TRƯỜNG THCS &THPT LƯƠNG THẾ VINH
ĐỀ KIỂM THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 - NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu 1: Với các số thực dương a,b bất kì, giá trị của $\log_2\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\left(\log_2 a+\log_2 b\right)$. **B.** $\log_2 a+2\log_2 b$. **C.** $2\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $1+\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 2: Phương trình $2^{x+2}=4^3$ có nghiệm là

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

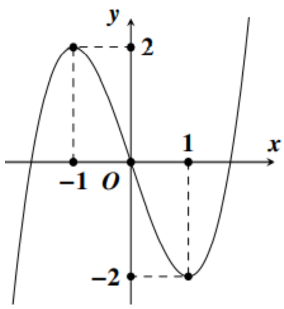
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2;-2;0)$ và $\vec{b}(-1;2;2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. $(-3;4;2)$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -6.

Câu 4: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

A. $3\ln|2x+3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln|2x+3|+C$. **C.** $2\ln|2x+3|+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=2$.

Câu 8: Cho hình nón có bán kính đáy $R=5$ và đường sinh $l=12$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 180π. **B.** 120π. **C.** 60π. **D.** 30π.

Câu 9: Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12: Cho Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;4)$, $B(3;0;-2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $M(2;-1;\ 1)$. **B.** $M(-2;\ 1;-1)$. **C.** $M(4;-2;\ 2)$. **D.** $M(1;\ 1;-3)$.

Câu 13: Hàm số $y=\log_2(x-1)$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 14: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Chiều cao khối lăng trụ bằng.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $3a$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên?

A. $y=log_{\frac{1}{3}}x$. **B.** $y=3^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y=\log_3 x$.

Câu 16: So sánh các số a,b,c biết $x>1$ và a,b,c là các số dương khác 1 và thỏa mãn bất đẳng thức $\log_a x>\log_b x>0>\log_c x$.

A. $c>b>a$. **B.** $c>a>b$. **C.** $a>b>c$. **D.** $b>a>c$.

Câu 17: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

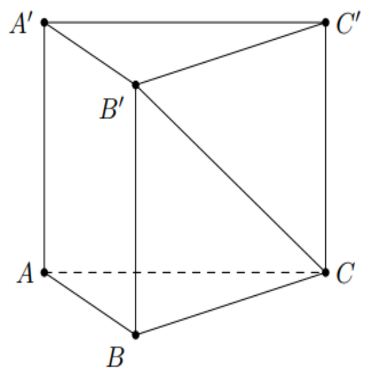
Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O,O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi quay hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ xung quanh OO' được một hình tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{6}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 19: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)-\log_2 x=2$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=2$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-1}$ là

A. $\dfrac{e^{2x}}{4x}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{2x-1}+C$. **C.** $\dfrac{e^{2x}}{2x}+C$. **D.** $2e^{2x-1}+C$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-1), B(-1;-x;1), C(7;-1;y)$. Khi A,B,C thẳng hàng, giá trị $x+y$ bằng

A. -8. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25: Một người gửi ngân hàng 18 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $8\%/$ năm. Hỏi sau 7 năm người đó có bao nhiêu tiền? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 31,17. **B.** 30,85. **C.** 31,45. **D.** 31,34.

Câu 26: $\displaystyle\int \frac{2x-3}{x+1}dx$ bằng

A. $2x+5\ln|x+1|+C$. **B.** $2x-\ln|x+1|+C$. **C.** $2x+\ln|x+1|+C$. **D.** $2x-5\ln|x+1|+C$.

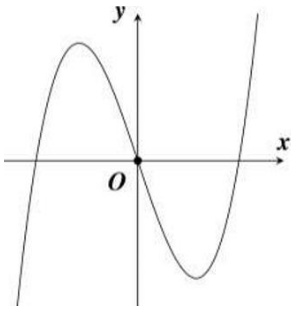
Câu 27: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O'), bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $2R$. Một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỉ số diện tích toàn phần của hình trụ và hình nón bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{3\left(\sqrt{5}+1\right)}{2}$. **C.** $\dfrac{3\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$. **D.** $\sqrt{5}+1$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh bên SA, SB. Thể tích khối đa diện $MNABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 29: Cho hàm số có đồ thị như hình. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 31: Hàm số $y=\log_{0,5}\left(-x^2+4x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;4)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 32: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ là

A. $y'=\left(x^2-2x\right)e^x$. **B.** $y'=\left(x^2-x\right)e^x$. **C.** $y'=\left(x^2+2\right)e^x$. **D.** $y'=x^2e^x$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$ có diện tích 16π. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+5=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-5=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-x-2y+2z-1=0$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $75°$.

Câu 35: Cho các số $a,b>0, a\neq 1$ thõa mãn $\log_{ab}\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của $\log_{a^3}\left(ab^6\right)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{13}{4}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}-m^2+9m=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\leq 3$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 3

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng 60^0 và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng a. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{2a^3}{9}$ **B.** $V=\frac{4a^3}{9}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 39: Tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-(2m+5)\log_2 x+m^2+5m+4<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[2;4]$ là

A. $(0;1)$. **B.** $[0;1]$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $[-2;0]$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=2022^x$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2+\log_{2022}\frac{1}{2023}\right)$ bằng

A. -2021. **B.** -2023. **C.** -2020. **D.** 2020.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Tam giác SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. điểm O. **B.** trung điểm của SC. **C.** trung điểm của AB. **D.** trung điểm của SD.

Câu 42: Họ nguyên hàm $\int(x+\sin 2x)dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-\cos 2x+C$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=x^4+2mx^3+(2m+3)x^2+2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 44: Cho tam giác ABC vuông tại A và AD là đường cao. Biết $AB=\log y$, $AC=\log 3$, $AD=\log x$, $BC=\log 9$. Tính $\frac{y}{x}$

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** 3. **C.** $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$. **D.** 1.

Câu 45: Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông tại S. Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2}-1)$. Tính thể tích khối nón đã cho

A. $\frac{16\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho góc AOB nhọn?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|x^3+x^2-5x-m+2|=|x^3-x^2-x-2|$ có 5 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với SO và cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q. Một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối trụ lớn nhất bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{27}$

Câu 49: Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2-x+2+a\ln\left(x^2-x+1\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(2;3]$ **B.** $a\in(6;7]$ **C.** $a\in(8;+\infty)$ **D.** $a\in(-6;-5]$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC=SD=\frac{a\sqrt{14}}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	D	D	A	D	D	C	B	A	D	A	C	D	C	D	A	A	A	A	C	B	A	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	C	B	A	D	A	A	D	B	D	B	C	A	A	B	D	C	D	D	C	D	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Với các số thực dương a,b bất kì, giá trị của $\log_2\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\left(\log_2 a+\log_2 b\right)$. **B.** $\log_2 a+2\log_2 b$. **C.** $2\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $1+\log_2 a+\log_2 b$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Phương trình $2^{x+2}=4^3$ có nghiệm là

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x+2}=4^3 \Leftrightarrow 2^{x+2}=2^6 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2;-2;0)$ và $\vec{b}(-1;2;2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. $(-3;4;2)$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

$\vec{a}.\vec{b}=2.(-1)+(-2).2+0.2=-6$.

Câu 4: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

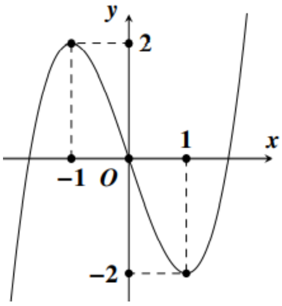
A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$. Từ đồ thị suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+3}$ là

A. $3\ln|2x+3|+C$. **B.** $\frac{1}{3}\ln|2x+3|+C$. **C.** $2\ln|2x+3|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{2}{1}=2$.

Câu 8: Cho hình nón có bán kính đáy $R=5$ và đường sinh $l=12$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 180π. **B.** 120π. **C.** 60π. **D.** 30π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{xq}=\pi Rl=60\pi$.

Câu 9: Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{1}{3}Sh=a^3$.

Câu 10: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-3;0\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $\left(-3;0\right)$

Câu 11: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Cho Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;4\right)$, $B\left(3;0;-2\right)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $M\left(2;-1;\ 1\right)$. **B.** $M\left(-2;\ 1;-1\right)$. **C.** $M\left(4;-2;\ 2\right)$. **D.** $M\left(1;\ 1;-3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-1 \Rightarrow M=\left(2;-1;\ 1\right) \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=1 \end{cases}$

Câu 13: Hàm số $y=\log_2\left(x-1\right)$ có tập xác định là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left[1;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định kh và chỉ khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 14: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Chiều cao khối lăng trụ bằng.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $3a$.

Lời giải

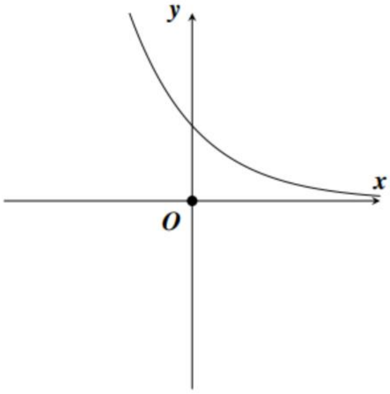
Chọn D

Ta có: $V = h.S \Rightarrow h = \frac{V}{S} = 3a$

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên?

A. $y = log_{\frac{1}{3}} x$. **B.** $y = 3^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = \log_3 x$.

Lời giải



Chọn C

+) $D =$ ¡ $\rightarrow$ Loại A và D

+) Hàm số nghịch biến, nên chọn **C.**

Câu 16: So sánh các số a,b,c biết $x>1$ và a,b,c là các số dương khác 1 và thỏa mãn bất đẳng thức $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x$.

A. $c>b>a$. **B.** $c>a>b$. **C.** $a>b>c$. **D.** $b>a>c$.

Lời giải

Chọn D

Với $x>1$:

$$\log_a x > \log_b x > 0 \Rightarrow \frac{1}{\log_a x} < \frac{1}{\log_b x} \Leftrightarrow \log_x a < \log_x b \Leftrightarrow 0 < a < b$$

$$\log_c x < 0 \Leftrightarrow \log_c x < \log_c 1 \Leftrightarrow 0 < c < 1$$

$$\log_a x > 0 \Leftrightarrow \log_a x > \log_a 1 \Leftrightarrow a > 1$$

Vậy $b > a > c$.

Câu 17: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

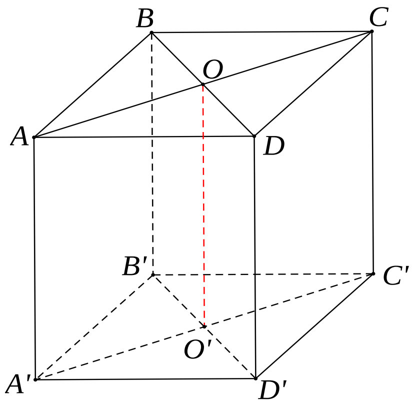
Từ bảng biến thiên ta có hàm số cần tìm là hàm số bậc ba với hệ số a âm. Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x+1$.

Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O,O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi quay hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ xung quanh OO' được một hình tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{6}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Hình tròn xoay thu được là hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, lần lượt là có tâm là O và O'. Do đó, hình trụ này có diện tích xung quanh bằng $2\pi rl=2\pi.\dfrac{AC}{2}.AA'=2\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}a=\pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 19: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

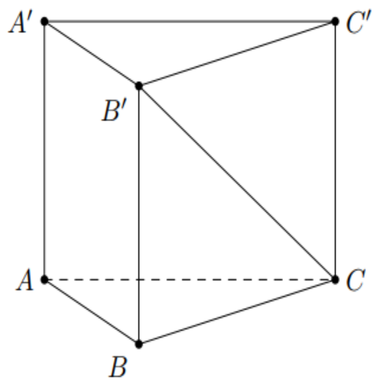
Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-3$ nên $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\notin[-2;0] \\ x=-1 \end{array}\right.$

Lại có $f(-2)=-1$; $f(-1)=3$ và $f(0)=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng -1 tại $x=-2$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2a^3\sqrt{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ABC) chính là góc giữa đường thẳng CB' và đường thẳng CB hay chính là góc $B'CB$ mà theo giả thiết góc này bằng $45°$ nên $\Delta B'BC$ vuông cân tại B suy ra $B'B = BC = 2a$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = (2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.2a = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) - \log_2 x = 2$ là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{3}{2}$.

C. $x = \frac{2}{3}$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x+2>0 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>0$.

Ta có $\log_2(x+2) - \log_2 x = 2 \Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_2 4 + \log_2 x$

$\Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_2 4x \Leftrightarrow x+2 = 4x \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) - \log_2 x = 2$ là $x = \frac{2}{3}$.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-1}$ là

A. $\frac{e^{2x}}{4x} + C$.

B. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$.

C. $\frac{e^{2x}}{2x} + C$.

D. $2e^{2x-1} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\,dx = \int e^{2x-1}dx = \frac{1}{2}e^{2x-1} + C$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-1), B(-1;-x;1), C(7;-1;y)$. Khi A,B,C thẳng hàng, giá trị $x+y$ bằng

A. -8. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-x-2;2)$; $\overrightarrow{AC}=(4;-3;y+1)$.

Để A,B,C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}-4=k.4\\-x-2=k.(-3)\\2=k.(y+1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=-1\\x=-5\\y=-3\end{cases}$.

Vậy $x+y=-5-3=-8$.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-2\\x>2\end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{2-\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}}=0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\frac{1}{x}\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{2-\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}}=0$.

Khi đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=+\infty$.

Khi đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là $x=2$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là 2.

Câu 25: Một người gửi ngân hàng 18 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $8\%/$ năm. Hỏi sau 7 năm người đó có bao nhiêu tiền? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 31,17. **B.** 30,85. **C.** 31,45. **D.** 31,34.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức lãi kép, ta có: $A = A_0(1+r\%)^n$

Trong đó A_0 là số tiền ban đầu gửi vào; $r\%$ là lãi suất của một kì hạn; n là số kì hạn.

Sau 7 năm người đó có số tiền là $A = 18.(1+8\%)^7 \approx 30,85$.

Câu 26: $\int \frac{2x-3}{x+1}dx$ bằng

A. $2x+5\ln|x+1|+C$. **B.** $2x-\ln|x+1|+C$. **C.** $2x+\ln|x+1|+C$. **D.** $2x-5\ln|x+1|+C$.

Lời giải

Chọn D

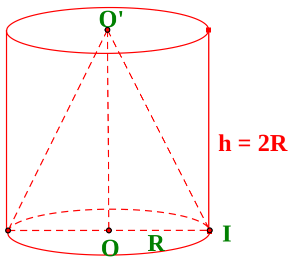
Ta có $\int \frac{2x-3}{x+1}dx = \int\left(2-\frac{5}{x+1}\right)dx = 2x-5\ln|x+1|+C$.

Câu 27: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O'), bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $2R$. Một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỉ số diện tích toàn phần của hình trụ và hình nón bằng

A. 2. **B.** $\frac{3(\sqrt{5}+1)}{2}$. **C.** $\frac{3(\sqrt{5}-1)}{2}$. **D.** $\sqrt{5}+1$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích toàn phần hình trụ là: $S_1 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 6\pi R^2$.

Đường sinh hình nón: $l = \sqrt{R^2+(2R)^2} = R\sqrt{5}$.

Diện tích toàn phần hình nón là: $S_2 = \pi Rl + \pi R^2 = \pi(\sqrt{5}+1)R^2$.

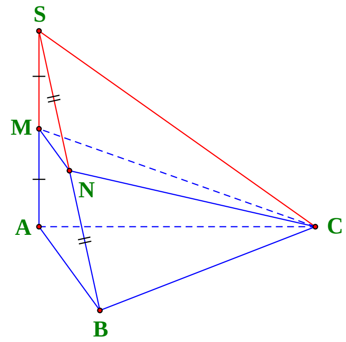
Tỉ số cần tìm là $\frac{S_1}{S_2} = \frac{6}{\sqrt{5}+1} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{2}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh bên SA, SB. Thể tích khối đa diện $MNABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn B

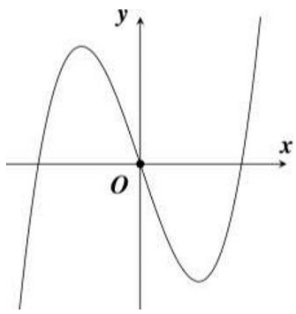


Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ta có $V_{S.MNC}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.V_{S.ABC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a^3\sqrt{3}}{6}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$;

Do đó $V_{MNABC}=V_{S.ABC}-V_{S.MNC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}-\frac{a^3\sqrt{3}}{24}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 29: Cho hàm số có đồ thị như hình. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Với m là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=0$;

n là số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Khi đó, hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có $m+n$ điểm cực trị.

Dựa vào đồ thị, $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt, hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có $3+2=5$ điểm cực trị.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Các nghiệm trên đều là nghiệm bội lẻ, do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 31: Hàm số $y=\log_{0,5}\left(-x^2+4x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;4)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $-x^2+4x>0 \Leftrightarrow 0<x<4$.

Ta có: $y=\log_{0,5}\left(-x^2+4x\right) \Rightarrow y'=\dfrac{-2x+4}{\left(-x^2+4x\right).\ln 0,5}$

Hàm số đồng biến khi: $-2x+4<0 \Leftrightarrow x>2$. Kết hợp điều kiện: $2<x<4$.

Câu 32: Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ là

A. $y'=\left(x^2-2x\right)e^x$. **B.** $y'=\left(x^2-x\right)e^x$. **C.** $y'=\left(x^2+2\right)e^x$. **D.** $y'=x^2e^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x \Rightarrow y'=(2x-2)e^x+\left(x^2-2x+2\right)e^x=x^2e^x$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$ có diện tích 16π. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+5=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-5=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-x-2y+2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S=4\pi r^2=16\pi \Leftrightarrow r=2$. Khi đó:

$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=4$

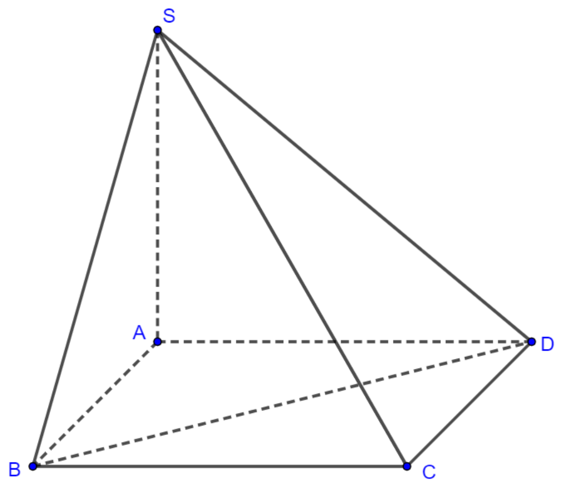
$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+5=0$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{ABD}=\dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}\Rightarrow SB=BD=2a\Rightarrow\begin{cases}AD=AB=a\sqrt{2}\\SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}\end{cases}$

Do: $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$ và $AD\perp CD$ nên:

$\left((SCD),(ABCD)\right)=\left(AD,SD\right)=SDA$

Xét tam giác SDA có: $\tan SDA=\dfrac{SA}{AD}=1\Rightarrow SDA=45°$.

Câu 35: Cho các số $a,b>0,a\neq 1$ thõa mãn $\log_{ab}\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của $\log_{a^3}\left(ab^6\right)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{13}{4}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{ab}\dfrac{a}{b}=\log_{ab}a-\log_{ab}b=\dfrac{1}{1+\log_a b}-\dfrac{1}{\log_b a+1}=\dfrac{1}{3}$

Đặt $\log_a b=t\Rightarrow\dfrac{1}{1+t}-\dfrac{1}{\dfrac{1}{t}+1}=\dfrac{1}{1+t}-\dfrac{t}{1+t}=\dfrac{1-t}{1+t}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Nên: $\log_{a^3}\left(ab^6\right)=\log_{a^3}a+\log_{a^3}b^6=\dfrac{1}{3}+2\log_a b=\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{4}{3}$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}-m^2+9m=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho được viết lại thành: $4^x-2m.2^x-m^2+9m=0$ (1).

Đặt $t=2^x>0$.

Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$x_1+x_2=3 \Rightarrow 2^{x_1+x_2}=8 \Leftrightarrow 2^{x_1}.2^{x_2}=8 \Leftrightarrow t_1.t_2=8$ thì yêu cầu bài toán tương đương phương trình $t^2-2m.t-m^2+9m=0$ có hai nghiệm dương $t_1;\ t_2$ thỏa mãn $t_1.t_2=8$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2-\left(-m^2+9m\right)>0 \\ t_1+t_2=2m>0 \\ t_1.t_2=-m^2+9m=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-9m>0 \\ m>0 \\ -m^2+9m-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=8.$$

Vậy có một giá trị thực của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 3

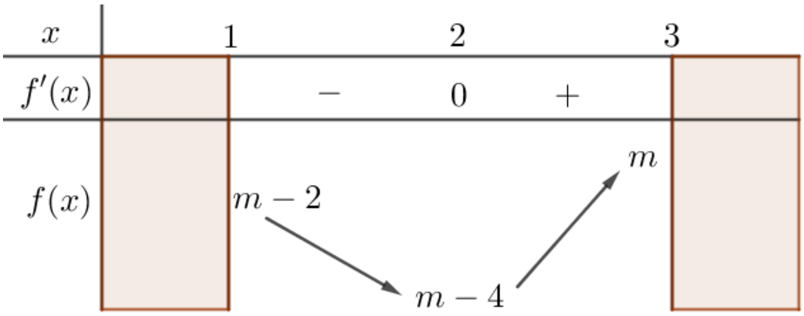
Lời giải

Chọn D

Xét hàm $f\left(x\right)=x^3-3x^2+m$ trên đoạn $\left[1;3\right]$.

Ta có: $f'\left(x\right)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



+ TH1: $m-4>0 \Leftrightarrow m>4$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=m$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3 \Leftrightarrow m\le 3$ **(Loại).**

+ TH2: $m<0 \Leftrightarrow m<0$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=4-m$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3 \Leftrightarrow 4-m\le 3 \Leftrightarrow m\ge 1$ **(Loại).**

+ TH3: $\begin{cases} m\ge 0 \\ m-4\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ m\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le 4$ thì $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|=\max\left\{4-m;m\right\}$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]}\left|x^3-3x^2+m\right|\le 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4-m\le 3 \\ 4-m\ge m \end{cases} \\ \begin{cases} m\le 3 \\ m\ge 4-m \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1\le m\le 2 \\ 2\le m\le 3 \end{array}\right.$

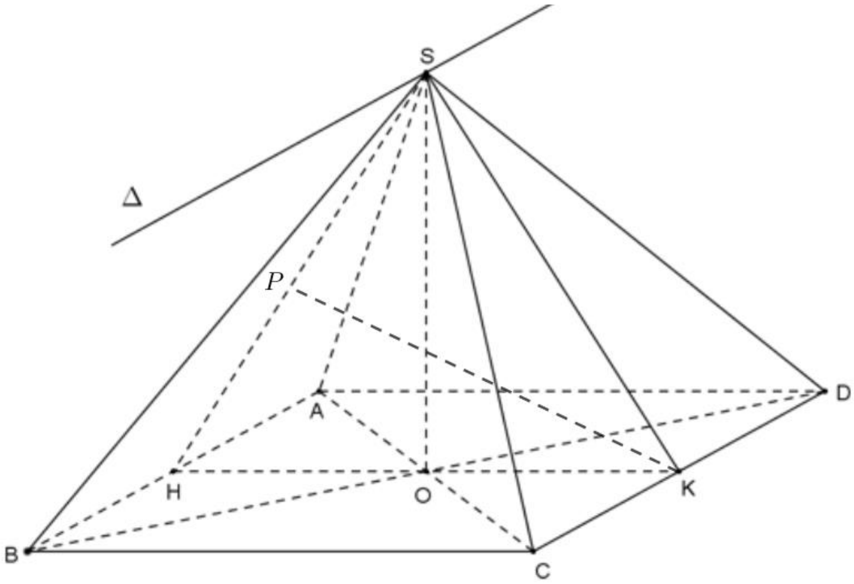
Kết hợp điều kiện và $m\in$ □ ta suy ra có 3 giá trị nguyên tham số m là $m\in\left\{1;2;3\right\}$.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SCD\right)$ bằng 60^0 và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng a. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{2a^3}{9}$ **B.** $V=\dfrac{4a^3}{9}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp AB$.

Ta có: S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

$AB\subset(SAB)$; $CD\subset(SCD)$; $AB//CD$.

Suy ra hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng Δ đi qua S, song song với AB và CD.

Gọi H; K lần lượt là trung điểm của AB và $CD\Rightarrow HK$ đi qua O và $HK\perp AB$.

Ta có: $\begin{cases} SO\perp AB \\ HK\perp AB \end{cases}\Rightarrow AB\perp(SHK)\Rightarrow\Delta\perp(SHK)$ (Do $\Delta//AB$).

$\Rightarrow((SAB);(SCD))=(SH;SK)=60^\circ\Rightarrow SH\perp SK\Rightarrow$ Tam giác SHK là tam giác đều.

Kẻ KP vuông góc SH tại P.

Do $CD//AB\subset(SAB)\Rightarrow CD//(SAB)$ nên $d(CD;AB)=d(CD;(SAB))=d(K;(SAB))=a$

Khi đó ta có: $\begin{cases} KP\perp SH \\ KP\perp AB \end{cases}\Rightarrow KP\perp(SAB)\Rightarrow d(K;(SAB))=KP=a\Rightarrow SO=a$ và $HK=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ (Do tam giác SHK là tam giác đều)

Suy ra $S_{ABCD}=HK^2=\dfrac{4a^2}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a.\dfrac{4a^2}{3}=\dfrac{4}{9}a^3$.

Câu 39: Tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-(2m+5)\log_2 x+m^2+5m+4<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[2;4]$ là

A. $(0;1)$. **B.** $[0;1]$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $[-2;0]$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_2 x \xrightarrow{x\in[2;4]} t\in[1;2]$

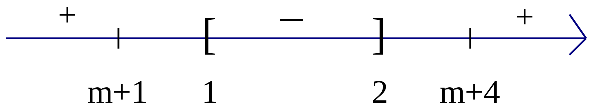
Khi đó yêu cầu bài toán tương đương:

$t^2-(2m+5)t+m^2+5m+4<0$ nghiệm đúng với mọi $t\in[1;2]$

$\Leftrightarrow t^2-(2m+5)t+(m+1)(m+4)<0,\ \forall t\in[1;2]$

$\Leftrightarrow [t-(m+1)][t-(m+4)]<0,\ \forall t\in[1;2]$

Ta có trục xét dấu:



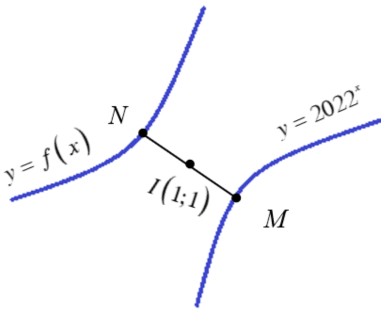
Suy ra $[1;2]\subset(m+1;m+4)\Leftrightarrow\begin{cases}m+1<1\\m+4>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m>-2\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-2;0)$

Câu 40: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=2022^x$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2+\log_{2022}\dfrac{1}{2023}\right)$ bằng

A. -2021. **B.** -2023. **C.** -2020. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A



Gọi $N\in(C):y=f(x)\Rightarrow N(x;f(x))$, M là điểm đối xứng với N qua I

$\Rightarrow M\in(S):y=2022^x$ và $I(1;1)$ là trung điểm MN

$\Rightarrow M(2-x;2-f(x))$

Mà $M\in(S)\Rightarrow 2-f(x)=2022^{2-x}\Rightarrow f(x)=2-2022^{2-x}$

Khi đó ta có:

$$f\left(2+\log_{2022}\frac{1}{2023}\right)=2-2022^{2-\left(2+\log_{2022}\frac{1}{2023}\right)}=2-2022^{\log_{2022}2023}=2-2023=-2021$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Tam giác SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. điểm O. **B.** trung điểm của SC.

C. trung điểm của AB. **D.** trung điểm của SD.

Lời giải

Chọn A

Do tam giác SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của AB. Trong $(ABCD)$ từ I kẻ đường thẳng d_1 vuông góc với AB.

Suy ra $\begin{cases} d_1 \perp (SAB) \\ O \in \mathrm{d}_1 \end{cases}$.

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là điểm O.

Câu 42: Họ nguyên hàm $\int (x + \sin 2x)\,dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **C.** $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Do $\int (x + \sin 2x)\,dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 2x}{2} + C$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = x^4 + 2mx^3 + (2m+3)x^2 + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$?

A. 6. **B.** 4.

C. 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) \ge f(2), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^4 + 2mx^3 + (2m+3)x^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $x^2 + 2mx + 2m + 3 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m - 3 \le 0 \Rightarrow -1 \le m \le 3$.

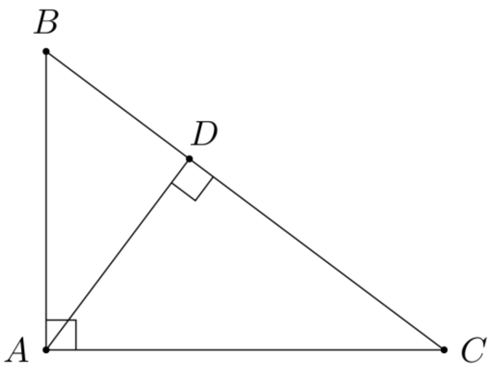
Do đó có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 44: Cho tam giác ABC vuông tại A và AD là đường cao. Biết $AB = \log y$, $AC = \log 3$, $AD = \log x$, $BC = \log 9$. Tính $\frac{y}{x}$

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** 3. **C.** $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Theo định lý Pytago ta có

$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \log^2 y + \log^2 3 = \log^2 9 \Leftrightarrow \log^2 y + \log^2 3 = 4\log^2 3$

$\Leftrightarrow \log^2 y = 3\log^2 3 \Leftrightarrow \log y = \sqrt{3}\log 3$ (vì $\log y = AB > 0$)

$\Leftrightarrow y = 10^{\sqrt{3}\log 3} = 10^{\log 3^{\sqrt{3}}} = 3^{\sqrt{3}}$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A có đường cao AD ta có

$AB.AC = AD.BC \Rightarrow \log y.\log 3 = \log x.\log 9 \Leftrightarrow \log y.\log 3 = 2\log x.\log 3 \Leftrightarrow \log y = 2\log x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\log 3 = 2\log x \Leftrightarrow \log x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\log 3 \Leftrightarrow x = 10^{\frac{\sqrt{3}}{2}\log 3} = 10^{\log 3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = 3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

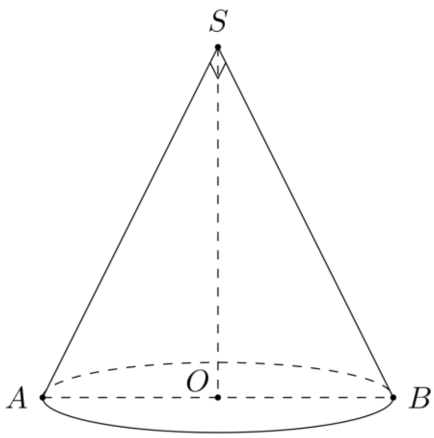
Vậy $\dfrac{y}{x} = \dfrac{3^{\sqrt{3}}}{3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = 3^{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

Câu 45: Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông tại S. Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. Tính thể tích khối nón đã cho

A. $\dfrac{16\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Theo đề ΔSAB vuông tại S và $SA = SB$ nên suy ra ΔSAB vuông cân tại S

Đặt $SA = SB = a$ suy ra $AB = a\sqrt{2}$ và đường cao $SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Diện tích tam giác SAB là $S = \dfrac{1}{2}SA.SB = \dfrac{a^2}{2}$

Ta có $p = \dfrac{SA+SB+AB}{2} = \dfrac{a+a+a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a+a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra $S = pr = \frac{2a + a\sqrt{2}}{2}.2\left(\sqrt{2}-1\right) = \left(2a + a\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$

Từ đó suy ra $\left(2a + a\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right) = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$

Suy ra $SO = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}.\sqrt{2}}{2} = 2$

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi.OB^2.SO = \frac{1}{3}\pi.2^2.2 = \frac{8\pi}{3}$

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc AOB nhọn?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị

$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow x+1 = (2x+m)(x-1) \Leftrightarrow x+1 = 2x^2 - 2x + mx - m$

$\Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0$

Đặt $g(x) = 2x^2 + (m-3)x - m - 1$

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_A, x_B khác 1, nghĩa là

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 8(m+1) > 0 \\ 2 + m - 3 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 + 8m + 8 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 17 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases}$ (đúng)

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} S = x_A + x_B = \frac{3-m}{2} \\ P = x_A x_B = -\frac{m+1}{2} \end{cases}$

Từ đó suy ra tọa độ điểm $A(x_A; 2x_A + m)$, $B(x_B; 2x_B + m)$

Ta có $OA = \sqrt{x_A^2 + (2x_A + m)^2}$, $OB = \sqrt{x_B^2 + (2x_B + m)^2}$,

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (2x_B - 2x_A)^2} = \sqrt{5(x_B - x_A)^2}$

Áp dụng định lý cos trong ΔOAB ta có

$\cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA.OB}$

Theo đề, góc AOB nhọn nên

$\cos AOB > 0 \Leftrightarrow \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA.OB} > 0 \Leftrightarrow OA^2 + OB^2 > AB^2$

$\Leftrightarrow x_A^2 + (2x_A + m)^2 + x_B^2 + (2x_B + m)^2 > 5(x_B - x_A)^2$

$\Leftrightarrow x_A^2 + 4x_A^2 + 4m(x_A + x_B) + x_B^2 + 4x_B^2 + 2m^2 > 5\left(x_A^2 - 2x_A x_B + x_B^2\right)$

$\Leftrightarrow 4m(x_A + x_B) + 2m^2 > -10x_A x_B$

$$\Leftrightarrow 4mS + 2m^2 > -10P \Leftrightarrow 4m\left(\frac{3-m}{2}\right) + 2m^2 > \frac{10(m+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2m(3-m) + 2m^2 > 5(m+1) \Leftrightarrow 6m - 2m^2 + 2m^2 > 5m + 5 \Leftrightarrow m > 5$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-10;10]$ nên suy ra $m \in \{6;7;8;9;10\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa đề.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^3 + x^2 - 5x - m + 2\right| = \left|x^3 - x^2 - x - 2\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|x^3 + x^2 - 5x - m + 2\right| = \left|x^3 - x^2 - x - 2\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 + x^2 - 5x - m + 2 = x^3 - x^2 - x - 2 \\ x^3 + x^2 - 5x - m + 2 = -x^3 + x^2 + x + 2 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - 4x + 4 = m \\ 2x^3 - 6x = m \end{array}\right. (1).$$

Xét hàm số $h(x) = 2x^3 - 6x$. Ta có $h'(x) = 6x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x \pm 1$.

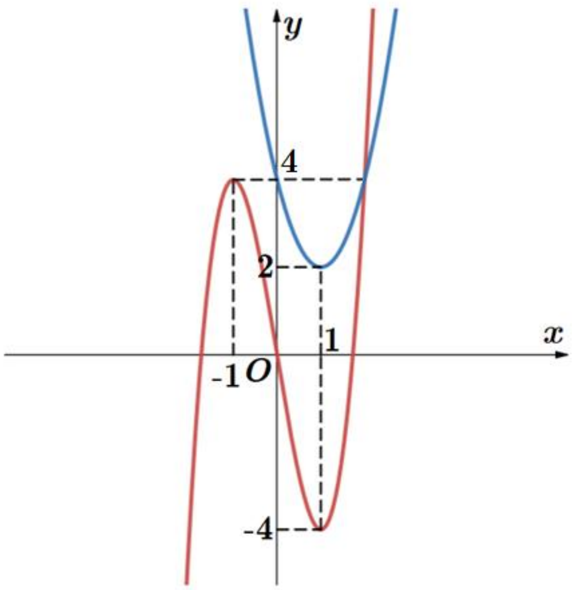
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Xét hàm số $g(x) = 2x^2 - 4x + 4$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Phát họa đồ thị của hàm số $h(x) = 2x^3 - 6x$ và $g(x) = 2x^2 - 4x + 4$ trên mặt phẳng tọa độ:



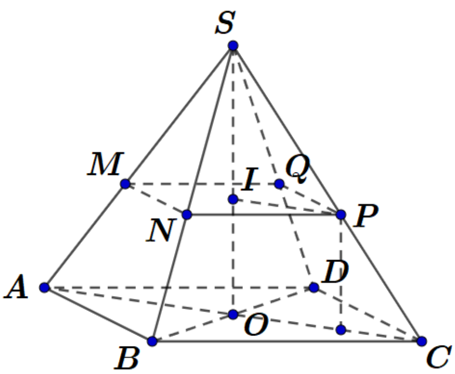
Từ hình vẽ ta thấy để (1) có 5 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2 < m < 4$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với SO và cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q. Một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối trụ lớn nhất bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{27}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $OC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do $(MNPQ)$ song song với mặt đáy nên $\dfrac{IP}{OC} = \dfrac{SI}{SO} \Leftrightarrow \dfrac{IP}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{SI}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow IP = SI$.

$\Rightarrow IO = SO - OI = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} - IP$.

Khi đó ta có thể tích khối trụ là $V = IO.\pi.IP^2 = \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - IP\right)IP^2$

Cách 1:

Đặt $x = IP$ với $0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}$, khi đó:

Xét hàm số $f(x) = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - x\right)x^2$ với $0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $f'(x) = xa\sqrt{2} - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & (l) \\ x = \frac{a\sqrt{2}}{3} & (n) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{a\sqrt{2}}{3}$		$\frac{a\sqrt{2}}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{x\in\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} f(x) = f\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{a^3\sqrt{2}}{27} \Rightarrow V_{\max} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{27}$.

Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức Am – Gm:

$$V = \frac{1}{2}\pi\left(a\sqrt{2} - 2IP\right)IP.IP \le \frac{1}{2}\pi\frac{\left(a\sqrt{2} - 2IP + IP + IP\right)^3}{27} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{27}.$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a\sqrt{2} - 2IP = IP \Leftrightarrow IP = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49: Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (2;3]$ **B.** $a \in (6;7]$ **C.** $a \in (8;+\infty)$ **D.** $a \in (-6;-5]$

Lời giải

Chọn B

Đot $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \ge \frac{3}{4}, \left(t \ge \frac{3}{4}\right)$.

Ta có: $x^2 - x + 2 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 + 1 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0$.

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}, \left(t \geq \frac{3}{4}\right)$.

Ta được bất phương trình $t + 1 + a\ln t \geq 0\,(2), \left(t \geq \frac{3}{4}\right)$.

Đặt $f(t) = t + 1 + a\ln t \geq 0 \Rightarrow f'(t) = 1 + \frac{a}{t} > 0, \forall t \geq \frac{3}{4}$.

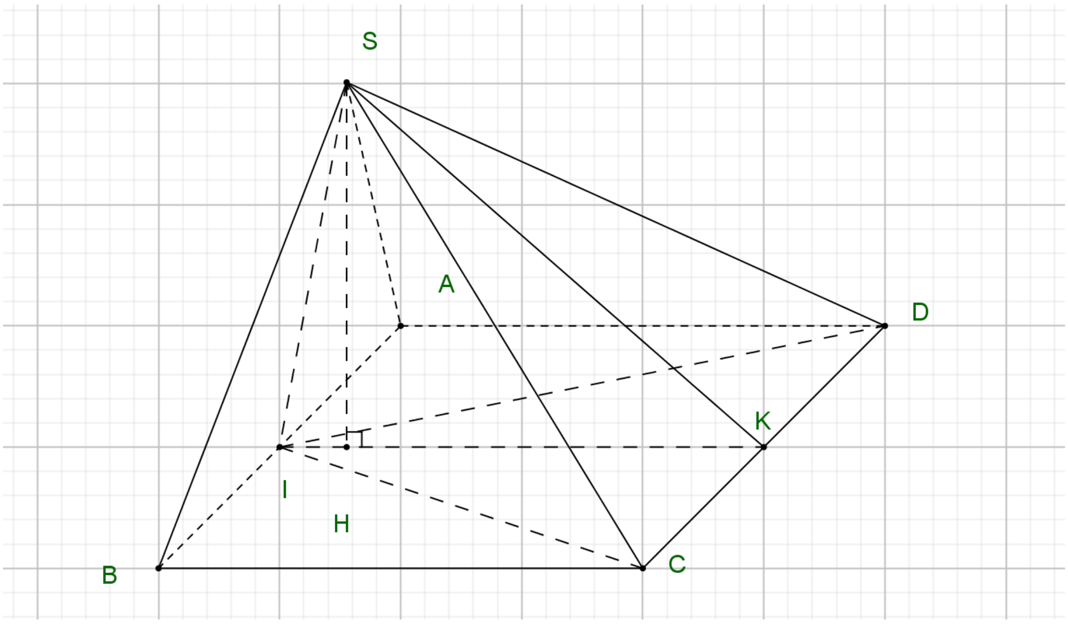
Do đó để bất phương trình (2) nghiệm đúng $\forall t \geq \frac{3}{4}$ điều kiện là $f\left(\frac{3}{4}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4} + a\ln\frac{3}{4} \geq 0 \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4\ln\frac{3}{4}} \approx 6.09.$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = \frac{a\sqrt{14}}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} AB \perp IK \\ AB \perp SI \end{cases} \Rightarrow IK \perp (SIK)$.

$$\begin{cases} IK \perp (SIK) \\ IK \subset (ABCD) \\ (ABCD) \cap (SIK) = IK \\ SH \perp IK \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

Ta có $SK^2 = SD^2 - DK^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow SK = \frac{\sqrt{13}}{2}a$.

$IK = a; SI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow p = \frac{SK + SI + IK}{2} = \frac{\left(2 + \sqrt{3} + \sqrt{13}\right)a}{4}.$

Diện tích tam giác SIK là: $k = \sqrt{p\left(p - \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)(p-a)\left(p - \frac{\sqrt{13}}{2}a\right)} = \frac{\sqrt{3}}{8}a^2.$

Độ dài $SH = \frac{2k}{IK} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.a^2 = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{3}}{4}a.a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

--------- HẾT ---------