

Bài I. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A = \frac{x + \sqrt{x} + 10}{x - 9} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ (với $x \geq 0, x \neq 9$)

1) Tính giá trị của biểu thức B tại $x = 4$

2) Rút gọn biểu thức $M = \frac{A}{B}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

Bài II. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe tăng vận tốc thêm 10 km/h thì đến B sớm hơn dự định 3 giờ, còn nếu xe giảm vận tốc 10 km/h thì đến B chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc dự định và thời gian dự định của ô tô đi hết quãng đường AB?

2) Một thùng rác inox hình trụ có chiều cao là 60 cm, chu vi đường tròn đáy của thùng rác là 125,6 cm. Tính thể tích của thùng rác? (lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài III. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-4}} + y = 5 \\ \frac{3}{\sqrt{x-4}} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) $y = mx - m + 1$ và Parabol (P): $y = x^2$ (với m là tham số, $m \neq 1$).

a) Tìm m để đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

b) Gọi giao điểm của (d) và (P) là $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục Ox. Tìm m để $AH + BK = 2$

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm (O; R). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại các điểm B, C cắt nhau tại I. Đường thẳng OI cắt BC tại M.

1) Chứng minh tứ giác OCIB nội tiếp.

2) Chứng minh $BC^2 = 4 \cdot OM \cdot MI$.

3) Gọi điểm D và E tương ứng là hình chiếu của điểm I trên các đường thẳng AB, AC. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MI. Chứng minh $\widehat{MDI} = \widehat{MEI}$ và ba điểm D, G, E thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2023}{xy + yz + zx}$

Hết

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN HÀ ĐÔNG
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
NĂM HỌC 2022 -2023

Bài	NỘI DUNG	Biểu điểm
Bài I 1) 0,5 điểm	1) Thay $x = 4$ (TMDK: $x \geq 0, x \neq 9$) vào biểu thức B ta có: $B = \frac{1}{\sqrt{4-3}} = \frac{1}{2-3} = -1.$ Vậy với $x = 4$ thì $B = -1$	0,25 0,25
2) 1 điểm	2) Rút gọn biểu thức A $M = \frac{A}{B} = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10}{x - 9} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ $= \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ $= \frac{x + \sqrt{x} + 10 - (\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ $= \frac{x + 7}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot (\sqrt{x} - 3)$ $= \frac{x + 7}{\sqrt{x} + 3}.$ Vậy $M = \frac{x + 7}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$	0,25 0,25 0,25 0,25
3) 0,5 điểm	3) $M = \frac{x + 7}{\sqrt{x} + 3} = \frac{x - 9 + 16}{\sqrt{x} + 3} = \sqrt{x} - 3 + \frac{16}{\sqrt{x} + 3} = \sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x} + 3} - 6$ Với $x \geq 0$ ta có $\sqrt{x} + 3$ và $\frac{16}{\sqrt{x} + 3}$ là 2 số dương. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số trên ta có: $\sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x} + 3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 3) \cdot \frac{16}{\sqrt{x} + 3}} = 2\sqrt{16} = 8$ Do đó $M = \sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x} + 3} - 6 \geq 2$ Dấu "=" xảy ra $\sqrt{x} + 3 = \frac{16}{\sqrt{x} + 3} \Rightarrow (\sqrt{x} + 3)^2 = 16$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 4 \Leftrightarrow x = 1$ (TMDK) Vậy Min $M = 2$ khi $x = 1$	0,25 0,25
Bài II 1) 2,0 điểm	Gọi vận tốc dự định lúc đầu của xe ô tô là: x (km/h) (ĐK: $x > 10$) Thời gian dự định để xe đi hết quãng đường AB là: y (h) (ĐK: $y > 3$) Độ dài quãng đường AB là xy (km). Vận tốc của xe đi lần thứ nhất là $x + 10$ (km); thời gian xe đi là $y - 3$ (h) khi đó độ dài quãng đường AB là $(x + 10)(y - 3)$ (km) nên ta có pt: $(x + 10)(y - 3) = xy$ (1)	0,25 0,25 0,25

	Vận tốc của xe đi lần thứ 2 là $x - 10$ (km); thời gian đi là $y + 5$ (km) khi đó độ dài quãng đường AB là $(x - 10)(y + 5)$ (km) nên ta có pt: $(x - 10)(y + 5) = xy$ (2)	0,25
	Từ (1); (2) nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (x + 10)(y - 3) = xy \\ (x - 10)(y + 5) = xy \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 10y = 30 \\ 5x - 10y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ y = 15(TM) \end{cases}$	0,5
	Vậy vận tốc dự định của xe là 40 km/h, thời gian dự định xe đi hết quãng đường là 15h.	0,25
2) 0,5 điểm	Bán kính đường tròn đáy của thùng rác là : $r = \frac{C}{2\pi} \approx \frac{125,6}{2.3,14} = 20 \text{ (cm)}$	0,25
	Thể tích của thùng rác là : $V = \pi r^2 \cdot h \approx 3,14.20^2.60 = 75360 \text{ (cm}^3\text{)} = 0,07536 \text{ (m}^3\text{)}$	0,25
Bài III	1) Điều kiện: $x > 4$. Đặt $\frac{1}{\sqrt{x-4}} = a$ ($a > 0$) (*)	0,25
1) 1,0 điểm	Hệ phương trình tương đương $\begin{cases} a + y = 5 \\ 3a - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + y = 5 \\ 6a - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 7 \\ a + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 (TM) \\ y = 4 \end{cases}$	0,25 0,25
	Thay $a = 1$ vào (*) ta có $\frac{1}{\sqrt{x-4}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-4} = 1 \Leftrightarrow x = 5$ (TM)	
	Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = (5; 4)$.	
2a) 0,5 điểm	a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1) Có $a + b + c = 1 - m + m - 1 = 0$. Do đó phương trình (1) có 2 nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = m - 1$ Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow 1 \neq m - 1 \Leftrightarrow m \neq 2$	0,25
	Vậy $m \neq 2$ thì (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.	0,25
2b) 0,5 điểm	b) +) với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1$ +) với $x_2 = m - 1 \Rightarrow y_2 = (m - 1)^2$ Ta có: $AH + BK = y_1 + y_2 = 1 + (m - 1)^2 = 1 + m^2 - 2m + 1 = m^2 - 2m + 2$ Để $AH + BK = 2 \Rightarrow m^2 - 2m + 2 = 2$	0,25

	$\Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (TM)} \\ m = 2 \text{ (KTM)} \end{cases}$ <p>Vậy $m = 0$ thì $AH + BK = 2$</p>	0,25
Bài IV	<p>Vẽ hình đúng đến câu 1)</p> <p>1) 1 điểm</p> <p>1) Vì BI là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O) $\Rightarrow \widehat{OBI} = 90^\circ$ (1) Vì IC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O) $\Rightarrow \widehat{OCI} = 90^\circ$ (2) Xét tứ giác $OCIB$ có $\widehat{OBI} + \widehat{OCI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Mà hai góc \widehat{OBI} và \widehat{OCI} là 2 góc ở vị trí đối nhau \Rightarrow tứ giác $OCIB$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)</p>	0,25 0,25
2) 1 điểm	<p>2) Theo tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau BI và IC Chứng minh được: $OI \perp BC \Rightarrow CM \perp OI$ và M là trung điểm của BC $\Rightarrow BM = MC = \frac{BC}{2}$ Xét tam giác vuông OCI vuông tại C có $CM \perp OI$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCI ta có: $OM \cdot MI = MC^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{BC^2}{4}$ $\Rightarrow BC^2 = 4 \cdot OM \cdot MI$ (điều phải chứng minh)</p>	0,5 0,5
3) 1 điểm	<p>3) Chứng minh $\widehat{MDI} = \widehat{MEI}$ + D, E là hình chiếu của I trên AB và AC $\Rightarrow DI \perp AB \Rightarrow \widehat{BDI} = 90^\circ$ $IE \perp AC \Rightarrow \widehat{IEC} = 90^\circ$ Xét tứ giác $BMID$ có $\widehat{BDI} + \widehat{BMI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc ở vị trí đối</p>	

	<p>nhau \Rightarrow tứ giác $B MID$ nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{IDM} = \widehat{IBM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IM)</p> <p>Xét tứ giác $MCEI$ có $\widehat{CMI} + \widehat{CEI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc ở vị trí đối nhau \Rightarrow tứ giác $MCEI$ nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{IEM} = \widehat{ICM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IM)</p> <p>Mà $\widehat{IBM} = \widehat{ICM}$ (Do tam giác IBC cân tại I)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{IDM} = \widehat{IEM}$</p> <p>+) Ta có $\widehat{BMD} = \widehat{BID}$ (cùng chắn cung \widehat{BD})</p> <p>Mà $\widehat{BID} = \widehat{OBA}$ (cùng phụ góc \widehat{DBI})</p> <p>Và $\widehat{OBA} = \widehat{OAB}$ (do ΔOAB cân tại O)</p> <p>Nên $\widehat{BMD} = \widehat{OAB}$</p> <p>Chứng minh tương tự $\widehat{CME} = \widehat{CIE} = \widehat{OCA} = \widehat{OAC}$</p> $\widehat{DME} = 180^\circ - \widehat{BMD} - \widehat{CME} = 180^\circ - (\widehat{OAB} + \widehat{OAC})$ $= 180^\circ - \widehat{BAC}$ <p>Xét tứ giác $ADIE$ có $\widehat{ADI} + \widehat{AEI} + \widehat{DIE} + \widehat{DAE} = 180^\circ$</p> <p>Mà $\widehat{ADI} = \widehat{AEI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DIE} + \widehat{DAE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DIE} = 90^\circ - \widehat{BAC}$</p> <p>Nên $\widehat{DME} = \widehat{DIE}$ ($= 180^\circ - \widehat{BAC}$)</p> <p>Mà $\widehat{IDM} = \widehat{IEM}$ (cmt)</p> <p>Nên tứ giác $MEID$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)</p> <p>Mặt khác G là trung điểm MI nên G cũng là trung điểm của DE.</p> <p>Vậy D, G, E thẳng hàng</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài V 0,5 điểm</p>	<p>Áp dụng BĐT $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ với $a, b, c > 0$, ta có:</p> $[(x^2 + y^2 + z^2) + (xy + yz + zx) + (xy + yz + zx)] \left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + zx} + \frac{1}{xy + yz + zx} \right) \geq 9$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx) \left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + zx} + \frac{1}{xy + yz + zx} \right) \geq 9$ <p>Hay $\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2}{xy + yz + zx} \geq 9$</p> <p>Lại có $xy + yz + zx \leq \frac{(x + y + z)^2}{3} = \frac{1}{3}$</p> <p>Từ đó ta có: $P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2}{xy + yz + zx} + \frac{2021}{xy + yz + zx} \geq 9 + 6063 = 6072$</p> <p>$\Leftrightarrow P \geq 6072$. Vậy GTNN của P là 6072 khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$</p>	<p>0.25</p> <p>0,25</p>

(HS giải theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa)