6}.$$

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f'(x)$  và  $g(x) = f''(x) + bx - c$  bằng



**A.**  $\frac{25}{2}$ .

**B.**  $\frac{145}{2}$ .

**C.**  $\frac{125}{2}$ .

**D.**  $\frac{29}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(-2; 0)$ ,  $(3; -5)$  và hàm số đạt cực trị tại  $x = -1$  và  $x = 3$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ 27a + 9b + 3c + d = -5 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = -\frac{3}{5} \\ c = -\frac{9}{5} \\ d = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Khi đó  $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - \frac{3}{5}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{2}{5}$ ;  $f'(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{9}{5}$ ,  $f''(x) = \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}$  và  $g(x) = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f'(x)$  và  $g(x)$ :

$$\frac{3}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{9}{5} = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $f'(x)$  và  $g(x)$  bằng

$$\int_{-1}^4 \left| \frac{3}{5}x^2 - \frac{9}{5}x - \frac{12}{5} \right| dx = \frac{25}{2}.$$

**Câu 45.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^4 + 2(m+2)z^2 + 3m+2 = 0$ , ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm  $A, B, C, D$  biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** Vô số.

**Lời giải**

Đặt  $t = z^2$ , phương trình trở thành  $t^2 + 2(m+2)t + 3m+2 = 0$ . \hfill (1)

Ta có,  $\Delta' = (m+2)^2 - (3m+2) = m^2 + m + 2 > 0$ ,  $\forall m \in \mathbb{R}$ , do đó, phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt.

Nếu (1) có hai nghiệm thực dương hoặc hai nghiệm thực âm thì bốn điểm  $A, B, C, D$  thẳng hàng (cùng thuộc  $Ox$  hoặc cùng thuộc  $Oy$ ) nên không thỏa mãn bài toán.

Nếu (1) có hai nghiệm trái dấu  $t_1 < 0 < t_2$ , tức là  $3m+2 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$  thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là  $\pm\sqrt{t_2}$  và  $\pm i\sqrt{-t_1}$ .

Giả sử  $A(-\sqrt{t_2}; 0)$ ,  $B(0; \sqrt{-t_1})$ ,  $C(\sqrt{t_2}; 0)$  và  $D(0; -\sqrt{-t_1})$ . Khi đó, bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình thoi.

$$\text{Diện tích hình thoi } ABCD \text{ bằng } \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{t_2} \cdot 2\sqrt{-t_1} = 2\sqrt{-t_1 t_2}.$$

Từ giả thiết và theo định lý Vi ét, ta có

$$2\sqrt{-3m-2} = 4 \Leftrightarrow m = -2.$$

Đổi chiều điều kiện, ta có  $m = -2$  là giá trị cần tìm.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $d': \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$  là

đường thẳng đi qua  $M(3; 2; 1)$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $d'$ . Khi đó tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và mặt phẳng  $(Oyz)$  là

**A.**  $(0; 11; 1)$ .

**B.**  $(0; 2; 1)$ .

**C.**  $(0; -11; 1)$ .

**D.**  $(0; -2; 1)$ .

**Lời giải**

Gọi giao điểm của  $\Delta$  và  $d'$  là  $N(t; 1+2t; -1+t)$ .

Khi đó  $\overrightarrow{MN} = (t-3; 2t-1; t-2) \neq \vec{0}$ ,  $\forall t$  là vectơ chỉ phương của  $\Delta$  và  $\vec{u} = (3; 1; 1)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ .

Vì  $\Delta \perp d$  nên  $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0$ , tương đương với

$$3(t-3) + (2t-1) + (t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Khi đó  $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 0)$  nên phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\begin{cases} x=3-s \\ y=2+3s \\ z=1 \end{cases}$ .

Giao điểm của  $\Delta$  và  $(Oyz)$  là điểm có tọa độ  $(0; 11; 1)$ .

**Câu 47.** Cho các số thực dương  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4 + 3^{2x^2-y+2} = (4 + 9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$ . Khi biểu thức

$P = \frac{x+y+10}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng  $x+y$  bằng

**A.** 8.

**B.** 9.

**C.**  $1+9\sqrt{2}$ .

**D.**  $1+8\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $4 + 3^{2x^2-y+2} = (4 + 9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$

$$\Leftrightarrow 7^{2x^2-y} (4 + 9 \cdot 3^{2x^2-y}) = 49(4 + 9^{2x^2-y})$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 7^{2x^2-y} + 9 \cdot 21^{2x^2-y} - 49 \cdot 9^{2x^2-y} - 196 = 0. (*)$$

Đặt  $t = 2x^2 - y$ , ta được  $(*) \Leftrightarrow 4 \cdot 7^t + 9 \cdot 21^t - 49 \cdot 9^t - 196 = 0 \Leftrightarrow \frac{4+3^{t+2}}{7^{t+2}} = \frac{4+3^{2t}}{7^{2t}}$ .

Xét hàm số  $f(a) = \frac{4+3^a}{7^a} = 4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^a + \left(\frac{3}{7}\right)^a$  là hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Do đó  $(*) \Leftrightarrow f(t+2) = f(2t) \Leftrightarrow t+2 = 2t \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - y = 2$

Khi đó  $P = \frac{2x^2 + x + 8}{x} = 2x + \frac{8}{x} + 1 \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{8}{x}} + 1 = 9$ .

Vậy  $P_{\min} = 9$  khi  $x = 2$  và  $y = 6$ , hay  $x + y = 8$ .

**Câu 48.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $AB, CD$  lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng 10. Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng

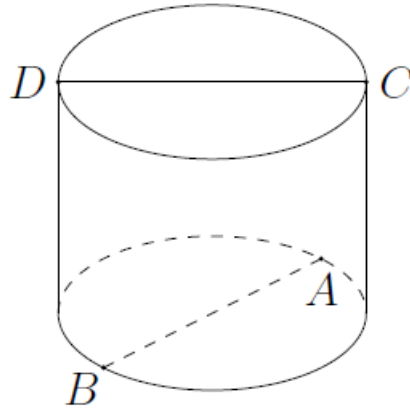
**A.**  $15\pi$ .

**B.**  $30\pi$ .

**C.**  $45\pi$ .

**D.**  $60\pi$ .

### Lời giải



Gọi  $r$  và  $h$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ ( $T$ ).

Thể tích tứ diện  $ABCD$  được tính theo công thức

$$V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(\angle AB, CD).$$

Ta có  $V = 10$ ,  $d(AB, CD) = h$  và  $(\angle AB, CD) = 90^\circ$ , do đó ta có

$$10 = \frac{1}{6} \cdot 2r \cdot 2r \cdot h \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow r^2 h = 15.$$

Vậy thể tích khối trụ ( $T$ ) bằng  $\pi r^2 h = 15\pi$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$  và điểm  $P(2; 4; 5)$  nằm bên trong mặt cầu. Qua  $P$  dựng 3 dây cung  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  của mặt cầu ( $S$ ) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ . Gọi  $PQ$  là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng  $Q$  luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

- A.**  $\sqrt{57}$ .                      **B.**  $\sqrt{61}$ .                      **C.**  $\frac{\sqrt{219}}{6}$ .                      **D.**  $\frac{\sqrt{219}}{2}$ .

### Lời giải

#### CÁCH 1:

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , ta có  $3R^2 = IA^2 + IB^2 + IC^2 = 3IG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ . (1)

Lại có  $9PG^2 = PQ^2 = PA^2 + PB^2 + PC^2 = 3PG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có  $3R^2 = 3IG^2 + 6PG^2 \Leftrightarrow IG^2 + 2PG^2 = R^2$ .

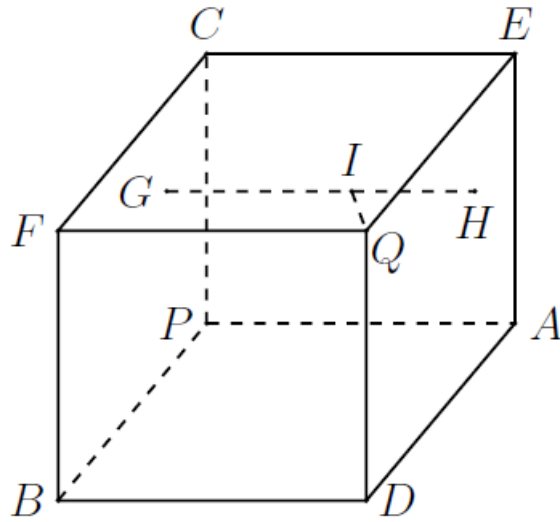
Vì  $\overrightarrow{GQ} + 2\overrightarrow{GP} = \vec{0}$  nên ta có

$$\begin{aligned} 3\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IQ} + 2\overrightarrow{IP} \\ \Rightarrow 9IG^2 &= IQ^2 + 4IP^2 + 4\overrightarrow{IQIP} \\ &= IQ^2 + 4IP^2 + 2(IQ^2 + IP^2 - PQ^2) \\ &= 3IQ^2 + 6IP^2 - 2PQ^2 \\ &= 3IQ^2 + 6IP^2 - 18PG^2 \\ \Rightarrow 9IG^2 + 18PG^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\ \Rightarrow 9R^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\ \Rightarrow IQ^2 &= 3R^2 - 2IP^2 = 57 \end{aligned}$$

Vậy điểm  $Q$  luôn di động trên mặt cầu cố định có tâm  $I$ , bán kính bằng  $\sqrt{57}$ .

#### CÁCH 2:





Giả sử ta dựng hình hộp chữ nhật  $PADB.CEQF$  thỏa mãn bài toán.

Gọi  $G, H$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên các mặt phẳng  $(PBFC)$  và  $(ADQE)$ .

Ta có

$$\begin{aligned} \overline{IQ} &= \overline{IA} + \overline{AQ} = \overline{IA} + \overline{PB} + \overline{PC} \\ \Rightarrow IQ^2 &= IA^2 + PB^2 + PC^2 + 2\overline{IA}(\overline{PB} + \overline{PC}) + 2\overline{PBPC} \\ &= R^2 + 2\overline{HA}(\overline{PB} + \overline{PC}) + PB^2 + PC^2 \\ &= R^2 + 2\overline{GP}(\overline{PB} + \overline{PC}) + PB^2 + PC^2 \\ &= R^2 + (\overline{GP} + \overline{PB})^2 + (\overline{GP} + \overline{PC})^2 - 2GP^2 \\ &= R^2 + GB^2 + GC^2 - 2GP^2 \\ &= R^2 + 2(R^2 - GI^2) - 2GP^2 \\ &= 3R^2 - 2(GI^2 + GP^2) \\ &= 3R^2 - 2IP^2 = 57 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow IQ = \sqrt{57}.$$

Vậy  $Q$  luôn nằm trên mặt cầu tâm  $I$ , bán kính bằng  $\sqrt{57}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$ , có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 7.

**Lời giải**

Đặt  $h(x) = 3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2$ .

Ta có  $h'(x) = -12x(x^2 - 1)[f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1]$ .

Mà  $-x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$  nên dựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$  ta suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) \geq 0$ .

Suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó dấu của  $h'(x)$  cùng dấu với  $u(x) = -60x(x^2 - 1)$ , tức là đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = -1; x = 0; x = 1$ .

Vậy hàm số  $h(x)$  luôn có 3 điểm cực trị.

Ta có  $h(0) = 3f(-2) = 0$  nên đồ thị hàm số  $y = h(x)$  tiếp xúc trục hoành tại  $O$  và cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Vậy  $y = g(x)$  có 5 điểm cực trị.

----- **HẾT** -----

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  
(Đề thi gồm 06 trang, 50 câu)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

**ĐỀ GÓC: CHẤM**

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

**Câu 1.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(2; -1)$  là điểm biểu diễn của số phức

- A.  $2 - i$ .                      B.  $-1 - 2i$ .                      C.  $-1 + 2i$ .                      D.  $2 + i$ .

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 x$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $[0; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R}$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 3.** Đạo hàm của hàm số  $y = x^{-3}$ , ( $x \neq 0$ ) là

- A.  $y' = -3x^{-4}$ .                      B.  $y' = -3x^{-2}$ .                      C.  $y' = -3x^2$ .                      D.  $y' = 3x^{-2}$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 8$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $[4; +\infty)$ .                      C.  $(4; +\infty)$ .                      D.  $[3; +\infty)$ .

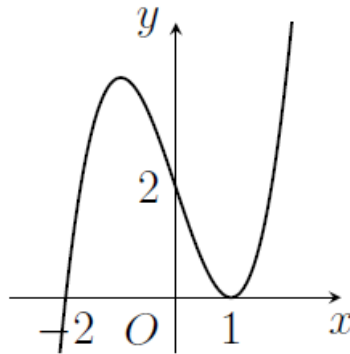
**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và  $u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 3.                      B. -3.                      C. 7.                      D. -7.

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

- A.  $(0; 0; 1)$ .                      B.  $(1; 1; 0)$ .                      C.  $(1; 0; 0)$ .                      D.  $(0; 1; 0)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

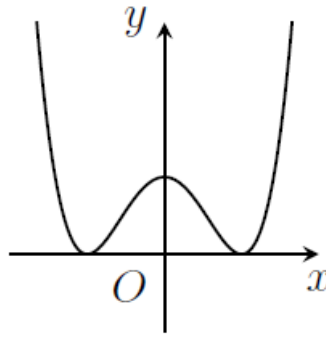


- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(0; -2)$ .                      D.  $(2; 0)$ .

**Câu 8.** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x)dx = 3$  thì  $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

- A. -1.                      B. 1.                      C. 5.                      D. -5.

**Câu 9.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .      C.  $y = x^2 - 2x + 1$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-1; 2; -3)$ .      B.  $(1; -2; 3)$ .      C.  $(2; -4; 6)$ .      D.  $(-2; 4; -6)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$  bằng

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 12.** Phần ảo của số phức  $z = 3 - 4i$  bằng

- A.  $-4$ .      B.  $4$ .      C.  $-4i$ .      D.  $3$ .

**Câu 13.** Khối lập phương có tất cả bao nhiêu mặt?

- A.  $6$ .      B.  $8$ .      C.  $4$ .      D.  $5$ .

**Câu 14.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $CC' = 4$ . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.  $24$ .      B.  $12$ .      C.  $6$ .      D.  $9$ .

**Câu 15.** Cho điểm  $M$  nằm bên trong mặt cầu  $S$  có tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $OM < R$ .      B.  $OM = R$ .      C.  $OM > R$ .      D.  $OM = 0$ .

**Câu 16.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 2 - 3i$  là

- A.  $\bar{z} = 2 + 3i$ .      B.  $\bar{z} = 2 - 3i$ .      C.  $\bar{z} = -2 + 3i$ .      D.  $\bar{z} = -2 - 3i$ .

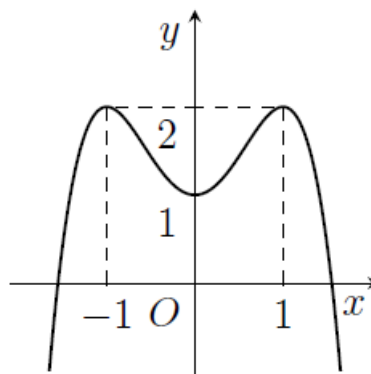
**Câu 17.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $3$  và chiều cao bằng  $4$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $24\pi$ .      B.  $36\pi$ .      C.  $12\pi$ .      D.  $30\pi$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc  $d$ ?

- A.  $Q(1; 3; -2)$ .      B.  $P(2; -1; 1)$ .      C.  $N(2; -1; 2)$ .      D.  $M(-2; 1; -2)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại



- A.  $x = 0$ .      B.  $x = \pm 1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = 1$ .

**Câu 20.** Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang?

- A.  $y = \frac{2x+1}{x-3}$ .      B.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      C.  $y = x^2 - 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{x-2}{3}$ .

**Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-2) < 0$  là

- A.  $(2;3)$ .      B.  $[2;3)$ .      C.  $(-\infty;3)$ .      D.  $(3;+\infty)$ .

**Câu 22.** Có bao nhiêu cách xếp 5 người vào một bàn dài có 5 ghế, mỗi người một ghế?

- A.  $5!$ .      B.  $10$ .      C.  $5^5$ .      D.  $5 \times 5$ .

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$ ?

- A.  $F(x) = \frac{1}{4}x^4$ .      B.  $F(x) = 3x^2$ .      C.  $F(x) = 3x^4$ .      D.  $F(x) = 4x^4$ .

**Câu 24.** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 5$  thì  $\int_0^2 [f(x)-3]dx$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $8$ .      C.  $2$ .      D.  $4$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$1$	$3$	$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$		$-4$	$0$
				$+\infty$

- A.  $(1;+\infty)$ .      B.  $(-4;0)$ .      C.  $(-4;+\infty)$ .      D.  $(0;+\infty)$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C$ .      B.  $\int f(x)dx = -2 \sin \frac{x}{2} + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = \sin \frac{x}{2} + C$ .      D.  $\int f(x)dx = -\sin \frac{x}{2} + C$ .

**Câu 27.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x}$  trên đoạn  $[1;2]$ .

- A.  $\min_{[1;2]} y = 3$ .      B.  $\min_{[1;2]} y = 2$ .      C.  $\min_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$ .      D.  $\min_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$ .

**Câu 28.** Với  $0 < a \neq 1$  và  $x > 0$ ,  $a^{\log_a x}$  bằng

- A.  $x$ .      B.  $\frac{x}{a}$ .      C.  $a^x$ .      D.  $ax$ .

**Câu 29.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = -x^2 + x + 6$  và  $y = 0$  bằng

- A.  $\frac{125}{6}$ .      B.  $\frac{95}{6}$ .      C.  $\frac{125\pi}{6}$ .      D.  $\frac{95\pi}{6}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = 4a$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.  $2a$ .      B.  $4a$ .      C.  $a\sqrt{2}$ .      D.  $2a\sqrt{2}$ .



**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của

$m$  sao cho đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x)-m}$  có đúng ba đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

A. 2.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

**Câu 42.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-3+i|=2|z-2i|$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Giá trị của  $M+m$  bằng

A.  $2\sqrt{10}$ .

B.  $2\sqrt{2}$ .

C.  $4\sqrt{2}$ .

D.  $\sqrt{10}$ .

**Câu 43.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $B'C'$ . Biết rằng góc giữa đường thẳng  $MN$  và đường thẳng  $AA'$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

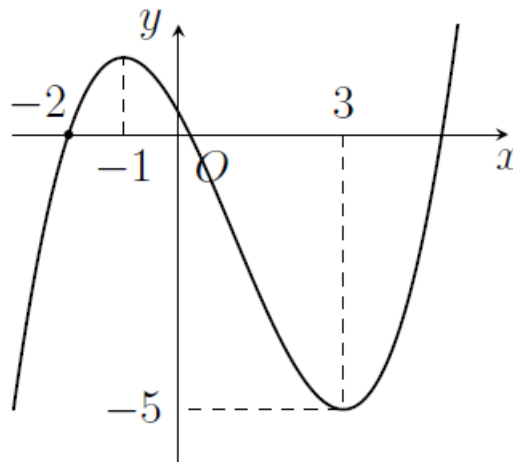
A.  $4a^3\sqrt{6}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

C.  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f'(x)$  và  $g(x) = f''(x) + bx - c$  bằng



A.  $\frac{25}{2}$ .

B.  $\frac{145}{2}$ .

C.  $\frac{125}{2}$ .

D.  $\frac{29}{2}$ .

**Câu 45.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^4 + 2(m+2)z^2 + 3m+2 = 0$ , ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm  $A, B, C, D$  biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $d': \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$  là

đường thẳng đi qua  $M(3;2;1)$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $d'$ . Khi đó tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và mặt phẳng  $Oyz$  là

A.  $(0;11;1)$ .

B.  $(0;2;1)$ .

C.  $(0;-11;1)$ .

D.  $(0;-2;1)$ .

**Câu 47.** Cho các số thực dương  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4+3^{2x^2-y+2} = (4+9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$ . Khi biểu thức

$P = \frac{x+y+10}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng  $x+y$  bằng

A. 8.

B. 9.

C.  $1+9\sqrt{2}$ .

D.  $1+8\sqrt{2}$ .

**Câu 48.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $AB, CD$  lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng 10. Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng

A.  $15\pi$ .

B.  $30\pi$ .

C.  $45\pi$ .

D.  $60\pi$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;2;3)$ , bán kính  $R=5$  và điểm  $P(2;4;5)$  nằm bên trong mặt cầu. Qua  $P$  dựng 3 dây cung  $AA', BB', CC'$  của mặt cầu  $(S)$  đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là  $PA, PB, PC$ . Gọi  $PQ$  là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng  $Q$  luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A.  $\sqrt{57}$ .

B.  $\sqrt{61}$ .

C.  $\frac{\sqrt{219}}{6}$ .

D.  $\frac{\sqrt{219}}{2}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$ , có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 7.

----- HẾT -----



## ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG

**Câu 1.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(2; -1)$  là điểm biểu diễn của số phức

- A.**  $2 - i$ .                      **B.**  $-1 - 2i$ .                      **C.**  $-1 + 2i$ .                      **D.**  $2 + i$ .

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 x$  là

- A.**  $(0; +\infty)$ .                      **B.**  $[0; +\infty)$ .                      **C.**  $\mathbb{R}$ .                      **D.**  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 3.** Đạo hàm của hàm số  $y = x^{-3}$ , ( $x \neq 0$ ) là

- A.**  $y' = -3x^{-4}$ .                      **B.**  $y' = -3x^{-2}$ .                      **C.**  $y' = -3x^2$ .                      **D.**  $y' = 3x^{-2}$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 8$  là

- A.**  $(3; +\infty)$ .                      **B.**  $[4; +\infty)$ .                      **C.**  $(4; +\infty)$ .                      **D.**  $[3; +\infty)$ .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và  $u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 3.                      **B.** -3.                      **C.** 7.                      **D.** -7.

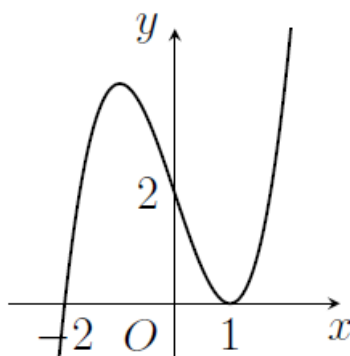
**Lời giải**

Ta có  $d = u_3 - u_2 = 3$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

- A.**  $(0; 0; 1)$ .                      **B.**  $(1; 1; 0)$ .                      **C.**  $(1; 0; 0)$ .                      **D.**  $(0; 1; 0)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

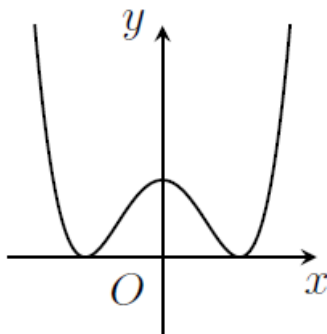


- A.**  $(0; 2)$ .                      **B.**  $(0; 1)$ .                      **C.**  $(0; -2)$ .                      **D.**  $(2; 0)$ .

**Câu 8.** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x)dx = 3$  thì  $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

- A.** -1.                      **B.** 1.                      **C.** 5.                      **D.** -5.

**Câu 9.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.**  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .                      **B.**  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .                      **C.**  $y = x^2 - 2x + 1$ .                      **D.**  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.**  $(-1; 2; -3)$ .      **B.**  $(1; -2; 3)$ .      **C.**  $(2; -4; 6)$ .      **D.**  $(-2; 4; -6)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$  bằng

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .

**Câu 12.** Phần ảo của số phức  $z = 3 - 4i$  bằng

- A.**  $-4$ .      **B.**  $4$ .      **C.**  $-4i$ .      **D.**  $3$ .

**Câu 13.** Khối lập phương có tất cả bao nhiêu mặt?

- A.**  $6$ .      **B.**  $8$ .      **C.**  $4$ .      **D.**  $5$ .

**Câu 14.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $CC' = 4$ . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.**  $24$ .      **B.**  $12$ .      **C.**  $6$ .      **D.**  $9$ .

**Câu 15.** Cho điểm  $M$  nằm bên trong mặt cầu  $S$  có tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $OM < R$ .      **B.**  $OM = R$ .      **C.**  $OM > R$ .      **D.**  $OM = 0$ .

**Câu 16.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 2 - 3i$  là

- A.**  $\bar{z} = 2 + 3i$ .      **B.**  $\bar{z} = 2 - 3i$ .      **C.**  $\bar{z} = -2 + 3i$ .      **D.**  $\bar{z} = -2 - 3i$ .

**Câu 17.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.**  $24\pi$ .      **B.**  $36\pi$ .      **C.**  $12\pi$ .      **D.**  $30\pi$ .

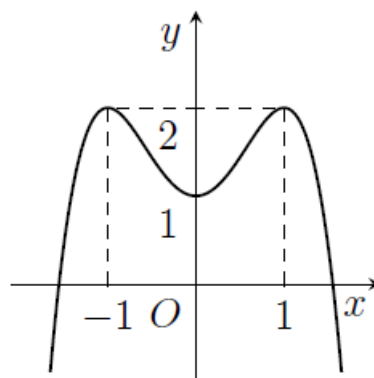
**Lời giải**

$$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$$

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc  $d$ ?

- A.**  $Q(1; 3; -2)$ .      **B.**  $P(2; -1; 1)$ .      **C.**  $N(2; -1; 2)$ .      **D.**  $M(-2; 1; -2)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại



- A.**  $x = 0$ .      **B.**  $x = \pm 1$ .      **C.**  $x = 2$ .      **D.**  $x = 1$ .

**Câu 20.** Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang?

- A.**  $y = \frac{2x+1}{x-3}$ .      **B.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .      **C.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .      **D.**  $y = \frac{x-2}{3}$ .

**Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-2) < 0$  là

- A.**  $(2; 3)$ .      **B.**  $[2; 3)$ .      **C.**  $(-\infty; 3)$ .      **D.**  $(3; +\infty)$ .

**Câu 22.** Có bao nhiêu cách xếp 5 người vào một bàn dài có 5 ghế, mỗi người một ghế?

- A.**  $5!$ .      **B.**  $10$ .      **C.**  $5^5$ .      **D.**  $5 \times 5$ .

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  ?

- A.**  $F(x) = \frac{1}{4}x^4$ .      **B.**  $F(x) = 3x^2$ .      **C.**  $F(x) = 3x^4$ .      **D.**  $F(x) = 4x^4$ .

**Câu 24.** Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 5$  thì  $\int_0^2 [f(x) - 3]dx$  bằng

- A.** -1.      **B.** 8.      **C.** 2.      **D.** 4.

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$y'$		-	0	+
$y$	$+\infty$		-4	$+\infty$

- A.**  $(1; +\infty)$ .      **B.**  $(-4; 0)$ .      **C.**  $(-4; +\infty)$ .      **D.**  $(0; +\infty)$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int f(x)dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C$ .      **B.**  $\int f(x)dx = -2 \sin \frac{x}{2} + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = \sin \frac{x}{2} + C$ .      **D.**  $\int f(x)dx = -\sin \frac{x}{2} + C$ .

**Câu 27.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x}$  trên đoạn  $[1; 2]$ .

- A.**  $\min_{[1;2]} y = 3$ .      **B.**  $\min_{[1;2]} y = 2$ .      **C.**  $\min_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$ .      **D.**  $\min_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = -\frac{1}{x^2} < 0, \forall x \in [1; 2]$  nên hàm số nghịch biến trên  $[1; 2]$ , do đó  $\min_{[1;2]} y = y(2) = 2$ .

**Câu 28.** Với  $0 < a \neq 1$  và  $x > 0$ ,  $a^{\log_a x}$  bằng

- A.**  $x$ .      **B.**  $\frac{x}{a}$ .      **C.**  $a^x$ .      **D.**  $ax$ .

**Câu 29.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = -x^2 + x + 6$  và  $y = 0$  bằng

- A.**  $\frac{125}{6}$ .      **B.**  $\frac{95}{6}$ .      **C.**  $\frac{125\pi}{6}$ .      **D.**  $\frac{95\pi}{6}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = 4a$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.**  $2a$ .      **B.**  $4a$ .      **C.**  $a\sqrt{2}$ .      **D.**  $2a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $(ABC) \perp (SAC)$ , giao tuyến của hai mặt phẳng là  $AC$ .

Suy ra  $d(B, (SAC)) = d(B, AC) = \frac{AC}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$ .

**Câu 31.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình  $|f(x)| = 3$  có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			4		-2		$+\infty$

**A.** 4.

**B.** 6.

**C.** 5.

**D.** 3.

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+2)^2(x-2)^3(3-x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $f(x)$  đạt cực đại tại

**A.**  $x = 3$ .

**B.**  $x = 2$ .

**C.**  $x = -2$ .

**D.**  $x = \pm 2$ .

**Lời giải**

Bảng xét dấu của  $f'(x)$

$x$	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	-	0	+	0	-

Vậy hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .

**Câu 33.** Từ một tổ có 10 bạn gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ, chọn một đội tình nguyện gồm 4 bạn. Xác suất để chọn được đội có ít nhất 2 bạn nữ là

**A.**  $\frac{23}{42}$ .

**B.**  $\frac{3}{7}$ .

**C.**  $\frac{13}{14}$ .

**D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu  $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$ .

Để chọn được ít nhất 2 bạn nữ, ta xét các trường hợp sau:

Chọn 2 nữ, 2 nam: có  $C_4^2 C_6^2 = 90$  cách chọn.

Chọn 3 nữ, 1 nam: có  $C_4^3 C_6^1 = 24$  cách chọn.

Chọn 4 nữ: có  $C_4^4 = 1$  cách chọn.

Số khả năng chọn được ít nhất 2 bạn nữ là  $90 + 24 + 1 = 115$ .

Xác suất cần tìm bằng  $\frac{115}{210} = \frac{23}{42}$ .

**Câu 34.** Số nghiệm của phương trình  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$  là

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

Phương trình tương đương với

$$x^2 - 3x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  sao cho  $(z+2)(\bar{z}+i)$  là một số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

**A.**  $x - 2y + 2 = 0$ .

**B.**  $x + 2y + 2 = 0$ .

**C.**  $x - 2y - 2 = 0$ .

**D.**  $x + 2y - 2 = 0$ .

**Lời giải**

Đặt  $z = x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ . Điểm biểu diễn số phức  $z$  là  $M(x; y)$ .

Ta có

$$\begin{aligned}
(z+2)(\bar{z}+i) &= [(x+yi+2)][(x-yi)+i] \\
&= [(x+2)+yi][x+(1-y)i] \\
&= x(x+2)-y(1-y)+[(x+2)(1-y)+xy]i \\
&= (x^2+y^2+2x-y)+(x-2y+2)i.
\end{aligned}$$

Suy ra  $(z+2)(\bar{z}+i)$  là một số thực khi và chỉ khi  $x-2y+2=0$  hay tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường thẳng  $d: x-2y+2=0$ .

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$  và  $C(0;0;5)$ . Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A, B, C$  có một vector pháp tuyến là

- A.**  $\vec{n} = (15;10;6)$ .      **B.**  $\vec{n} = (6;15;10)$ .      **C.**  $\vec{n} = (2;3;5)$ .      **D.**  $\vec{n} = (3;5;2)$ .

**Lời giải**

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  theo đoạn chắn là  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y + 6z - 30 = 0$ .

Do đó mặt phẳng có một vector pháp tuyến là  $\vec{n} = (15;10;6)$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(-2;5;6)$ . Điểm  $M$  thoả mãn

$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$  có toạ độ là

- A.**  $M(-1;4;5)$ .      **B.**  $M(0;3;4)$ .      **C.**  $M(5;-8;-9)$ .      **D.**  $M(-3;12;13)$ .

**Lời giải**

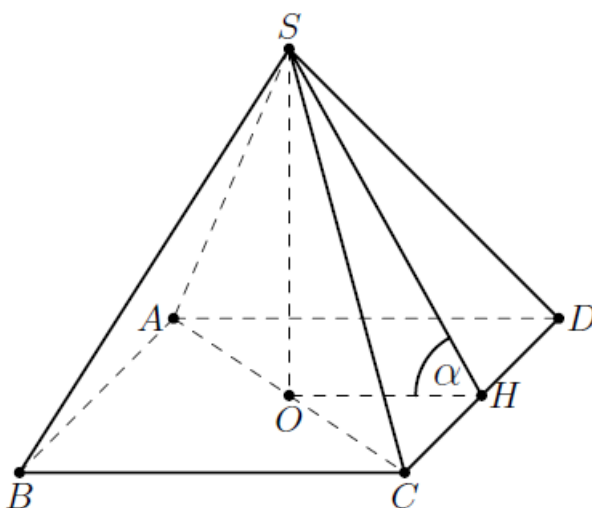
Gọi  $M(a;b;c)$ , ta có  $\overrightarrow{MA} = (1-a; 2-b; 3-c)$ ,  $\overrightarrow{MB} = (-2-a; 5-b; 6-c)$ . Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (1-a) + 2(-2-a) = 0 \\ (2-b) + 2(5-b) = 0 \\ (3-c) + 2(6-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$$

**Câu 38.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có chiều cao  $a$ ,  $AC = 2a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ .      **B.**  $\alpha = 45^\circ$ .      **C.**  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      **D.**  $\alpha = 60^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $O$  là tâm của đáy và  $H$  là trung điểm của  $CD$ . Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} SO \perp CD \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow CD \perp SH.$$

Suy ra  $((SCD), (ABCD)) = (SH, OH) = \widehat{SHO}$  (vì tam giác  $SOH$  vuông tại  $H$ ).

$$\text{Ta có } SO = a, OH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Ta có  $\tan \alpha = \frac{SO}{OH} = \sqrt{2}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu số tự nhiên  $x \in [0; 2023]$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\sqrt{2}}(x-1) > \log_2(x+5)$ ?

- A.** 2019.                      **B.** 2020.                      **C.** 2021.                      **D.** 2023.

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > 1$ .

Bất phương trình đã cho tương đương với

$\allowdisplaybreaks$

$$2 \log_2(x-1) > \log_2(x+5)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 > x+5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(4; +\infty)$ .

Vì  $m$  tự nhiên thuộc đoạn  $[0; 2023]$  nên ta có  $m \in \{5; 6; \dots; 2023\}$ : có 2019 giá trị.

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx = 2$ . Tính  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

- A.**  $I = 4$ .                      **B.**  $I = 2$ .                      **C.**  $I = -4$ .                      **D.**  $I = 6$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx = 2, \text{ ta đặt } t = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right), \text{ ta được } \int_0^1 \frac{f(t)}{t^2+1} dt = 2.$$

Từ đó ta có

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1} dx = 2 + 2 = 4.$$

**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của

$m$  sao cho đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x)-m}$  có đúng ba đường tiệm cận?

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

- A.** 2.                      **B.** 5.                      **C.** 1.                      **D.** 3.

**Lời giải**

Với mọi  $m$ , ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0$ , suy ra hàm số  $y = g(x)$  luôn luôn có đúng một đường tiệm cận ngang là  $y = 0$ .

Suy ra đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận khi và chỉ khi có đúng hai đường tiệm cận đứng, tức là phương trình  $f(x) - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$ .

Vậy có 2 giá trị của  $m$  thỏa mãn bài toán.

**Câu 42.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-3+i|=2|z-2i|$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Giá trị của  $M+m$  bằng

- A.**  $2\sqrt{10}$ .                      **B.**  $2\sqrt{2}$ .                      **C.**  $4\sqrt{2}$ .                      **D.**  $\sqrt{10}$ .

**Lời giải**

Đặt  $z = x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ . Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned} |x + yi - 3 + i| &= 2|x + yi - 2i| \\ \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+1)^2 &= 4[x^2 + (y-2)^2] \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 &= 0 \end{aligned}$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-1;3)$ , bán kính  $R = 2\sqrt{2}$ . Ta thấy  $OI = \sqrt{10} > R$  nên điểm  $O$  nằm bên ngoài đường tròn  $(C)$ .

Do đó

$$M = \max_{M \in (C)} |z| = \max_{M \in (C)} OM = R + OI$$

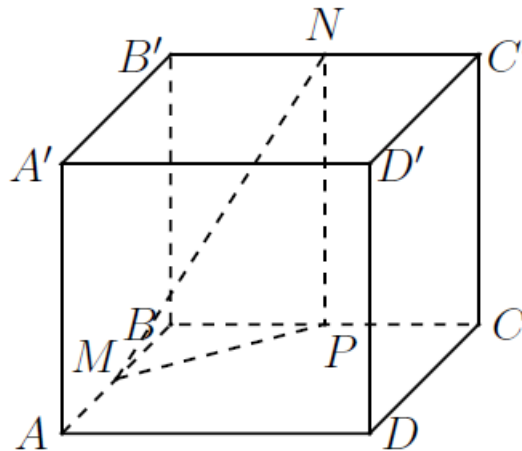
$$m = \min_{M \in (C)} |z| = \min_{M \in (C)} OM = OI - R$$

$$\text{Vậy } M + m = 2OI = 2\sqrt{10}.$$

**Câu 43.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $B'C'$ . Biết rằng góc giữa đường thẳng  $MN$  và đường thẳng  $AA'$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.**  $4a^3\sqrt{6}$ .                      **B.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      **C.**  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      **D.**  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của  $BC$ , ta có  $NP \parallel AA'$ , do đó  $(MN, AA') = (MN, NP)$ .

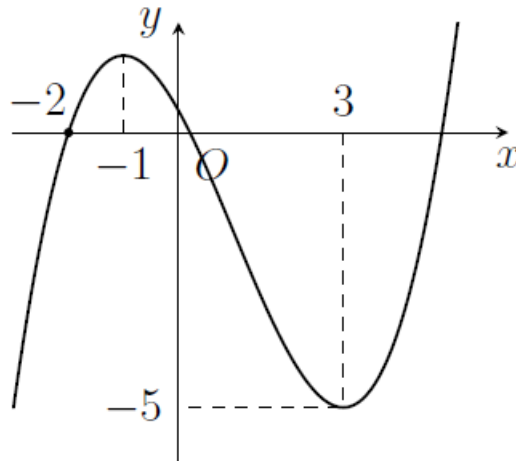
Vì tam giác  $MNP$  vuông ở  $P$ ,  $MP = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$  nên ta có

$$\widehat{MNP} = (MN, AA') = 30^\circ \Rightarrow NP = \frac{MP}{\cot 30^\circ} = a\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích khối hộp đã cho bằng

$$S_{ABCD} \cdot NP = (2a)^2 \cdot a\sqrt{6} = 4a^3\sqrt{6}.$$

**Câu 44.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f'(x)$  và  $g(x) = f''(x) + bx - c$  bằng



**A.**  $\frac{25}{2}$ .

**B.**  $\frac{145}{2}$ .

**C.**  $\frac{125}{2}$ .

**D.**  $\frac{29}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(-2; 0)$ ,  $(3; -5)$  và hàm số đạt cực trị tại  $x = -1$  và  $x = 3$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ 27a + 9b + 3c + d = -5 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = -\frac{3}{5} \\ c = -\frac{9}{5} \\ d = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Khi đó  $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - \frac{3}{5}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{2}{5}$ ;  $f'(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{9}{5}$ ,  $f''(x) = \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}$  và  $g(x) = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f'(x)$  và  $g(x)$ :

$$\frac{3}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{9}{5} = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $f'(x)$  và  $g(x)$  bằng

$$\int_{-1}^4 \left| \frac{3}{5}x^2 - \frac{9}{5}x - \frac{12}{5} \right| dx = \frac{25}{2}.$$

**Câu 45.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^4 + 2(m+2)z^2 + 3m+2 = 0$ , ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm  $A, B, C, D$  biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** Vô số.

**Lời giải**

Đặt  $t = z^2$ , phương trình trở thành  $t^2 + 2(m+2)t + 3m+2 = 0$ . \hfill (1)

Ta có,  $\Delta' = (m+2)^2 - (3m+2) = m^2 + m + 2 > 0$ ,  $\forall m \in \mathbb{R}$ , do đó, phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt.

Nếu (1) có hai nghiệm thực dương hoặc hai nghiệm thực âm thì bốn điểm  $A, B, C, D$  thẳng hàng (cùng thuộc  $Ox$  hoặc cùng thuộc  $Oy$ ) nên không thỏa mãn bài toán.

Nếu (1) có hai nghiệm trái dấu  $t_1 < 0 < t_2$ , tức là  $3m+2 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$  thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là  $\pm\sqrt{t_2}$  và  $\pm i\sqrt{-t_1}$ .



Giả sử  $A(-\sqrt{t_2}; 0)$ ,  $B(0; \sqrt{-t_1})$ ,  $C(\sqrt{t_2}; 0)$  và  $D(0; -\sqrt{-t_1})$ . Khi đó, bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình thoi.

$$\text{Diện tích hình thoi } ABCD \text{ bằng } \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{t_2} \cdot 2\sqrt{-t_1} = 2\sqrt{-t_1 t_2}.$$

Từ giả thiết và theo định lý Vi ét, ta có

$$2\sqrt{-3m-2} = 4 \Leftrightarrow m = -2.$$

Đổi chiều điều kiện, ta có  $m = -2$  là giá trị cần tìm.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $d': \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$  là

đường thẳng đi qua  $M(3; 2; 1)$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $d'$ . Khi đó tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và mặt phẳng  $Oyz$  là

**A.**  $(0; 11; 1)$ .

**B.**  $(0; 2; 1)$ .

**C.**  $(0; -11; 1)$ .

**D.**  $(0; -2; 1)$ .

**Lời giải**

Gọi giao điểm của  $\Delta$  và  $d'$  là  $N(t; 1+2t; -1+t)$ .

Khi đó  $\overrightarrow{MN} = (t-3; 2t-1; t-2) \neq \vec{0}$ ,  $\forall t$  là vectơ chỉ phương của  $\Delta$  và  $\vec{u} = (3; 1; 1)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ .

Vì  $\Delta \perp d$  nên  $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0$ , tương đương với

$$3(t-3) + (2t-1) + (t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Khi đó  $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 0)$  nên phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 3 - s \\ y = 2 + 3s \\ z = 1 \end{cases}$ .

Giao điểm của  $\Delta$  và  $(Oyz)$  là điểm có tọa độ  $(0; 11; 1)$ .

**Câu 47.** Cho các số thực dương  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $4 + 3^{2x^2-y+2} = (4 + 9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$ . Khi biểu thức

$P = \frac{x+y+10}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng  $x+y$  bằng

**A.** 8.

**B.** 9.

**C.**  $1 + 9\sqrt{2}$ .

**D.**  $1 + 8\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $4 + 3^{2x^2-y+2} = (4 + 9^{2x^2-y}) \cdot 7^{y-2x^2+2}$

$$\Leftrightarrow 7^{2x^2-y} (4 + 9 \cdot 3^{2x^2-y}) = 49(4 + 9^{2x^2-y})$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 7^{2x^2-y} + 9 \cdot 21^{2x^2-y} - 49 \cdot 9^{2x^2-y} - 196 = 0. (*)$$

$$\text{Đặt } t = 2x^2 - y, \text{ ta được } (*) \Leftrightarrow 4 \cdot 7^t + 9 \cdot 21^t - 49 \cdot 9^t - 196 = 0 \Leftrightarrow \frac{4+3^{t+2}}{7^{t+2}} = \frac{4+3^{2t}}{7^{2t}}.$$

Xét hàm số  $f(a) = \frac{4+3^a}{7^a} = 4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^a + \left(\frac{3}{7}\right)^a$  là hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(t+2) = f(2t) \Leftrightarrow t+2 = 2t \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - y = 2$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{2x^2 + x + 8}{x} = 2x + \frac{8}{x} + 1 \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{8}{x}} + 1 = 9.$$

Vậy  $P_{\min} = 9$  khi  $x = 2$  và  $y = 6$ , hay  $x + y = 8$ .

**Câu 48.** Cho hình trụ  $(T)$  có  $AB, CD$  lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng 10. Thể tích khối trụ  $(T)$  bằng

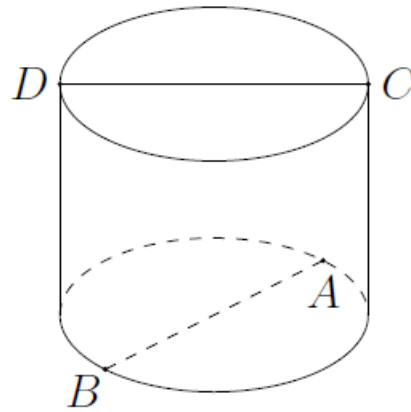
**A.**  $15\pi$ .

**B.**  $30\pi$ .

**C.**  $45\pi$ .

**D.**  $60\pi$ .

**Lời giải**



Gọi  $r$  và  $h$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ ( $T$ ).

Thể tích tứ diện  $ABCD$  được tính theo công thức

$$V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(\angle(AB, CD)).$$

Ta có  $V = 10$ ,  $d(AB, CD) = h$  và  $(AB, CD) = 90^\circ$ , do đó ta có

$$10 = \frac{1}{6} \cdot 2r \cdot 2r \cdot h \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow r^2 h = 15.$$

Vậy thể tích khối trụ ( $T$ ) bằng  $\pi r^2 h = 15\pi$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$  và điểm  $P(2; 4; 5)$  nằm bên trong mặt cầu. Qua  $P$  dựng 3 dây cung  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  của mặt cầu ( $S$ ) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ . Gọi  $PQ$  là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng  $Q$  luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

**A.**  $\sqrt{57}$ .

**B.**  $\sqrt{61}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{219}}{6}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{219}}{2}$ .

**Lời giải**

**CÁCH 1:**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , ta có  $3R^2 = IA^2 + IB^2 + IC^2 = 3IG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ . (1)

Lại có  $9PG^2 = PQ^2 = PA^2 + PB^2 + PC^2 = 3PG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ . (2)

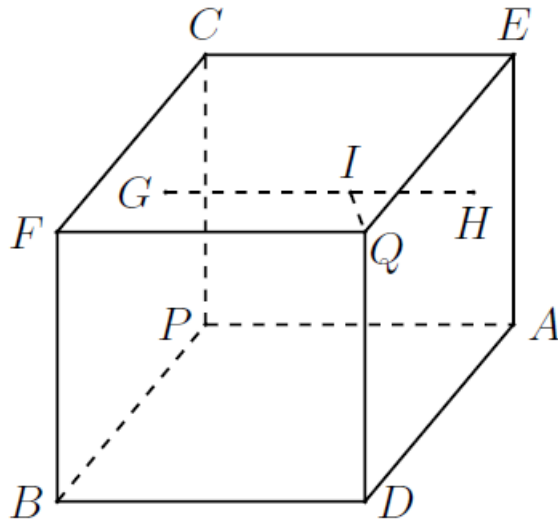
Từ (1) và (2) ta có  $3R^2 = 3IG^2 + 6PG^2 \Leftrightarrow IG^2 + 2PG^2 = R^2$ .

Vì  $\overrightarrow{GQ} + 2\overrightarrow{GP} = \vec{0}$  nên ta có

$$\begin{aligned} 3\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IQ} + 2\overrightarrow{IP} \\ \Rightarrow 9IG^2 &= IQ^2 + 4IP^2 + 4\overrightarrow{IQIP} \\ &= IQ^2 + 4IP^2 + 2(IQ^2 + IP^2 - PQ^2) \\ &= 3IQ^2 + 6IP^2 - 2PQ^2 \\ &= 3IQ^2 + 6IP^2 - 18PG^2 \\ \Rightarrow 9IG^2 + 18PG^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\ \Rightarrow 9R^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\ \Rightarrow IQ^2 &= 3R^2 - 2IP^2 = 57 \end{aligned}$$

Vậy điểm  $Q$  luôn di động trên mặt cầu cố định có tâm  $I$ , bán kính bằng  $\sqrt{57}$ .

**CÁCH 2:**



Giả sử ta dựng hình hộp chữ nhật  $PADB.CEQF$  thỏa mãn bài toán.

Gọi  $G, H$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên các mặt phẳng  $(PBFC)$  và  $(ADQE)$ .

Ta có

$$\begin{aligned}
 \overline{IQ} &= \overline{IA} + \overline{AQ} = \overline{IA} + \overline{PB} + \overline{PC} \\
 \Rightarrow IQ^2 &= IA^2 + PB^2 + PC^2 + 2\overline{IA}(\overline{PB} + \overline{PC}) + 2\overline{PBPC} \\
 &= R^2 + 2\overline{HA}(\overline{PB} + \overline{PC}) + PB^2 + PC^2 \\
 &= R^2 + 2\overline{GP}(\overline{PB} + \overline{PC}) + PB^2 + PC^2 \\
 &= R^2 + (\overline{GP} + \overline{PB})^2 + (\overline{GP} + \overline{PC})^2 - 2GP^2 \\
 &= R^2 + GB^2 + GC^2 - 2GP^2 \\
 &= R^2 + 2(R^2 - GI^2) - 2GP^2 \\
 &= 3R^2 - 2(GI^2 + GP^2) \\
 &= 3R^2 - 2IP^2 = 57
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow IQ = \sqrt{57}.$$

Vậy  $Q$  luôn nằm trên mặt cầu tâm  $I$ , bán kính bằng  $\sqrt{57}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$ , có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 7.

**Lời giải**

Đặt  $h(x) = 3f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 2x^6 + 6x^2$ .

Ta có  $h'(x) = -12x(x^2 - 1)[f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1]$ .

Mà  $-x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$  nên dựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$  ta suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) \geq 0$ .

Suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó dấu của  $h'(x)$  cùng dấu với  $u(x) = -60x(x^2 - 1)$ , tức là đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = -1; x = 0; x = 1$ .

Vậy hàm số  $h(x)$  luôn có 3 điểm cực trị.

Ta có  $h(0) = 3f(-2) = 0$  nên đồ thị hàm số  $y = h(x)$  tiếp xúc trục hoành tại  $O$  và cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Vậy  $y = g(x)$  có 5 điểm cực trị.

----- HẾT -----