

ĐỀ B

Môn thi: Toán 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi:

Đề thi có: 01 trang gồm 5 câu.

Câu 1: (2,0 điểm) Cho biểu thức:

$$B = \frac{y}{y-9} + \frac{1}{\sqrt{y+3}} + \frac{1}{\sqrt{y-3}} \quad (\text{với } y \geq 0; y \neq 9)$$

1) Rút gọn biểu thức B .

2) Tìm tất cả các giá trị của y để $B > 1$.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình : $y = (n-1)x + n + 2$ (với n là tham số). Tìm n để đường thẳng (d) và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$.

2) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác MNK nhọn ($MN < MK$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao NE, KF của tam giác cắt nhau tại H (E thuộc MK, F thuộc MN).

a) Chứng minh: Bốn điểm N, K, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính MA của đường tròn (O). Chứng minh: MA vuông góc với EF và NHKA là hình bình hành.

c) Giả sử: NK cố định và M di chuyển trên cung lớn NK sao cho tam giác MNK luôn là tam giác nhọn. Tìm vị trí điểm M để diện tích tam giác EMH lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo R khi $NK = R\sqrt{3}$.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y-2}{x^2} + \frac{z-2}{y^2} + \frac{x-2}{z^2}$$

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐỀ B

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT

Chú ý: - Nếu học sinh làm cách khác đáp án mà đúng thì vẫn được điểm tối đa.
- Bài hình không có hình vẽ hoặc vẽ sai thì không chấm điểm

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2điểm)	a) ĐKXD: $y \geq 0; y \neq 9$	0,25
	$B = \frac{y}{y-4} + \frac{1}{\sqrt{y}+2} + \frac{1}{\sqrt{y}-2} = \frac{y + \sqrt{y}-2 + \sqrt{y}+2}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)}$	0,25
	$B = \frac{y + 2\sqrt{y}}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)} = \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+2)}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-2)} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2}$	0,25
	KL:	0,25
	b) Để $B > 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{y}-1} > 0$	0,5
mà $2 > 0 \Rightarrow \sqrt{y}-2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{y} > 2 \Leftrightarrow y > 4$	0,5	
KL:		
Câu 2 (2điểm)	1/ Hệ pt: $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=6 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y=7 \\ x+3y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=1 \end{cases}$	0,75
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$	0,25
	Đề (d) và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung $\Leftrightarrow \begin{cases} n-1 \neq 1 \\ n+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \neq 2 \\ n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow n = -4$. KL:	1,0
Câu 3 (2điểm)	1) pt: $x^2 - 5x + 4 = 0$ Ta có: $a+b+c = 1-5+4 = 0 \Rightarrow$ pt có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 4$	1
	2) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$ - Điều kiện để phương trình có nghiệm: $m \leq 6$ - Áp dụng hệ thức Vi ét, ta có: $x_1 + x_2 = 4$ (1) ; $x_1 \cdot x_2 = m - 2$ (2) - Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ nên:	0,25

	$x_1^2 = 4x_1 - m + 2; \quad x_2^2 = 4x_2 - m + 2$ <p>- Theo bài ra ta có:</p> $x_1(2x_1 + x_2) - 8 = 4m + (x_2 - 4)^2$ $\Leftrightarrow 2x_1^2 + x_1x_2 - x_2^2 + 8x_2 = 4m + 24$ $\Leftrightarrow 2(4x_1 - m + 2) + x_1x_2 - (4x_2 - m + 2) + 8x_2 = 4m + 24$ $\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 = m + 6 \quad (3)$ <p>Từ (1) và (3) suy ra: $x_1 = m + 2; \quad x_2 = 2 - m$</p> <p>Thay $x_1 = m + 2; \quad x_2 = 2 - m$ vào (3), ta tìm được:</p> $m = 2; \quad m = -3 \text{ (TM: } m \leq 6)$ <p>Vậy:</p>	0,25 0,25 0,25	
Câu 4 (3điểm)	1) Chứng minh: Bốn điểm N, K, E, F cùng thuộc một đường tròn.		1,0
	Vì $NE \perp MK$ tại E $\Rightarrow \widehat{NEK} = 90^\circ \Rightarrow E \in$ đường tròn đường kính NK (1)		0,5
	Chứng minh tương tự: F thuộc đường tròn đường kính NK (2)		0,5
	Từ (1) và (2) \Rightarrow Đpcm		
	b) Chứng minh: MA vuông góc với EF và NHKA là hình bình hành	1,0	
	Chứng minh: MA vuông góc với EF - Vì tứ giác NKEF nội tiếp nên: $\widehat{MEF} = \widehat{MNK}$ - Mà: $\widehat{MNK} = \widehat{MAK}$ $\Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{MAK} \quad (a)$ - Xét đường tròn (O) có: $\widehat{MKA} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{MAK} + \widehat{IME} = 90^\circ \quad (b)$ Từ (a) và (b) suy ra: $\widehat{MEF} + \widehat{IME} = 90^\circ$ \Rightarrow tam giác IME vuông tại I \Rightarrow MA vuông góc với EF (đpcm)	0,25 0,25	
	Chứng minh: NHKA là hình bình hành Xét (O; R) có: $\widehat{MNA} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MN \perp AN$ Lại có: $KH \perp MN$ (GT) $\Rightarrow KH \parallel MN \quad (3)$	0,25	
	Chứng minh tương tự: $NH \parallel AK \quad (4)$ Từ (3) và (4) \Rightarrow NHKA là hình bình hành (Đpcm)	0,25	
	3) Tìm vị trí điểm M để diện tích tam giác EMH lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo R khi $NK = R\sqrt{3}$.	1,0	
	Gọi I là giao điểm của NK và AH. Từ câu a, \Rightarrow OI là đường trung bình tam giác AMH $\Rightarrow MH = 2OI$ Vì tam giác MEH vuông tại E nên	0,25	
$S_{MEH} = \frac{1}{2} ME \cdot EH \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{ME^2 + EH^2}{2} = \frac{MH^2}{4} = OI^2 \quad (5)$	0,25		
Với $NK = R\sqrt{3}$ tính được: $OI = \frac{R}{2} \quad (6)$	0,25		

	<p>Từ (5) và (6) $\Rightarrow S_{MEH} \leq \frac{R^2}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi $ME = EH \Leftrightarrow EMH = 45^\circ \Leftrightarrow MKN = 45^\circ$</p> <p>Vậy: $(S_{MEH})_{\max} = \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow M$ thuộc cung lớn NK và $MNK = 45^\circ$.</p>	0,25
Câu 5 (1điểm)	<p>Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</p> $P = \frac{y-2}{x^2} + \frac{z-2}{y^2} + \frac{x-2}{z^2}$	1,0
	<p>- Từ giả thiết suy ra:</p> $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$	0,25
	<p>Ta có:</p> $P = \frac{(x-1)+(y-1)}{x^2} + \frac{(y-1)+(z-1)}{y^2} + \frac{(x-1)+(z-1)}{z^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ $= (x-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2}\right) + (y-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + (z-1)\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ $\geq \frac{2(x-1)}{xz} + \frac{2(y-1)}{xy} + \frac{2(z-1)}{yz} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 2$	0,25
	<p>Vì: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = 3$ nên $P \geq \sqrt{3} - 2$</p>	0,25
	<p>Vậy GTNN của P là $\sqrt{3} - 2$, đạt được khi: $x = y = z = \sqrt{3}$</p>	0,25