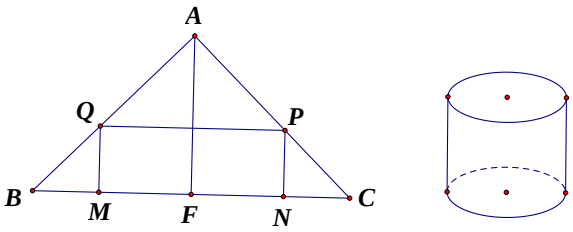
TRƯỜNG THPT VIỆT TRÌ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022 - 2023 – LẦN 1

Câu 1: Nghiệm của phương trình $3^{3x+5}=3^{1-x}$ là :

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 2: Người ta muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác vuông cân ABC tại A có $BC=2m$. Người ta muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có ciều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà người ta có thể làm được là



A. $\frac{4}{9\pi}\left(m^3\right)$. **B.** $\frac{2}{27\pi}\left(m^3\right)$. **C.** $\frac{2}{9\pi}\left(m^3\right)$. **D.** $\frac{4}{27\pi}\left(m^3\right)$.

Câu 3: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+\left(m^2+1\right)x+m^2+12$ trên đoạn $\left[2;8\right]$ bằng 25. Giá trị của tham số m bằng

A. $m=\pm3$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=\pm2$. **D.** $m=\pm5$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\log_{2022}\left(2022^x-x-\frac{x^2}{2}-m\right)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $\left[0;+\infty\right)$.

A. $m<1$. **B.** $m>9$. **C.** $m<2$. **D.** $0<m<1$.

Câu 5: Phương trình $\log_3\left(x+2\right)+\frac{1}{2}\log_3\left(x-5\right)^2+\log_{\frac{1}{3}}8=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

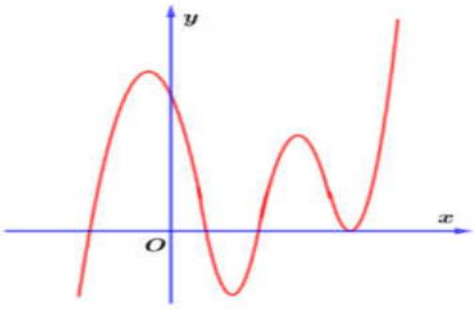
Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y=x^{-5}$ là.

A. $y'=-\frac{1}{5}x^{-4}$. **B.** $y'=-\frac{1}{5}x^{-6}$. **C.** $y'=-5x^{-6}$. **D.** $y'=-5x^{-4}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=1,u_4=-8$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(x\right)$ là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là:

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty]$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 10: Cho các số thực $x;y$ thỏa mãn $e^{x^2+2y^2}+e^{xy}\left(x^2-xy+y^2-1\right)-e^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+xy}$. Tính $M-m$:

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=2$. **D.** $M-m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 11: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $5a^2$ và chiều cao $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $30a^3$. **B.** $15a^2$. **C.** $15a^3$. **D.** $5a^3$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{20p}{3}$. **B.** $20p$. **C.** $\dfrac{10p}{3}$. **D.** $10p$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+¥)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-¥;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 15: $\grave{o}\ 2x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}x^3+C$. **B.** x^2+C. **C.** x^3+C. **D.** $\dfrac{x^2}{3}+C$.

Câu 16: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ liên tục trên ¡ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\,\hat{I}\,[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f(\sin x+\sqrt{3}\cos x+mx)$ nghịch biến trên ¡

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 17: Tìm bán kính ¡ của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $\sqrt{3}a$

A. $R=\frac{3a}{2}$. **B.** $R=\sqrt{6}a$. **C.** $R=\frac{a}{2}$. **D.** $R=3a$.

Câu 18: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+4$ trên đoạn $[-3;4]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 30. **B.** 81. **C.** 79. **D.** 80.

Câu 19: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao $h=a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy của hình nón tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính thể tích của khối nón tạo bởi hình nón trên biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

A. $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60^0, góc giữa SA và mặt đáy bằng 45^0. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt[3]{3V}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt[3]{V}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{3V}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt[3]{9V}}{2}$.

Câu 22: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y=2x+3$ tại điểm

A. $D(3;9)$. **B.** $C(2;7)$. **C.** $A(2;5)$. **D.** $B(-2;-1)$.

Câu 23: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, sao cho mỗi số tự nhiên đó chia hết cho 3?

A. 216. **B.** 96. **C.** 625. **D.** 120.

Câu 24: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AA'=a$, $A'B=a\sqrt{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

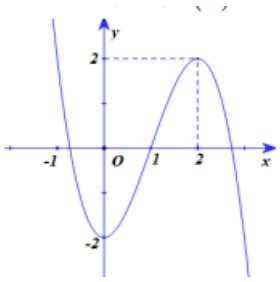
A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $2a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 25: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB=3a, AD=4a$, AA'= $2\sqrt{5}a$ thì cosin góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

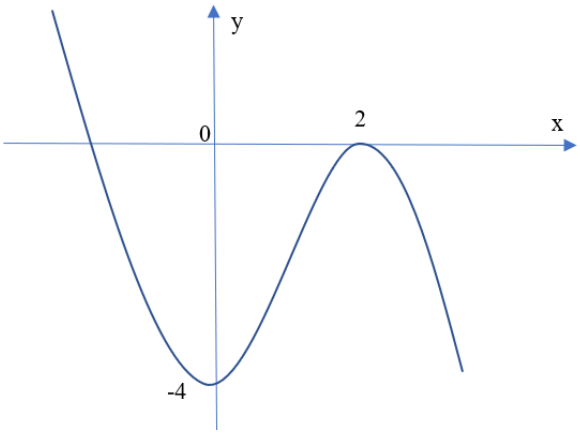
Câu 27: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+1)>2$

A. $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{-1}{2};4\right)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 28: Cho mặt cầu S bán kính $r=3$. Tính diện tích mặt cầu đã cho:

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 27π.

Câu 29: Đồ thị hàm số dưới đây có dạng như đường cong hình bên



A. $y=x^3-3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+3x^2-4$. **C.** $y=-2x^3-6x^2+4$. **D.** $y=-x^4+2x^2-4$.

Câu 30: Trong không gian cho tam giác vuông ABC tại A, $AB=a$ và $BC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V=3\pi a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=2\pi a^3$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$ và $f(0)=1$, $f(1)=-2$. Giá trị $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $2+\ln 15$. **B.** $\ln 15-1$. **C.** $3-\ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Câu 32: Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{1-x}{2^x}$

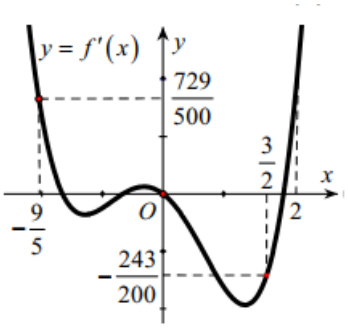
A. $y'=\frac{2-x}{2^x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{(2^x)^2}$. **C.** $y'=\frac{x-2}{2^x}$. **D.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{2^x}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $3a$. Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên đoạn AB, AD sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{DN}{DA}=\frac{1}{3}$. Gọi O là giao điểm của BN và CM.

Biết SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=\frac{5}{13}a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{12}{13}a$. **B.** $\frac{10}{13}a$. **C.** $\frac{23}{13}a$. **D.** $\frac{15}{13}a$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có $f''(0)=-\frac{81}{100}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới



Hỏi hàm số $y=\left|f(x)+\frac{81}{200}x^2-m\right|$, ($m$ là tham số) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trên nửa khoảng $\left(-\frac{9}{5};2\right]$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

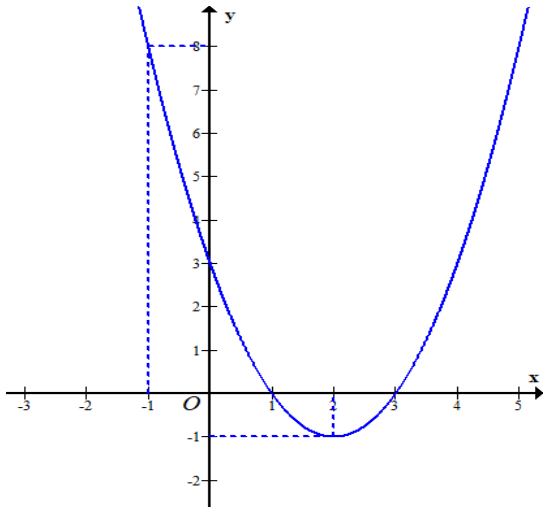
Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

A. $y=-3$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-3$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hàm số $g(x)=f\left(2x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 37: Với a là số thực dương tùy ý, $6\log\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $-2\log a$. **B.** $2\log a$. **C.** $18\log a$. **D.** $-6\log a$.

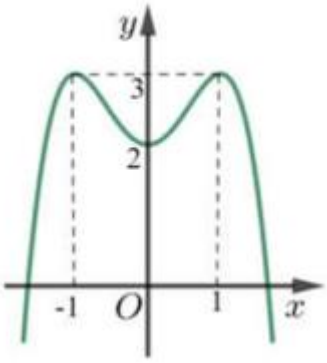
Câu 38: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. πa^3. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 39: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^9 dx$?

A. $\frac{1}{20}(x^2+7)^{10}+C$. **B.** $9(x^2+7)^8+C$. **C.** $\frac{1}{16}(x^2+7)^8+C$. **D.** $\frac{1}{10}\left(x^2+7\right)^{10}+C$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{2022}{1010}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 41: Cho $\int f(x)dx=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=\sin x$. **B.** $f(x)=-\cos x$. **C.** $f(x)=-\sin x$. **D.** $f(x)=\cos x$.

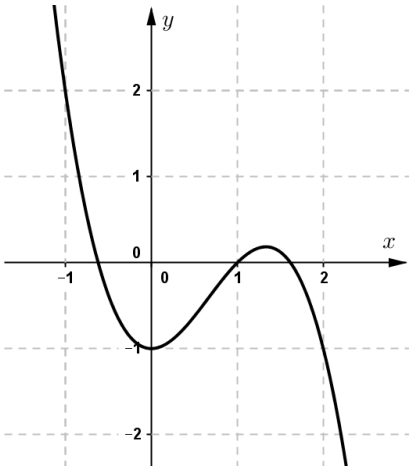
Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	↗	2	↘ $-\infty$	‖ 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f\left(x^3+2x\right)|=3$ là



A. 8 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là h nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R. Tìm h theo R để thể tích khối chóp là lớn nhất.

A. $h=\sqrt{2}R$. **B.** $h=\dfrac{4R}{3}$. **C.** $h=\dfrac{3R}{2}$. **D.** $h=\sqrt{3}R$.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB=a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{7a}{16}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{7a}{12}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$, $y=f\left(x\right)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $\left(0;+\infty\right)$ và thỏa mãn $f\left(3\right)=\dfrac{4}{9}$ và $\left[f'\left(x\right)\right]^2=\left(x+1\right)f\left(x\right)$. Tính $f\left(8\right)$

A. $f\left(8\right)=49$. **B.** $f\left(8\right)=\dfrac{49}{64}$. **C.** $f\left(8\right)=256$. **D.** $f\left(8\right)=\dfrac{1}{16}$.

Câu 47: Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn $c\log 2=a\log 4+b\log 8$ mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $c=3a+2b$. **B.** $c=a^3b^2$. **C.** $c=a+b$. **D.** $c=2a+3b$.

Câu 48: Một người bỏ ngẫu nhiên 3 lá thư vào 3 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để các lá thư đúng địa chỉ là.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Kết luận nào sau đây đúng

A. Hàm số có 2 điểm cực tiểu. **B.** Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số có 2 điểm cực đại. **D.** Hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 50: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r=3$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 45π. **C.** 25π. **D.** 15π.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2D	3B	4A	5D	6C	7A	8D	9C	10B	11C	12D	13C	14D	15B
16B	17A	18C	19A	20D	21D	22B	23A	24C	25B	26C	27B	28B	29B	30A
31B	32D	33D	34C	35B	36B	37B	38D	39A	40D	41A	42C	43C	44B	45D
46A	47D	48C	49A	50B										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

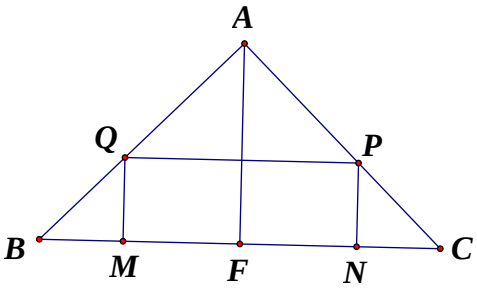
Câu 1: Nghiệm của phương trình $3^{3x+5}=3^{1-x}$ là :

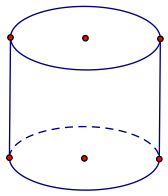
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Ta có $3^{3x+5}=3^{1-x}\Leftrightarrow 3x+5=1-x\Leftrightarrow 4x=-4\Leftrightarrow x=-1$.

Câu 2: Người ta muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác vuông cân ABC tại A có $BC=2m$. Người ta muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có ciều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà người ta có thể làm được là





A. $\frac{4}{9\pi}\left(m^3\right)$. **B.** $\frac{2}{27\pi}\left(m^3\right)$. **C.** $\frac{2}{9\pi}\left(m^3\right)$. **D.** $\frac{4}{27\pi}\left(m^3\right)$.

Lời giải

Đặt $MN=x$, $QM=h$, $x\hat{I}\ (0;2)$.

Chu vi đáy hình trụ là $x=2\pi r\Rightarrow r=\frac{x}{2\pi}$.

Ta có $QM\ //\ AF$ (do cùng vuông góc với BF)

$\Rightarrow\frac{QM}{AF}=\frac{BM}{BF}$ (hệ quả định lý Talet) $\Rightarrow\frac{h}{1}=\frac{1-\frac{x}{2}}{1}\Rightarrow h=1-\frac{x}{2}$.

Thể tích hình trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2.\left(1-\frac{x}{2}\right)=\frac{x^2}{4\pi}-\frac{x^3}{8\pi}$.

Xét hàm số: $f\left(x\right)=\frac{x^2}{4\pi}-\frac{x^3}{8\pi}\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{2x}{4\pi}-\frac{3x^2}{8\pi}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{4}{3}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{4}{3}$		2
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{4}{27\pi}$	$\searrow$	

Vậy Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà người ta có thể làm được là $\frac{4}{27\pi}\left(m^3\right)$.

Câu 3: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + \left(m^2+1\right)x + m^2 + 12$ trên đoạn $\left[2;8\right]$ bằng 25. Giá trị của tham số m bằng

A. $m = \pm 3$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m = \pm 5$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + m^2 + 1 > 0 \ \ \forall m, x \in \square$.

$\min\limits_{[2;8]} y = 25 \Leftrightarrow y(2) = 25 \Leftrightarrow 2^3 + \left(m^2+1\right).2 + m^2 + 12 = 25 \ \Leftrightarrow 3m^2 = 3$

$\Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2022}\left(2022^x - x - \frac{x^2}{2} - m\right)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $\left[0;+\infty\right)$.

A. $m < 1$. **B.** $m > 9$. **C.** $m < 2$. **D.** $0 < m < 1$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{2022}\left(2022^x - x - \frac{x^2}{2} - m\right)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $\left[0;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow 2022^x - x - \frac{x^2}{2} - m > 0, \forall x \in \left[0;+\infty\right) \Leftrightarrow m < f(x) = 2022^x - x - \frac{x^2}{2}, \forall x \in \left[0;+\infty\right)$

$m < \min\limits_{[0;+¥)} f(x)$.

Ta có: $f'(x) = 2022^x.\ln 2020 - 1 - x$ xác định và liên tục trên $\left[0;+\infty\right)$.

$f''(x) = 2022^x.\left(\ln 2020\right)^2 - 1 > 0, \forall x \in \left[0;+\infty\right)$.

Suy ra: $f'(x)$ đồng biến trên $\left[0;+\infty\right) \Rightarrow f'(x) > f'(0) = \ln 2022 - 1 > 0, \forall x \in \left[0;+\infty\right)$.

Suy ra $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\left[0;+\infty\right) \Rightarrow \min\limits_{[0;+\infty)} f(x) = f(0) = 1$.

Vậy: $m < 1$.

Câu 5: Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_3(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$.

$\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_3(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x+2) + \log_3|x-5| = \log_3 8$

$\Leftrightarrow \log_3\left[(x+2)|x-5|\right] = \log_3 8 \Leftrightarrow (x+2)|x-5| = 8$.

TH1: $x > 5$, ta có: $(x+2)(x-5) = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \ \ (tm) \\ x = -3 \ \ (l) \end{array}\right.$.

TH2: $-2 < x < 5$, ta có: $(x+2)(x-5) = -8 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ (tm).

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = x^{-5}$ là.

A. $y' = -\frac{1}{5}x^{-4}$. **B.** $y' = -\frac{1}{5}x^{-6}$. **C.** $y' = -5x^{-6}$. **D.** $y' = -5x^{-4}$.

Lời giải

Ta có: $y = x^{-5}$ suy ra $y' = -5x^{-6}$.

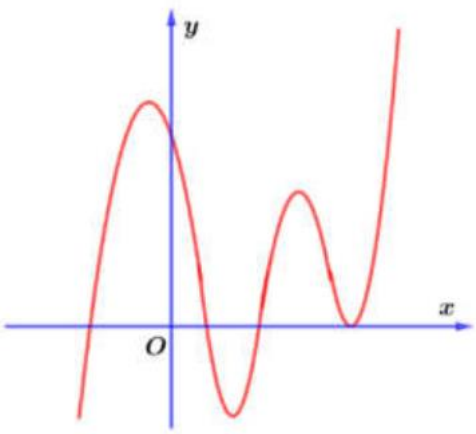
Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_4 = -8$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Rightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

+ Giả sử đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt Ox tại 4 điểm theo thứ tự $a<b<c<d$, khi đó

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \\ x=d \end{array}\right..$$

+ Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗		↗	

+Nhìn BBT, ta thấy hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là:

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty]$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

+ Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

+ Vậy TXĐ $D=(1;+\infty)$.

Câu 10: Cho các số thực $x;y$ thỏa mãn $e^{x^2+2y^2}+e^{xy}(x^2-xy+y^2-1)-e^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+xy}$. Tính $M-m$:

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=2$. **D.** $M-m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

+ Đặt $a=x^2+2y^2; b=1+xy+y^2 \Rightarrow a-b=x^2+y^2-1-xy$. Theo bài ra ta có $e^a+e^{xy}(a-b)-e^b=0 \Leftrightarrow e^a-e^b=e^{xy}(b-a)$ $(*)$.

+ Nếu $a>b$ thì $e^a-e^b>0; e^{xy}(b-a)<0$, do đó không thỏa mãn phương trình $(*)$, loại.

+Nếu $a<b$ thì $e^a-e^b<0; e^{xy}(b-a)>0$, không thỏa mãn phương trình $(*)$, loại.

+ Nếu $a=b$ thì $e^a-e^b=0=e^{xy}(b-a)$, thỏa mãn.

Vậy $a=b \Leftrightarrow x^2+y^2-1-xy=0 \Leftrightarrow 1+xy=x^2+y^2$, khi đó $P=\dfrac{1}{x^2+y^2}$.

+ Ta có $xy \le \dfrac{x^2+y^2}{2} \Rightarrow x^2+y^2=1+xy \le 1+\dfrac{x^2+y^2}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2}{2} \le 1 \Leftrightarrow x^2+y^2 \le 2 \Rightarrow P \ge \dfrac{1}{2}$.

Vậy $P_{\min}=\dfrac{1}{2}=m$. Dấu bằng xảy ra khi $x=y=1$.

+Mặt khác, $x^2+y^2\ge -2xy \Leftrightarrow xy\ge -\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)$, nên

$$x^2+y^2=1+xy\ge 1-\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x^2+y^2\right)\ge 1\Leftrightarrow x^2+y^2\ge \frac{2}{3}\Rightarrow P=\frac{1}{x^2+y^2}\le \frac{3}{2}.$$

Vậy $P_{\max}=\frac{3}{2}=M$. Dấu bằng xảy ra khi $x=-y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$.

+ Do đó $M-m=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

Câu 11: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $5a^2$ và chiều cao $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $30a^3$. **B.** $15a^2$. **C.** $15a^3$. **D.** $5a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h = 5a^2.3a = 15a^3$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{20p}{3}$. **B.** $20p$. **C.** $\frac{10p}{3}$. **D.** $10p$.

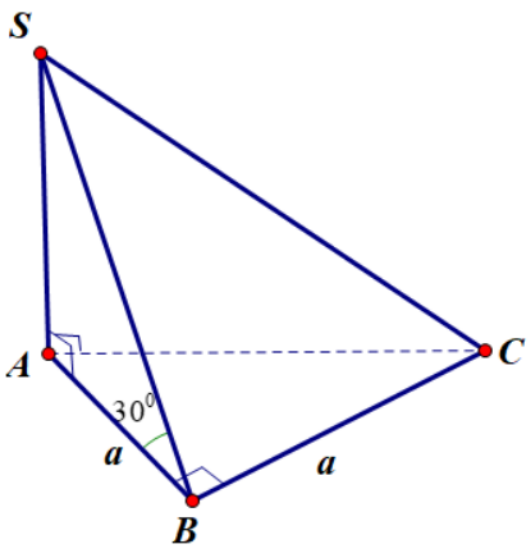
Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = prl = p.2.5 = 10p$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SBA} = 30^0$.

Ta có: $SA = AB.\tan 30^0 = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}.a.a = \frac{a^2}{2}$.

Vậy: $V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+¥)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-¥;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 15: $\grave{o}\, 2xdx$ bằng

A. $\frac{1}{3}x^3 + C$. **B.** $x^2 + C$. **C.** $x^3 + C$. **D.** $\frac{x^2}{3} + C$.

Lời giải

Ta có: $\grave{o}\, 2xdx = x^2 + C$.

Câu 16: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ liên tục trên ¡ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $g(x) = f(\sin x + \sqrt{3}\cos x + mx)$ nghịch biến trên ¡

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Ta có: $g'(x) = f'(\sin x + \sqrt{3}\cos x + mx).(\cos x - \sqrt{3}\sin x + m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x) \geq 0; \forall x \in$ ¡ nên để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên ¡ thì $g'(x) \leq 0; \forall x \in$ ¡ .

Suy ra: $\cos x - \sqrt{3}\sin x + m \leq 0; \forall x \in$ ¡ .

Û $2(\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x) + m$ £ $0;"x$ Î ¡

Û $2\cos\left(x + \frac{p}{3}\right)$ £ $-m;"x$ Î ¡

Û $\cos\left(x + \frac{p}{3}\right)$ £ $\frac{-m}{2};"x$ Î ¡

Suy ra: $\frac{-m}{2}$ ³ 1 Û m £ -2

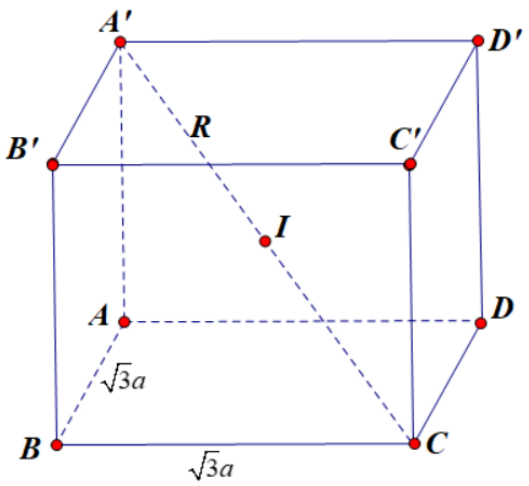
Vì m nguyên và m Î $[-10;10]$ nên m Î $\{-10;-9;...;-2\}$.

Vậy có 9 giá trị của m.

Câu 17: Tìm bán kính ¡ của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $\sqrt{3}a$

A. $R = \frac{3a}{2}$. **B.** $R = \sqrt{6}a$. **C.** $R = \frac{a}{2}$. **D.** $R = 3a$.

Lời giải



Đường chéo của hình lập phương $A'C$ là: $A'C = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = 3a$

Gọi I là trung điểm của $A'C$ thì I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương, nên bán kính $R = \frac{3a}{2}$.

Câu 18: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ trên đoạn $[-3;4]$. Tổng $M + m$ bằng

A. 30. **B.** 81. **C.** 79. **D.** 80.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

$f(-3) = 31, f(1) = -1, f(4) = 80$.

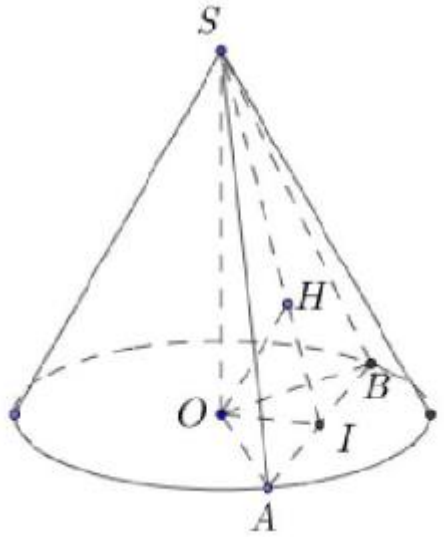
$\Rightarrow M = 80, m = -1$.

Vậy $M + m = 80 - 1 = 79$.

Câu 19: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao $h=a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy của hình nón tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính thể tích của khối nón tạo bởi hình nón trên biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

A. $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm của đường tròn đáy. I là trung điểm của AB.

Gọi H là hình chiếu của O trên $SI \Rightarrow OH \perp SI$.

$$\left.\begin{matrix} AB\perp OI \\ AB\perp SO \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB\perp (SOI) \Rightarrow AB\perp OH.$$

Ta có $OH\perp SI, OH\perp AB \Rightarrow OH\perp (SAB)$.

$$\Rightarrow d\left(O;(P)\right)=OH=\frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

Áp dụng công thức $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OI^2}=\frac{1}{OH^2}-\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2}-\frac{1}{a^2}$

$$=\frac{2}{a^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{1}{a^2} \Rightarrow OI=a.$$

$$OB=\sqrt{OI^2+IB^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=2a.$$

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi.OB^2.SO=\frac{1}{3}\pi.4a^2.a=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

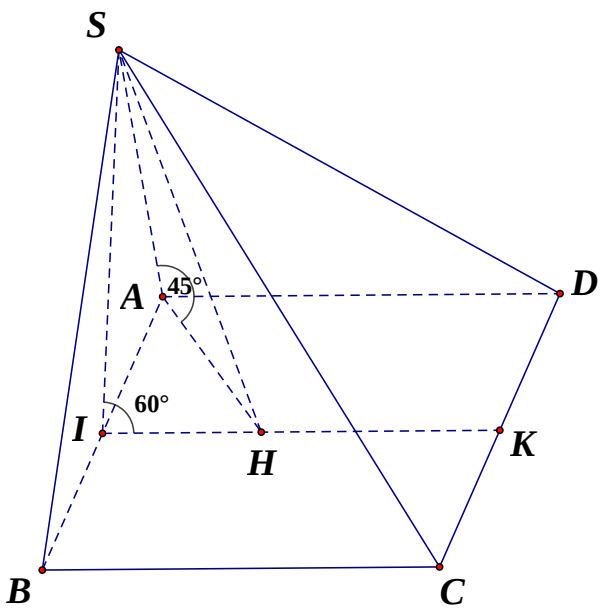
Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.3a^2.2a=2a^3$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60^0, góc giữa SA và mặt đáy bằng 45^0. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt[3]{3V}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt[3]{V}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{3V}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt[3]{9V}}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm AB, K là trung điểm DC.

Suy ra $SI\perp AB$ (Vì ΔSAB cân); $IK\perp AB$ (Vì $IK//BC$).

Kẻ $SH\perp IK$.

$$\left.\begin{array}{l}SI\perp AB\\IK\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp(SIK).$$

$$\left.\begin{array}{l}SH\perp IK\\SH\perp AB\left(SH\subset(SIK)\right)\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD).$$

Ta có $IH=SH.\cot 60^0=\frac{SH}{\sqrt{3}}$ và $AH=SH$ (Vì ΔSAH vuông cân tại H).

$$AI=\sqrt{AH^2-IH^2}=\sqrt{SH^2-\frac{SH^2}{3}}=\frac{SH\sqrt{6}}{3}.$$

$$AB=2AI=\frac{2SH\sqrt{6}}{3}.$$

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}SH.AB^2$$

$$\Rightarrow SH.AB^2=3V$$

$\Leftrightarrow SH.\dfrac{4SH^2.6}{9}=3V \Leftrightarrow 24SH^3=27V \Leftrightarrow SH=\sqrt[3]{\dfrac{27V}{24}}=\dfrac{\sqrt[3]{9V}}{2}$.

Câu 22: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y=2x+3$ tại điểm

A. $D(3;9)$. **B.** $C(2;7)$. **C.** $A(2;5)$. **D.** $B(-2;-1)$.

Lời giải

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là $x=2$.

Thay $x=2$ vào $\Delta: y=2x+3$ ta được $y=7$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $\Delta: y=2x+3$ tại điểm $C(2;7)$

.

Câu 23: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, sao cho mỗi số tự nhiên đó chia hết cho 3?

A. 216. **B.** 96. **C.** 625. **D.** 120.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$.

Theo đề bài $\overline{abcde}\,\vdots\,3$.

Một số tự nhiên $\overline{abcde}$ có 5 chữ số chia hết cho 3 khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Nhận thấy một số tự nhiên thoả yêu cầu bài toán sẽ không đồng thời có mặt các chữ số 0 và 3. Do đó ta chia làm 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $\overline{abcde}$ không có chữ số 0.

Khi đó 5 chữ số còn lại có tổng của chúng chia hết cho 3, nên số số tự nhiên thoả mãn là $5!$ số.

Trường hợp 2: $\overline{abcde}$ không có chữ số 3.

Chọn chữ số a có 4 cách.

Chọn $\overline{bcde}$ có $4!$ cách.

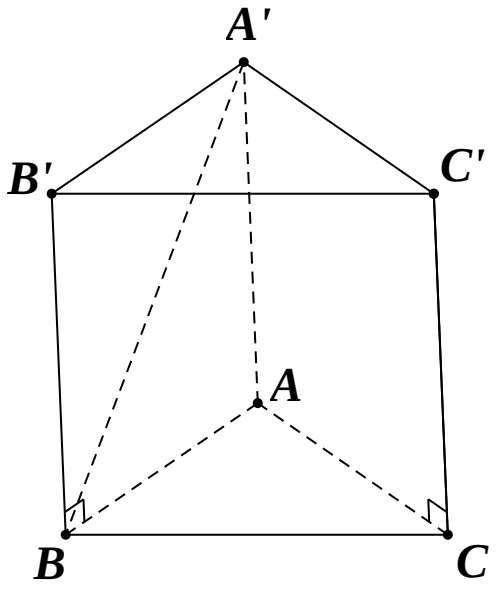
Suy ra trường hợp này ta có $4.4!$ số.

Vậy theo quy tắc cộng ta có tất cả $5!+4.4!=216$ số.

Câu 24: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AA'=a$, $A'B=a\sqrt{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $2a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải



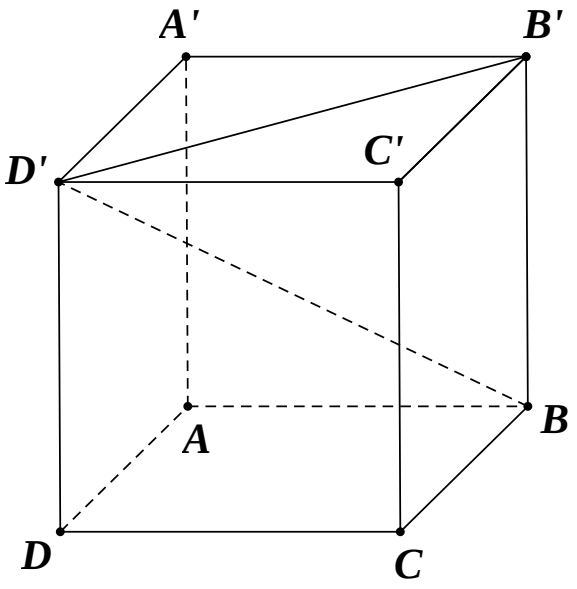
Xét $\Delta ABA'$ có $AB = \sqrt{A'B^2 - AA'^2} = 2a$. Có diện tích đáy là $S = \frac{1}{2}.2a.2a = 2a^2$

Thể tích là: $V = AA'.S = 2a^3$.

Câu 25: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 3a, AD = 4a$, AA'= $2\sqrt{5}a$ thì cosin góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải



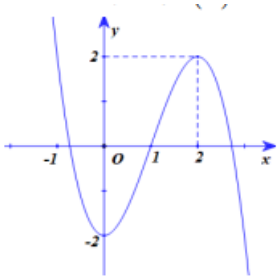
Góc giữa BD' và đáy $(A'B'C'D')$ là $BD'B'$

Có $B'D' = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$

Vậy $\tan BD'B' = \frac{BB'}{B'D'} = \frac{2\sqrt{5}a}{5a} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos BD'B' = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có: $f'(x) > 0$ khi đồ thị của nó nằm phía trên trục hoành, do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biên trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$. Từ đó chọn đáp án $(1;2)$.

Câu 27: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+1) > 2$

A. $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{-1}{2};4\right)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Xét phương trình $\log_3(2x+1) > 2$

Điều kiện $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{-1}{2}$

Ta có $\log_3(2x+1) > 2 \Leftrightarrow 2x+1 > 3^2 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy $S = (4;+\infty)$.

Câu 28: Cho mặt cầu S bán kính $r = 3$. Tính diện tích mặt cầu đã cho:

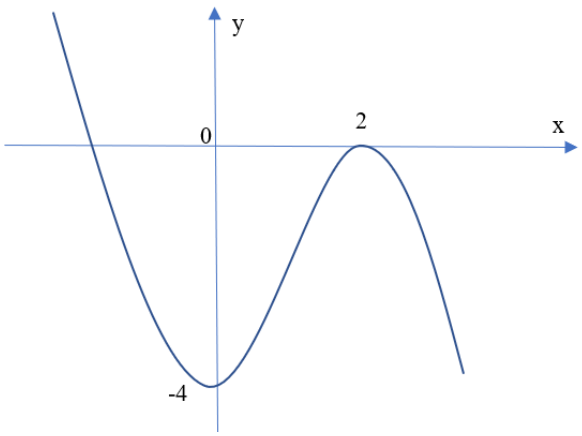
A. 12π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 27π.

Lời giải

Diện tích mặt cầu $S = 4.r^2\pi = 36\pi$.

Vậy $S = 4.r^2\pi = 36\pi$.

Câu 29: Đồ thị hàm số dưới đây có dạng như đường cong hình bên



A. $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **C.** $y = -2x^3 - 6x^2 + 4$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 4$.

Lời giải

Đồ thị hàm trên làm hàm bậc 3 với $a<0$ và hệ số tự do âm nên đáp án **B.**

Câu 30: Trong không gian cho tam giác vuông ABC tại A, $AB=a$ và $BC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V=3\pi a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=2\pi a^3$.

Lời giải

Do khối nón nhận AB làm trục nên chiều cao $h=AB=a$, độ dài đường sinh $l=BC=a\sqrt{3}$ do đó bán kính đáy $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{2}a$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{2}a\right)^2.a=\frac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$ và $f(0)=1$, $f(1)=-2$. Giá trị $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $2+\ln 15$. **B.** $\ln 15-1$. **C.** $3-\ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\frac{2}{2x-1}\Leftrightarrow f(x)=\int\frac{2}{2x-1}dx=\ln|2x-1|+C=\begin{cases}\ln(2x-1)+C_1, x>\frac{1}{2}\\ \ln(1-2x)+C_2, x<\frac{1}{2}\end{cases}$

Do $f(0)=1\Rightarrow C_2=1$; $f(1)=-2\Rightarrow C_1=-2$.

Vậy $f(x)=\begin{cases}\ln(2x-1)-2, x>\frac{1}{2}\\ \ln(1-2x)+1, x<\frac{1}{2}\end{cases}$

Do đó $f(-1)+f(3)=\ln 3+1+\ln 5-2=\ln 15-1$.

Câu 32: Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{1-x}{2^x}$

A. $y'=\frac{2-x}{2^x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{\left(2^x\right)^2}$.

C. $y'=\frac{x-2}{2^x}$. **D.** $y'=\frac{\ln 2.(x-1)-1}{2^x}$.

Lời giải

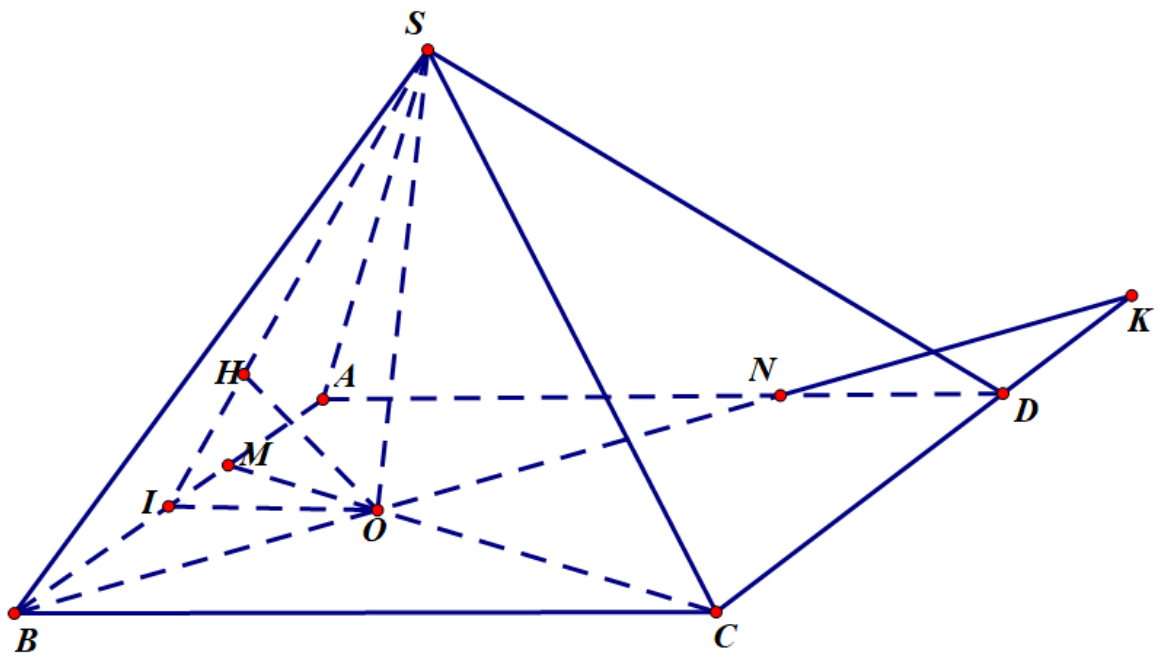
$$y'=\left(\frac{1-x}{2^x}\right)'=\frac{(1-x)'.2^x-(1-x)\left(2^x\right)'}{2^{2x}}=\frac{-2^x-(1-x)2^x.\ln 2}{2^{2x}}=\frac{(x-1).\ln 2-1}{2^x}.$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $3a$. Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên đoạn AB, AD sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{DN}{DA}=\frac{1}{3}$. Gọi O là giao điểm của BN và CM.

Biết SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=\frac{5}{13}a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{12}{13}a$. **B.** $\frac{10}{13}a$. **C.** $\frac{23}{13}a$. **D.** $\frac{15}{13}a$.

Lời giải



Gọi K, O lần lượt là giao điểm của BN với CD và CM. Kẻ OI vuông góc AB và OH vuông góc SI (như hình vẽ). Đặt $AB=x$. Khi đó: $BM=\frac{2x}{3}$ và $MC=\sqrt{x^2+\left(\frac{2x}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{3}x$.

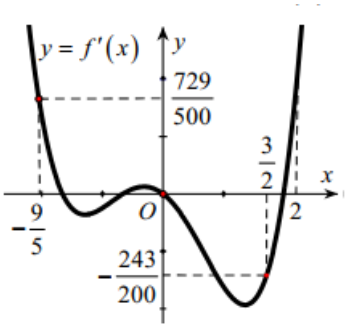
Ta có: $\frac{ND}{BC}=\frac{DK}{KC}=\frac{1}{3}\Rightarrow CK=\frac{3x}{2}$. Mặt khác: $\frac{MO}{OC}=\frac{BM}{KC}=\frac{\frac{2x}{3}}{\frac{3x}{2}}=\frac{4}{9}\Rightarrow CM=\frac{13}{4}OM$.

Do đó: $d\left(C,(SAB)\right)=\frac{13}{4}d\left(O,(SAB)\right)=\frac{13}{4}OH$.

Ta có: $\frac{OI}{BC}=\frac{MO}{MC}=\frac{4}{13}\Rightarrow OI=\frac{4x}{13}=\frac{12}{13}a$. Khi đó: $OH=\frac{OI.SO}{\sqrt{OI^2+SO^2}}=\frac{60}{169}a$.

Vậy $d\left(C,(SAB)\right)=\frac{13}{4}OH=\frac{15}{13}a$.

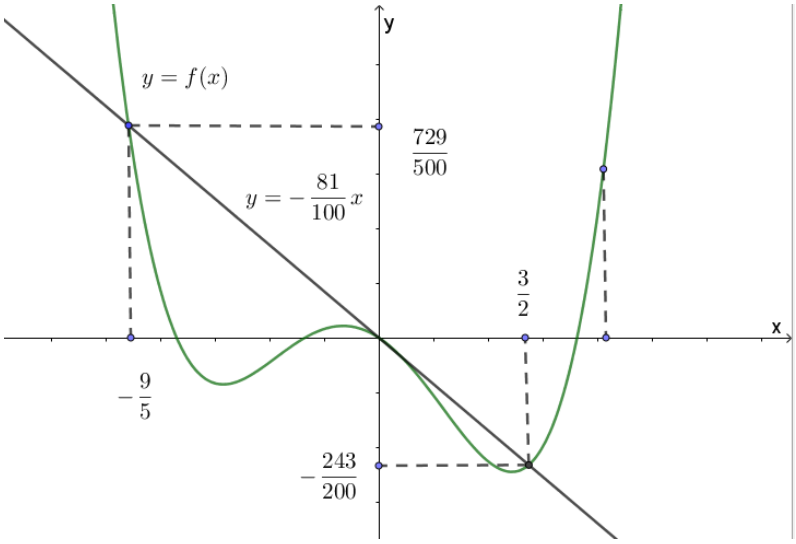
Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có $f''(0)=-\frac{81}{100}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới



Hỏi hàm số $y = \left| f(x) + \frac{81}{200}x^2 - m \right|$, ($m$ là tham số) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trên nửa khoảng $\left(-\frac{9}{5}; 2\right]$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải



Xét hàm số $g(x) = f(x) + \frac{81}{200}x^2 - m$

Ta có $g'(x) = f'(x) + \frac{81}{100}x$. Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{81}{100}x$ ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{81}{100}x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{9}{5} \\ x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Đường thẳng $y = -\frac{81}{100}x$ có hệ số góc bằng $-\frac{81}{100}$

Mà $f''(0) = -\frac{81}{100}$ nên đường thẳng $y = -\frac{81}{100}x$ tiếp xúc với đồ thị của hàm số $y = f'(x)$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{9}{5}$		0		$\frac{3}{2}$		2	$+\infty$
g'(x)			-	0	-	0	+		
g(x)			↘		↘	$g(\frac{3}{2})$	↗		

Dựa vào BBT, suy ra hàm số $y=|g(x)|$ có nhiều nhất 3 điểm cực trị trên nửa khoảng $\left(-\frac{9}{5};2\right]$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

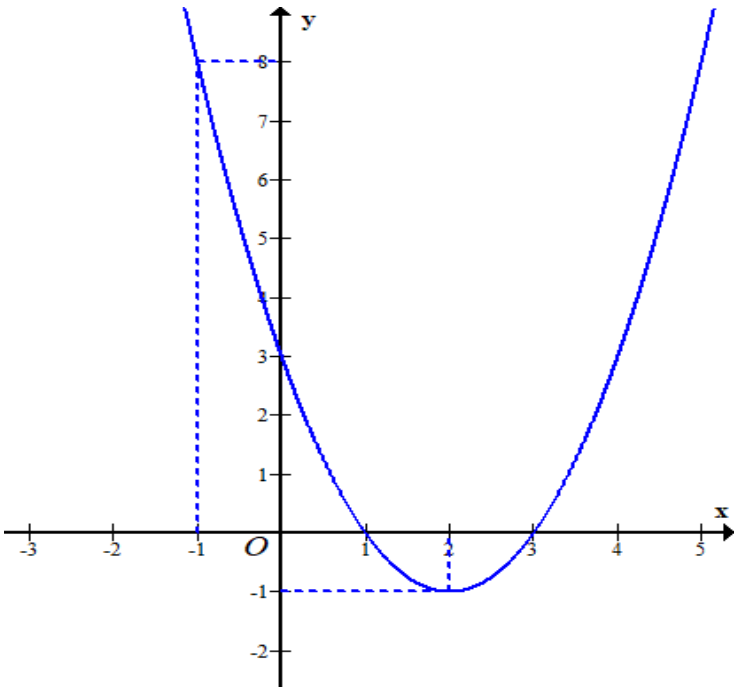
Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

A. $y=-3$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(0;-3)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hàm số $g(x)=f(2x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến khi:

$$g'(x)<0 \Leftrightarrow (2-2x)\,f'(2x-x^2)<0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2-2x>0\\ f'(2x-x^2)<0\end{cases}\\ \begin{cases}2-2x<0\\ f'(2x-x^2)>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<1\\ 1<2x-x^2<3\end{cases}\\ \begin{cases}x>1\\ \left[\begin{array}{l}2x-x^2<1\\ 2x-x^2>3\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<1\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x^2+2x-1>0\\ -x^2+2x-3<0\end{cases}\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x>1\\ \left[\begin{array}{l}-x^2+2x-1<0\\ -x^2+2x-3>0\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow x>1$$

Cách 2: Lập bảng biến thiên của hàm $g(x)$ rồi suy ra khoảng nghịch biến.

Câu 37: Với a là số thực dương tùy ý, $6\log\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $-2\log a$. **B.** $2\log a$. **C.** $18\log a$. **D.** $-6\log a$.

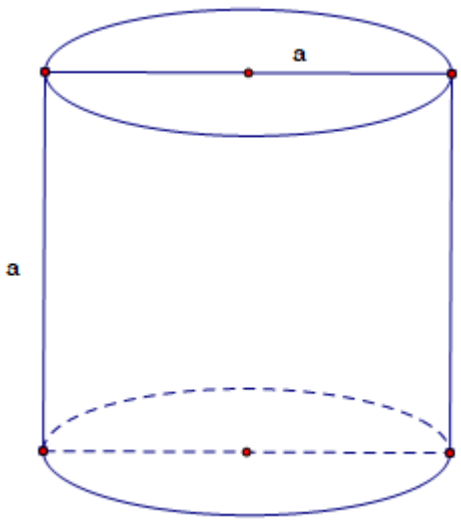
Lời giải

Ta có: $6\log\sqrt[3]{a}=6\log a^{\frac{1}{3}}=6.\frac{1}{3}.\log a=2\log a$.

Câu 38: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. πa^3. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Lời giải



Do thiết diện thu được là hình vuông nên cạnh a nên ta có $r=\frac{a}{2}, h=l=a$

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi\cdot\frac{a}{2}\cdot a=\pi a^2$.

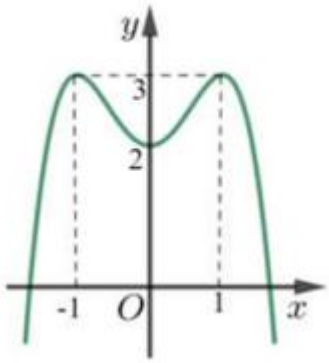
Câu 39: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^9 dx$?

A. $\frac{1}{20}(x^2+7)^{10}+C$. **B.** $9(x^2+7)^8+C$. **C.** $\frac{1}{16}(x^2+7)^8+C$. **D.** $\frac{1}{10}\left(x^2+7\right)^{10}+C$.

Lời giải

Ta có $\int x\left(x^2+7\right)^9 \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(x^2+7\right)^9 \mathrm{d}(x^2+7)=\frac{1}{20}\left(x^2+7\right)^{10}+C$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{2022}{1010}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thích

Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{2022}{1010}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{2022}{1010}$ (đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng $\frac{2022}{1010}$). Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 41: Cho $\int f(x)dx=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=\sin x$. **B.** $f(x)=-\cos x$. **C.** $f(x)=-\sin x$. **D.** $f(x)=\cos x$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx=-\cos x+C \Rightarrow f(x)=(-\cos x+C)'=\sin x$

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

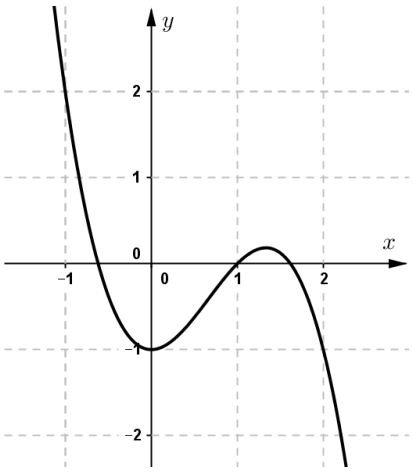
Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=5$ và $y=0$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

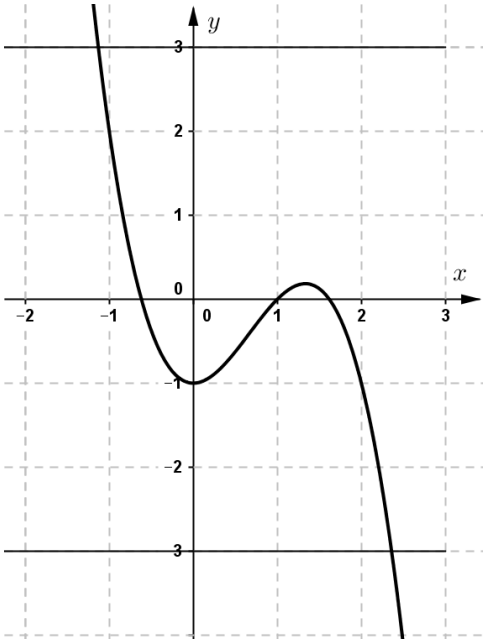
Vậy tổng các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3+2x)|=3$ là



A. 8 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

Lời giải



Ta có:

$$|f(x^3+2x)|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x^3+2x)=3 \\ f(x^3+2x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+2x=a\ \ (-2<a<-1)\ \ (1) \\ x^3+2x=b\ \ (3<a<4)\ \ (2) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=x^3+2x$ trên $\square$.

Có $g'(x)=3x^2+2>0;\ \forall x\in\square$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$+\infty$
g'(x)		+	
g(x)	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

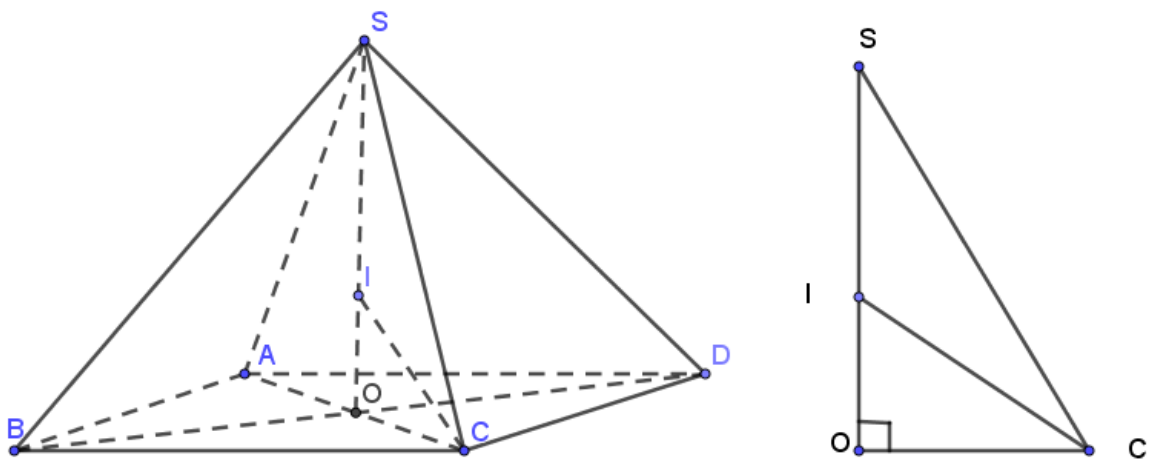
Từ bảng biến thiên suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có tối đa 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f\left(x^3+2x\right)|=3$ có 2 nghiệm thực.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là h nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R. Tìm h theo R để thể tích khối chóp là lớn nhất.

A. $h=\sqrt{2}R$. **B.** $h=\dfrac{4R}{3}$. **C.** $h=\dfrac{3R}{2}$. **D.** $h=\sqrt{3}R$.

Lời giải



Gọi I là tâm cầu ngoại tiếp hình chóp $\Rightarrow I\in SO; IS=IA=IB=IC=ID=R$.

Đặt $BC=x\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}hx^2$.

Ta có $AC=\sqrt{2}x\Rightarrow OC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$. Xét tam giác vuông SOC ta có:

$OI^2+OC^2=IC^2\Leftrightarrow(h-R)^2+\dfrac{1}{2}x^2=R^2\Leftrightarrow x^2=4Rh-2h^2\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{2}{3}h(2Rh-h^2)$.

Vì $x^2=4Rh-2h^2\geq 0\Rightarrow 0<h\leq 2R$

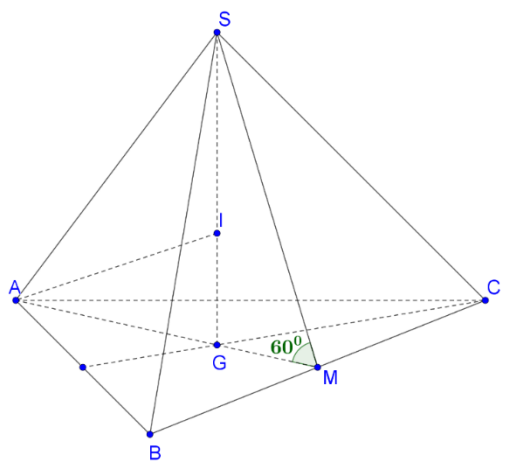
Ta có $V'=\dfrac{8}{3}Rh-2h^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}h=0\ \text{(loại)}\\ h=\dfrac{4}{3}R\ \text{(thỏa mãn)}\end{array}\right.$.

Lập BBT ta thấy thể tích khối chóp là lớn nhất khi $h=\dfrac{4R}{3}$.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB=a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{7a}{16}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{7a}{12}$.

Lời giải



Gọi I, R lần lượt là tâm cầu và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$; M là trung điểm BC suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là $SMA = 60^0$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC suy ra $SG \perp (ABC)$.

Ta có $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \begin{cases} GM = \frac{\sqrt{3}}{6}a \\ GA = \frac{\sqrt{3}}{3}a \end{cases}$.

Xét tam giác vuông SGM có: $SG = GM.\tan 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{6}a.\sqrt{3} = \frac{1}{2}a$.

Xét tam giác vuông SGA có: $GI^2 + GA^2 = IA^2 \Leftrightarrow (\frac{a}{2} - R)^2 + \frac{a^2}{3} = R^2 \Leftrightarrow aR = \frac{7a^2}{12} \Leftrightarrow R = \frac{7a}{12}$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và $\left[f'(x)\right]^2 = (x+1)f(x)$. Tính $f(8)$

A. $f(8) = 49$. **B.** $f(8) = \frac{49}{64}$. **C.** $f(8) = 256$. **D.** $f(8) = \frac{1}{16}$.

Lời giải

Ta có:

$\left[f'(x)\right]^2 = (x+1)f(x) \quad (1)$

Vì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

Và $f(x) > 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$(1) \Leftrightarrow f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x+1}$

$\Rightarrow \int \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = \int \sqrt{x+1} dx$

$\Leftrightarrow \int \dfrac{d(f(x))}{\sqrt{f(x)}} = \dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + 2C$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{f(x)} = \dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + 2C$

$\Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = \dfrac{1}{3}\sqrt{(x+1)^3} + C \quad (2)$

Mà: $f(3) = \dfrac{4}{9}$. Thay vào (2) ta được: $\left(\dfrac{8}{3} + C\right)^2 = \dfrac{4}{9} \Leftrightarrow \dfrac{8}{3} + C = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow C = -2$

Với $C = -2 \Rightarrow f(x) = \left(\dfrac{1}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\right)^2 \Rightarrow f(8) = 49$

Câu 47: Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $c\log 2 = a\log 4 + b\log 8$ mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $c = 3a + 2b$. **B.** $c = a^3b^2$. **C.** $c = a + b$. **D.** $c = 2a + 3b$.

Lời giải

Ta có:

$c\log 2 = a\log 4 + b\log 8$

$\Leftrightarrow \log 2^c = \log 4^a + \log 8^b$

$\Leftrightarrow \log 2^c = \log\left(4^a.8^b\right)$

$\Leftrightarrow 2^c = 4^a.8^b$

$\Leftrightarrow 2^c = 2^{2a+3b}$

$\Leftrightarrow c = 2a + 3b$

Câu 48: Một người bỏ ngẫu nhiên 3 lá thư vào 3 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để các lá thư đúng địa chỉ là.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 3 lá thư vào 3 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ có $3!$ cách. Xác suất để các lá thư đúng địa chỉ là $P = \dfrac{1}{3!} = \dfrac{1}{6}$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	‖	+	‖	-	0	+	

Kết luận nào sau đây đúng

A. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.
B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số có 2 điểm cực đại.
D. Hàm số có 4 điểm cực trị.

Lời giải

Ta thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm thành dương hai lần nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 50: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 30π.
B. 45π.
C. 25π.
D. 15π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = \pi r^2.h = \pi.3^2.5 = 45\pi$

---------- HẾT ----------