

TRƯỜNG HOÀI ĐỨC A – HÀ NỘI
THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC - 2022-2023

ĐỀ 02

Câu 1: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A.** $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{2x+1}$. **B.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$. **D.** $y = 2017^x$.

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-5; -2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-1; 3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1 .
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. **D.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 4: Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 5: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 6: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng

- A.** $S = 0$. **B.** $S = -\frac{3}{2}$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 4$.

Câu 7: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là

- A.** $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = -1$. **B.** $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{6}$.
C. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = 1$. **D.** $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}; \min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

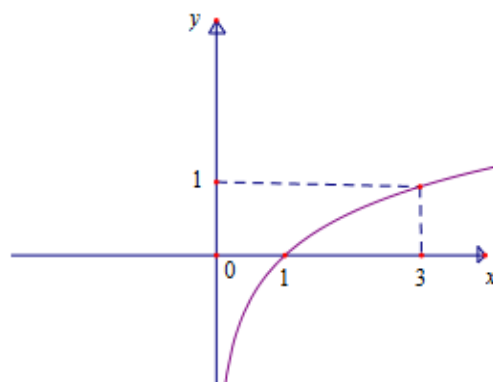
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	3 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -2	↗ 5	

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 9: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là

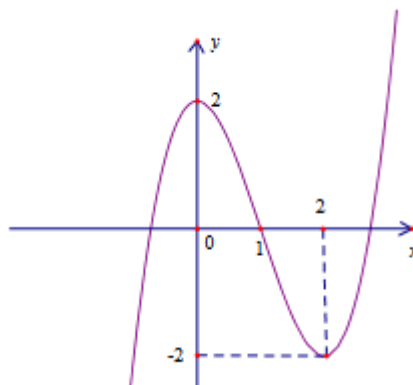
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y = \log_3 x$.

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 12: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = 2x^3 + x \ln x$ tại điểm $M(1; 2)$.

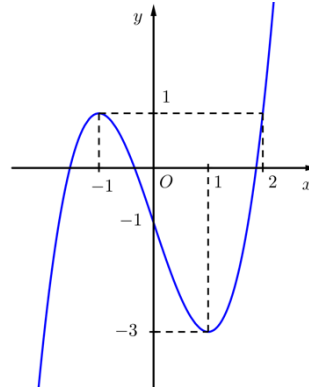
- A. $y = -7x + 9$. B. $y = 3x - 4$. C. $y = 7x - 5$. D. $y = 3x - 1$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là

- A. $M\left(\frac{-3}{2}; -6\right)$. B. $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m+3)x^2 + 2mx + 2$ (với m là tham số thực, $m > 0$). Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau.



Gọi $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 2019$. Biết $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2)$. Với $x \in [-1; 2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng
A. $g(2)$. **B.** $g(1)$. **C.** $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = a^{-\frac{2}{7}}$. **B.** $A = a^{\frac{2}{7}}$. **C.** $A = a^{\frac{7}{2}}$. **D.** $A = a^{-\frac{7}{2}}$.

Câu 17: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x ?

A. $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y = (2x^2+1)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $y = (1-2x)^{-3}$. **D.** $y = (1+2\sqrt{x})^3$.

Câu 18: Cho số thực dương a, b với $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.

Câu 19: Hãy cho biết giá trị của $g'(2)$ nếu $g(x) = \ln(x^2 + 1)$.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** 0,8. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 0,65.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{\cos^2 x}$ là nào số nào sau đây?

A. $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x} \ln 2$. **B.** $\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x} \ln 2$. **C.** $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x}$. **D.** $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x - 1}$.

Câu 21: Cho hai số a và b với $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. **B.** $1 < \log_b a < \log_a b$.

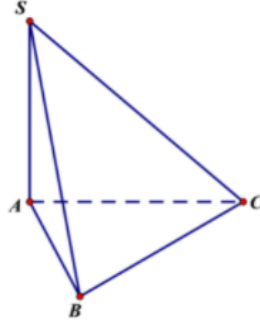
C. $1 < \log_a b < \log_b a$. **D.** $\log_b a < 1 < \log_a b$.

- Câu 22:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$?
- A.** $m \in (-1; 1)$. **B.** $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **C.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.
- Câu 23:** Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2019) + f'(2020) = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $S = 2m - n$.
- A.** 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.
- Câu 24:** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là
- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 25:** Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị $2x_1 + 3x_2$ bằng
- A.** $4\log_2 3$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $3\log_3 2$.
- Câu 26:** Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x^2 + 3x) = 2$ là
- A.** $S = \{1; -4\}$. **B.** $S = \{-1; 4\}$. **C.** $S = \{1\}$. **D.** $S = \{4\}$.
- Câu 27:** Giải phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Ta có tổng các nghiệm là
- A.** 6. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.
- Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình $(3^x + 2)(4^{x+1} - 8^{2x+1}) \leq 0$
- A.** $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$. **C.** $(-\infty; 4]$ **D.** $[4; +\infty)$.
- Câu 29:** Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị biểu thức $5b - 2a$ bằng
- A.** $\frac{43}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 7. **D.** 3.
- Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \leq -1$ là:
- A.** $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$. **B.** $S = [1; \sqrt{5}]$. **C.** $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.
D. $S = [-\sqrt{5}; 1) \cup (1; \sqrt{5}]$.
- Câu 31:** Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi
- A.** $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$. **B.** $0 < a < 2\sqrt{2}$. **C.** $0 < a < 2$. **D.** $-2 < a < 2$.
- Câu 32:** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$
- A.** 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 33:** Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?
- A.** 16. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc. Biết $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:



- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a\sqrt{3}, AB=AC=2a, BC=3a$. Thể tích của khối $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{35}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{35}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB và P là điểm bất kì thuộc cạnh CD . Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là V . Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$ theo V .

- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ là $2a^2\sqrt{2}$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 39: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 40: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C ; $CA=CB=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 41: Cho khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và thể tích bằng $3a^3$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $12\sqrt{3}a$. B. $6\sqrt{3}a$. C. $4\sqrt{3}a$. D. $2\sqrt{3}a$.

- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $4a^3$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB) .
- A. $12a$. B. $6a$. C. $3a$. D. $4a$.
- Câu 43:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BD = AD = 2a$, $AC = a\sqrt{7}$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng a . Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.
- A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $2\sqrt{6}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.
- Câu 44:** Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là:
- A. $S_{xq} = rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = 2rl$.
- Câu 45:** Hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và chiều cao bằng $\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng
- A. $l = 2$. B. $l = 2\sqrt{2}$. C. $l = 2\sqrt{3}$. D. $l = 3$.
- Câu 46:** Gọi $l; h; r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $l = h$. B. $h = r$. C. $l^2 = r^2 + h^2$. D. $r^2 = l^2 + h^2$.
- Câu 47:** Thể tích của miếng Piza dạng nửa hình trụ có đường kính đáy 18 cm và chiều cao 3 cm là
- A. $\frac{243}{2}\pi$. B. 81π . C. 243π . D. 972π .
- Câu 48:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = 3$, $AC = 2$ và $BAC = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$.
- A. $R = \sqrt{2}$. B. $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $R = \frac{4}{\sqrt{3}}$. D. $R = 1$.
- Câu 49:** Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Khi đó thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng
- A. R . B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $R\sqrt{3}$. D. $\frac{R}{2}$.
- Câu 50:** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$. B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.B	6.A	7.C	8.A	9.A	10.D
11.B	12.C	13.B	14.C	15.A.C	16.B	17.B	18.B	19.B	20.A
21.A	22.D	23.C	24.A	25.D	26.A	27.A	28.A	29.C	30.A
31.D	32.C	33.D	34.A	35.D	36.D	37.A	38.D	39.B	40.A
41.C	42.C	43.B	44.C	45.A	46.A	47.A	48.B	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{2x+1}$ **B.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ **C.** $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$ **D.** $y = 2017^x$

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.

Vậy hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$ **B.** $(-5; -2)$ **C.** $(-\infty; 1)$ **D.** $(-1; 3)$

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-5; -2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1 .
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. **D.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$. Phương án A đúng.

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên phương án B sai.

Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 nên phương án C sai.

Hàm số có hai điểm cực trị $x = 1$ và $x = 3$ nên phương án D sai.

Câu 4: Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $ab = 1 \cdot (-1) < 0 \Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 5: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Khi đó $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2} < 0 \Leftrightarrow 2x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Kết hợp với tập xác định ta được $y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng

A. $S = 0$.

B. $S = -\frac{3}{2}$.

C. $S = -2$.

D. $S = 4$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có $f(0) = -1$; $f(3) = -\frac{1}{2}$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Vậy $M = -\frac{1}{2}$; $m = -1 \Rightarrow S = 2M - m = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$.

Câu 7: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là

A. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = -1$.

B. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{6}$.

C. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = 1$.

D. $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = x + \cos^2 x \Rightarrow f'(x) = 1 - 2\cos x \cdot \sin x = 1 - \sin 2x$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. Do $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

$f(0) = 1$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

Suy ra $\max_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{4}\right]} f(x) = 1$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	3 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -2	↗ 5	

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 3$ và $y = 5$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 9: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

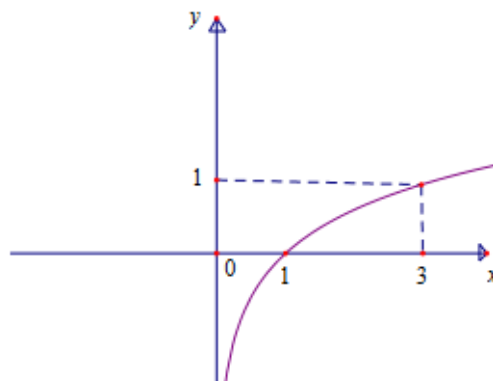
Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 1 và 2. Vậy diện tích hình chữ nhật là $S = 2$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

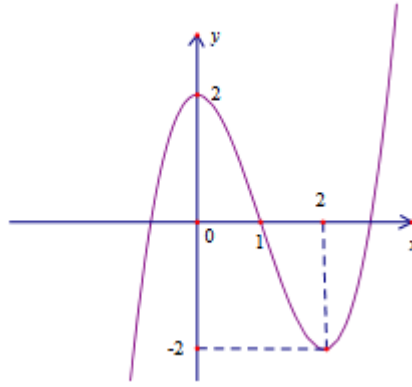
D. $y = \log_3 x$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$ suy ra đây là đồ thị của hàm số logarit $y = \log_a x$. Loại đáp án A và **B.**

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $a > 1 \Rightarrow$ chọn đáp án **D.**

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải

Trong các đáp án cho thì ta thấy đồ thị trên là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên:

Loại đáp án A vì hệ số $a < 0$.

Loại đáp án D vì là hàm số bậc bốn.

Vì đồ thị đi qua điểm $(2; -2)$ nên chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 12: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = 2x^3 + x \ln x$ tại điểm $M(1; 2)$.

- A. $y = -7x + 9$. B. $y = 3x - 4$. C. $y = 7x - 5$. D. $y = 3x - 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = 6x^2 + \ln x + 1$; $y'(1) = 6 \cdot 1^2 + \ln 1 + 1 = 7$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = 2x^3 + x \ln x$ tại điểm $M(1; 2)$ là:

$$y = y'(1)(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = 7(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = 7x - 5.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = 7x - 5$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Tọa độ trung điểm của đoạn AB là

- A. $M\left(\frac{-3}{2}; -6\right)$. B. $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C)

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(2x-3) \Leftrightarrow 2x-1 = 2x^2 - x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & (\text{thoả mãn}) \Rightarrow y = 1 \\ x = -\frac{1}{2} & (\text{thoả mãn}) \Rightarrow y = -4 \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm $A(2; 1)$ và $B\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$.

$$\text{Tọa độ trung điểm } M \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{2} \\ y_M = \frac{1 + (-4)}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3}{4} \\ y_M = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right).$$

Vậy tọa độ trung điểm của đoạn AB là: $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m+3)x^2 + 2mx + 2$ (với m là tham số thực, $m > 0$). Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Nhận xét: hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số đối xứng qua Oy. Vì vậy, ta đi tìm số cực trị dương. Khi đó, **số điểm cực trị cần tìm bằng số cực trị dương cộng 1**.

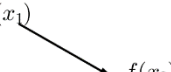
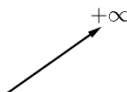
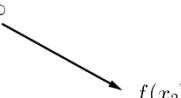
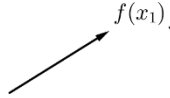
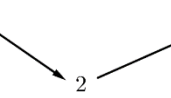
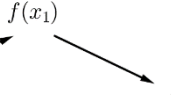
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(m+3)x + 2m$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(m+3)x + 2m = 0$ (*).

$\Delta' = (m+3)^2 - 6m = m^2 + 9 > 0$ với mọi $m \Rightarrow f'(x) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (Giả sử $x_1 < x_2$).

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+3)}{3} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{2m}{3} > 0 \end{cases}$ với mọi $m > 0$.

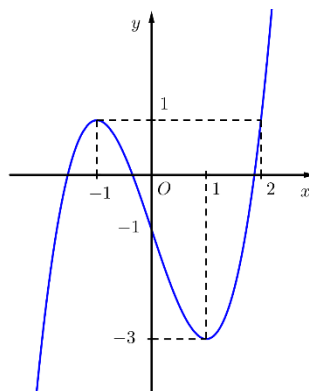
Suy ra với $m > 0$ hàm số $y = f(x)$ luôn có hai điểm cực trị dương x_1, x_2 .

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-x_2$	$-x_1$	0	x_1	x_2	$+\infty$					
$f'(x)$			+		0	-	0	+				
$f(x)$	$-\infty$				$f(x_1)$		$f(x_2)$					
$f(x)$	$+\infty$		$f(x_2)$		$f(x_1)$		2		$f(x_1)$		$f(x_2)$	

Từ bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau.



Gọi $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 2019$. Biết $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2)$. Với $x \in [-1; 2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $g(2)$.

B. $g(1)$.

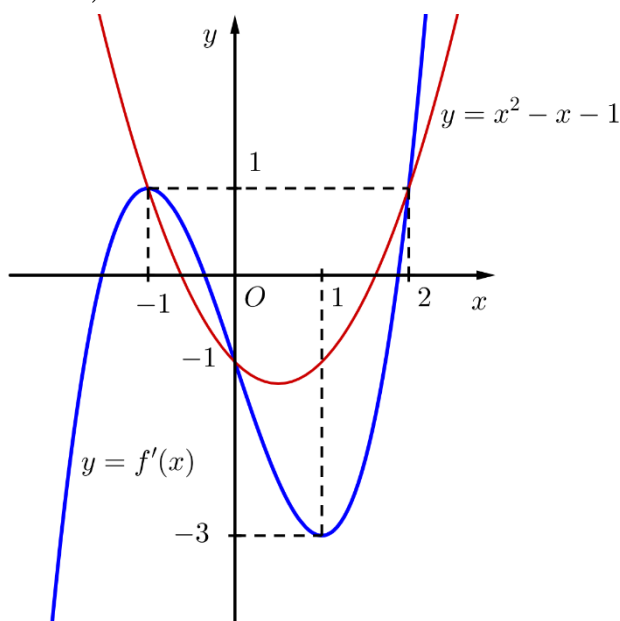
C. $g(-1)$.

D. $g(0)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 + x + 1 = f'(x) - (x^2 - x - 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - x - 1$$



Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy $f'(x) = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

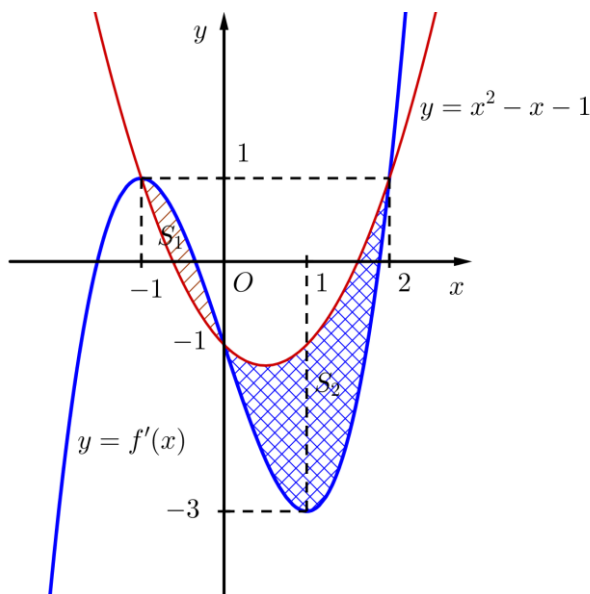
x	-1		0		2
$g'(x)$	0	+	0	-	0
$g(x)$	$g(-1)$	$\nearrow$ $g(0)$ $\searrow$			
					$g(2)$

Theo giả thiết:

$$g(-1) + g(1) > g(0) + g(2) \Leftrightarrow g(-1) - g(2) > g(0) - g(1) > 0 \Rightarrow g(-1) > g(2)$$

Vậy $\min_{[-1;2]} g(x) = g(2)$.

• Chú ý: Cách khác khi không dùng giả thiết $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2)$ ở đề bài.



Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, $y = x^2 - x - 1$, $x = -1$, $x = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_1 &= \int_{-1}^0 \left| f'(x) - (x^2 - x - 1) \right| dx = \int_{-1}^0 \left[f'(x) - (x^2 - x - 1) \right] dx \\ &= \int_{-1}^0 g'(x) dx = g(x) \Big|_{-1}^0 = g(0) - g(-1). \end{aligned}$$

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, $y = x^2 - x - 1$, $x = 0$, $x = 2$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_2 &= \int_0^2 \left| f'(x) - (x^2 - x - 1) \right| dx = - \int_0^2 \left[f'(x) - (x^2 - x - 1) \right] dx \\ &= - \int_0^2 g'(x) dx = -g(x) \Big|_0^2 = -g(2) + g(0). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } S_2 > S_1 \Rightarrow -g(2) + g(0) > g(0) - g(-1) \Leftrightarrow -g(2) > -g(-1) \Leftrightarrow g(2) < g(-1).$$

Vậy $\min_{[-1;2]} g(x) = g(2)$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = a^{\frac{-2}{7}}$.

B. $A = a^{\frac{2}{7}}$.

C. $A = a^{\frac{7}{2}}$.

D. $A = a^{\frac{-7}{2}}$.

Lời giải

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot a^{\frac{-2}{7}}} = \frac{a^4}{a^{\frac{26}{7}}} = a^{\frac{2}{7}}.$$

Câu 17: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x ?

A. $y = (2x - 1)^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y = (2x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $y = (1 - 2x)^{-3}$. **D.** $y = (1 + 2\sqrt{x})^3$.

Lời giải

Ta có $2x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = (2x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}$ xác định với mọi giá trị thực của x .

Câu 18: Cho số thực dương a, b với $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. **B.** $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$. **D.** $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

Lời giải

Với $a > 0; b > 0$ và $a \neq 1$, ta có:
 $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 19: Hãy cho biết giá trị của $g'(2)$ nếu $g(x) = \ln(x^2 + 1)$.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $0,8$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $0,65$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ nên $g'(2) = \frac{4}{5} = 0,8$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{\cos^2 x}$ là nào số nào sau đây?

A. $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x} \ln 2$. **B.** $\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x} \ln 2$. **C.** $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x}$. **D.** $-\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x - 1}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2^{\cos^2 x} \cdot \ln 2 \cdot (\cos^2 x)' = 2^{\cos^2 x} \cdot \ln 2 \cdot (-2 \cos x \cdot \sin x) = -\sin(2x) \cdot 2^{\cos^2 x} \cdot \ln 2$.

Câu 21: Cho hai số a và b với $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. **B.** $1 < \log_b a < \log_a b$.
C. $1 < \log_a b < \log_b a$. **D.** $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải

Ta có: vì $0 < a < b < 1$ nên $\log_a b < 1 < \log_b a$ là khẳng định đúng.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$?

A. $m \in (-1; 1)$. **B.** $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **C.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải

Ta có $y' = \left(\frac{mx+1}{x+m}\right)' \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}} \ln \frac{1}{5} = \frac{1-m^2}{(x+m)^2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}} \cdot \ln 5$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ khi và chỉ khi $y' > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow \frac{1-m^2}{(x+m)^2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}} \cdot \ln 5 > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{1-m^2}{(x+m)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 1-m^2 > 0 \\ -m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1.$$

$$\text{Vậy } m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2019) + f'(2020) = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $S = 2m - n$.

A. 2.

B. 4.

C. -2.

D. -4.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

$$\text{Ta có: } f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x(x^2-1)} = \frac{2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x+1)}$$

Khi đó: $f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2019) + f'(2020)$

$$= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2019.2020} - \frac{1}{2020.2021} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2020.2021} \\ = \frac{1010.2021-1}{2020.2021}.$$

Vậy $m = 1010.2021 - 1; n = 2020.2021$, suy ra $2m - n = -2$.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{1; \frac{5}{2}\right\}$.

Câu 25: Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị $2x_1 + 3x_2$ bằng

A. $4\log_2 3$.

B. 2.

C. 0.

D. $3\log_3 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 9^x - 3.3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3.3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}.$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0, x_2 = \log_3 2$.

Khi đó: $2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.\log_3 2 = 3\log_3 2$.

Câu 26: Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x^2 + 3x) = 2$ là

A. $S = \{1; -4\}$.

B. $S = \{-1; 4\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{4\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x < -3 \end{cases}$.

Ta có: $x^2 + 3x = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(TM) \\ x = -4(TM) \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -4\}$.

Câu 27: Giải phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Ta có tổng các nghiệm là

A. 6.

B. 3.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^1 = 2(TM) \\ x = 2^2 = 4(TM) \end{cases}$.

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; 4\}$.

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là: $2 + 4 = 6$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^x + 2)(4^{x+1} - 8^{2x+1}) \leq 0$

A. $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$.

C. $(-\infty; 4]$

D. $[4; +\infty)$.

Lời giải

Do $3^x + 2 > 0 \forall x$ nên $(3^x + 2)(4^{x+1} - 8^{2x+1}) \leq 0 \Leftrightarrow 4^{x+1} - 8^{2x+1} \leq 0 \Leftrightarrow 4^{x+1} \leq 8^{2x+1}$

$\Leftrightarrow 2^{2x+2} \leq 2^{6x+3} \Leftrightarrow 2x+2 \leq 6x+3 \Leftrightarrow 4x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị biểu thức $5b - 2a$ bằng

A. $\frac{43}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Suy ra $S = [-1; 1] \Rightarrow a = -1; b = 1$.

Vậy $5b - 2a = 5 + 2 = 7$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \leq -1$ là:

A. $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

B. $S = [1; \sqrt{5}]$.

C. $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

D. $S = [-\sqrt{5}; 1) \cup (1; \sqrt{5}]$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \leq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ \log_2(x^2 - 1) > 0 \\ \log_2(x^2 - 1) \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x^2 - 1 > 1 \\ x^2 - 1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \\ x < -\sqrt{2} \\ x > \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{5} \\ x \geq \sqrt{5} \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

Câu 31: Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi

A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$.

B. $0 < a < 2\sqrt{2}$.

C. $0 < a < 2$.

D. $-2 < a < 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 3 > x^2 + ax + 1 \\ x^2 + ax + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - ax + 2 > 0 \\ x^2 + ax + 1 > 0 \end{cases} (I).$$

Để bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ đúng với mọi số thực x thì (I) phải đúng với mọi số thực x .

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} (-a)^2 - 4 \cdot 2 < 0 \\ a^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 < 8 \\ a^2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < a < 2.$$

Vậy $-2 < a < 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2 - 15x + 100} - 2^{x^2 + 10x - 50} + x^2 - 25x + 150 < 0$

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} 2x^2 - 15x + 100 = a \\ x^2 + 10x - 50 = b \end{cases}. \text{ Khi đó bất phương trình trở thành } 2^a - 2^b + (a - b) < 0.$$

$$\Leftrightarrow 2^a + a < 2^b + b \quad (I).$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ trên $(-\infty; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in (-\infty; +\infty)$.

Suy ra, hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

$$\text{Từ (I) ta lại có } f(a) < f(b) \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow 2x^2 - 15x + 100 < x^2 + 10x - 50$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 < 0 \Leftrightarrow x \in (10; 15).$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{11; 12; 13; 14\}$.

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Câu 33: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 16.

B. 8.

C. 24.

D. 12.

Lời giải

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc. Biết $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

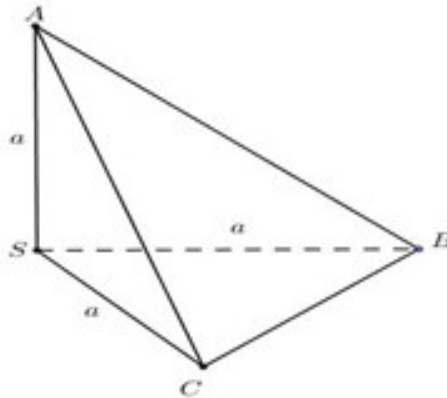
A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải



Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle SBC} \cdot SA = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} a^3$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

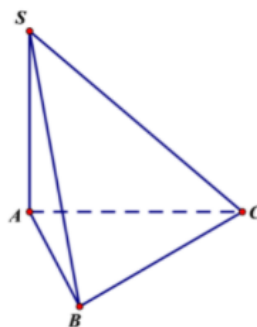
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải



Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a\sqrt{3}$, $AB=AC=2a$, $BC=3a$. Thể tích của khối $S.ABC$ bằng

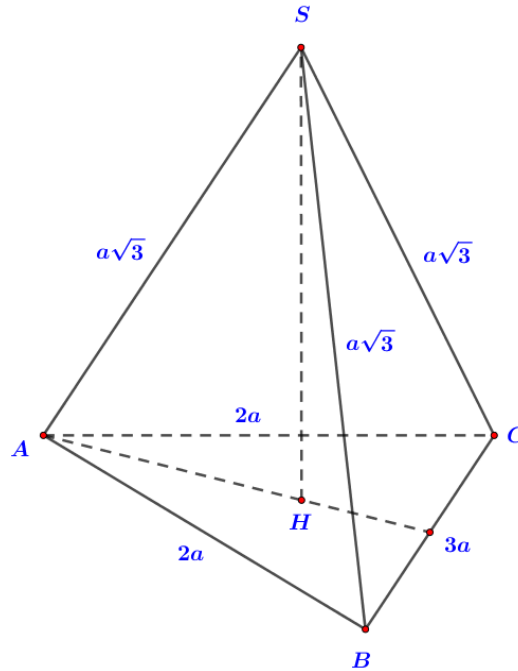
A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{35}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{35}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

Do $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$.

Áp dụng công thức Hê – rông tính diện tích $\triangle ABC$ ta được:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3a^2\sqrt{7}}{4}. \text{ (với } p \text{ là nửa chu vi).}$$

Sử dụng công thức $S = \frac{abc}{4R}$ ta tính được bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ là

$$R = AH = \frac{4a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Xét } \triangle HAS \text{ có } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{\frac{5}{7}}.$$

$$\text{Khi đó ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{7}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}.$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB và P là điểm bất kì thuộc cạnh CD . Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là V . Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$ theo V .

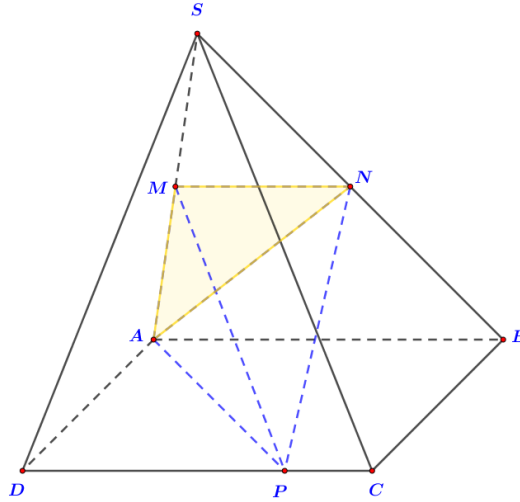
A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{6}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải



Ta có $CD \parallel AB$; $AB \subset (SAB) \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow CD \parallel (AMN) \Rightarrow d_{(P, (AMN))} = d_{(C, (AMN))} = d_{(C, (SAB))}$.

$$\text{Do đó } V_{AMNP} = \frac{1}{3} S_{\Delta AMN} \cdot d_{(P, (AMN))} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta SAB} \cdot d_{(C, (SAB))} = \frac{1}{4} V_{SABC} = \frac{1}{8} V.$$

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ là $2a^2\sqrt{2}$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

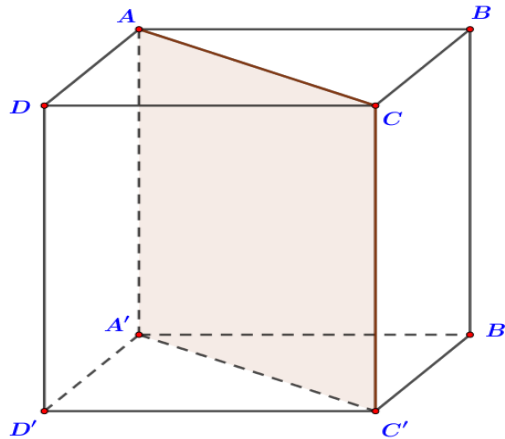
A. a^3 .

B. $2a^3$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải



Đặt cạnh của hình lập phương là x .

Theo bài ra ta có $ACC'A'$ là hình chữ nhật với $AA' = x$; $AC = x\sqrt{2}$.

Diện tích mặt chéo $ACC'A'$ là $2a^2\sqrt{2}$ nên $x \cdot x\sqrt{2} = 2a^2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Do đó thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = x^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 39: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

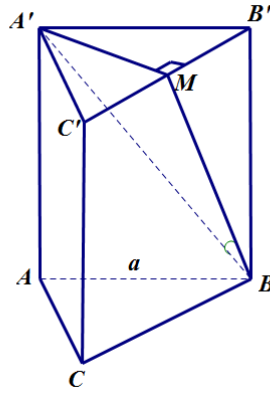
A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh $B'C'$, suy ra $A'M \perp (BCC'B')$, MB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$;

Khi đó: $(A'B, (BCC'B')) = (A'B, MB) = A'BM$.

Xét tam giác $A'BM$ vuông tại M ta có: $A'B = a\sqrt{3}$; $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\sin A'BM = \frac{A'M}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'BM = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là 30° .

Câu 40: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C ; $CA = CB = a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' bằng

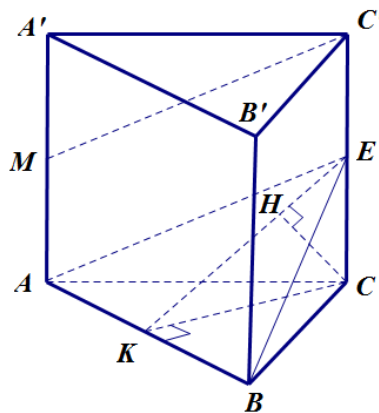
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của cạnh $CC' \Rightarrow AE \parallel MC', (E \in CC')$.

$$d(AB, MC') = d(MC', (EAB)) = d(C, (EAB)) = d(C', (EAB)).$$

Gọi K là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow AB \perp (EKC)$,

Dựng $CH \perp EK, (H \in EK) \Rightarrow CH \perp (EAB)$. Khi đó $d(C, (ABE)) = CH$.

Xét tam giác ECK vuông tại C có $CK = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; CE = \frac{CC'}{2} = a$.

$$CH = \frac{CK \cdot CE}{\sqrt{CK^2 + CE^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Cho khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và thể tích bằng $3a^3$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12\sqrt{3}a$.

B. $6\sqrt{3}a$.

C. $4\sqrt{3}a$.

D. $2\sqrt{3}a$.

Lời giải

Diện tích đáy của khối lăng trụ là tam giác đều có cạnh bằng a là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của lăng trụ là: $\frac{3a^3}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = 4a\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $4a^3$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB) .

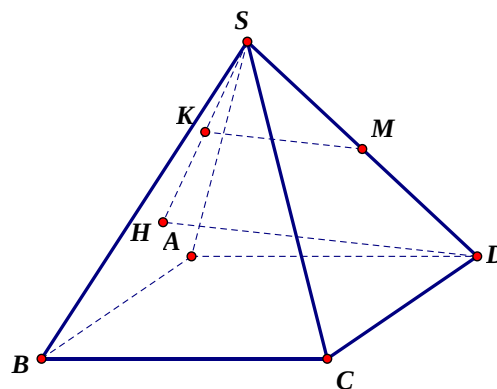
A. $12a$.

B. $6a$.

C. $3a$.

D. $4a$.

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$ (do $S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$) $\Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{1}{2}4a^3 = 2a^3$.

Mà: $V_{S.ABD} = \frac{1}{3}d(D, (SAB)) \cdot S_{\Delta SAB} \Rightarrow d(D, (SAB)) = \frac{3 \cdot 2a^3}{a^2} = 6a$.

Lại có: $\frac{d(M, (SAB))}{d(D, (SAB))} = \frac{1}{2}$ (Do M là trung điểm SD) $\Rightarrow d(M, (SAB)) = \frac{1}{2} \cdot 6a = 3a$.

Vậy khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB) là $3a$.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BD = AD = 2a$, $AC = a\sqrt{7}$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng a . Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

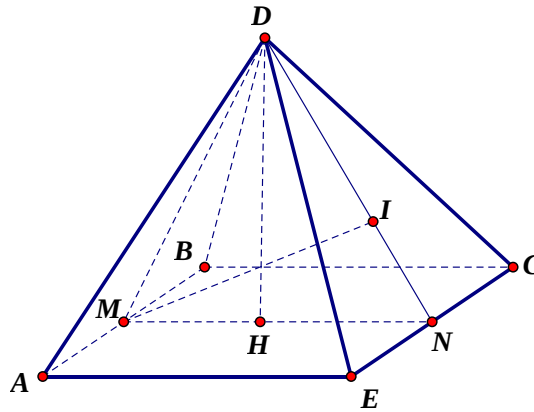
A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $2\sqrt{6}a^3$.

D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải



Do $AB = BD = AD = 2a$, $AC = a\sqrt{7}$, $BC = a\sqrt{3}$ nên $\triangle ABD$ đều và $\triangle ABC$ vuông tại B .

Dựng hình chữ nhật $ABCE \Rightarrow AB \parallel EC \Rightarrow AB \parallel (DEC) \Rightarrow d(AB, CD) = d(AB, (CED)) = a$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CE và H là hình chiếu của D lên MN .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp DM \\ AB \perp MN \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DMN) \Rightarrow AB \perp DH$.

Mà $DM \perp MN \Rightarrow DH \perp (ABCD)$.

Tam giác DMN có $DM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $MN = BC = a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow \triangle DMN$ cân tại M và $MI = d(M, (DEC)) = a$. MI cũng là đường trung tuyến của tam giác $\triangle DMN$.

$\triangle DMI$ vuông tại $I \Rightarrow DI = \sqrt{DM^2 - MI^2} = a\sqrt{2}$.

Mà $DN = 2DI \Rightarrow DN = 2a\sqrt{2}$.

Tam giác DMN có: $DH \cdot MN = MI \cdot DN = 2S_{\triangle DMN}$

$\Rightarrow DH = \frac{MI \cdot DN}{MN} = \frac{a \cdot 2a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy: $V_{DABC} = \frac{1}{3} DH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{xq} = rl$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rl$.

D. $S_{xq} = 2rl$.

Lời giải

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 45: Hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và chiều cao bằng $\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $l = 2$.

B. $l = 2\sqrt{2}$.

C. $l = 2\sqrt{3}$.

D. $l = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos 30^\circ = \frac{h}{l} \Rightarrow l = \frac{\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} = 2.$$

Câu 46: Gọi $l; h; r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $l = h.$

B. $h = r.$

C. $l^2 = r^2 + h^2.$

D. $r^2 = l^2 + h^2.$

Lời giải

Hình trụ có $l; h; r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy. Khi đó, $l = h.$

Chọn A

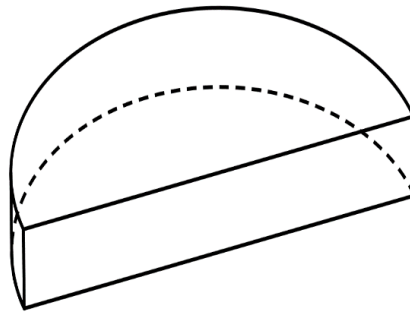
Câu 47: Thể tích của miếng Piza dạng nửa hình trụ có đường kính đáy 18 cm và chiều cao 3 cm là

A. $\frac{243}{2}\pi.$

B. $81\pi.$

C. $243\pi.$

D. $972\pi.$



Lời giải

Ta có $d = 18 \Rightarrow r = 9.$

$$\text{Thể tích của miếng Piza là } V = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{1}{2}\pi \cdot 81 \cdot 3 = \frac{243}{2}\pi.$$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = 3, AC = 2$ và $BAC = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$.

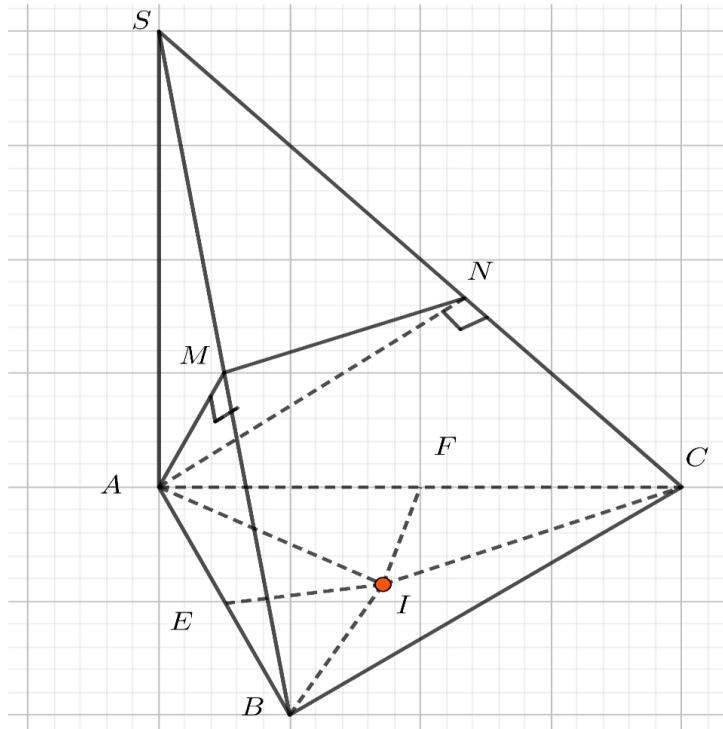
A. $R = \sqrt{2}.$

B. $R = \frac{\sqrt{21}}{3}.$

C. $R = \frac{4}{\sqrt{3}}.$

D. $R = 1.$

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow IA = IB = IC$.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Ta có $\begin{cases} IE \perp AB \\ IE \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC), IE \subset (ABC)) \end{cases} \Rightarrow IE \perp (SAB) \text{ hay } IE \perp (MAB)$.

Mặt khác tam giác MAB vuông tại M nên E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB .

Do vậy IE là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác $MAB \Rightarrow IM = IA = IB$ (*).

Tương tự có IF là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác $NAC \Rightarrow IN = IA = IC$ (**).

Từ (*) và (**) $IA = IB = IC = IN = IM \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$.

Bán kính mặt cầu $R = IA = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S_{\triangle ABC}}$.

$$\text{Có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Lại có } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7}$$

$$\text{Do vậy } R = \frac{3 \cdot 2 \cdot \sqrt{7}}{4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Câu 49: Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Khi đó thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng

A. R .

B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

C. $R\sqrt{3}$.

D. $\frac{R}{2}$.

Lời giải

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến.

$$\text{Ta có } r = \sqrt{R^2 - [d(I, (P))]^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Cách 1 áp dụng công thức tính nhanh $R_c = \sqrt{(R_d)^2 + \frac{h^2}{4}}$

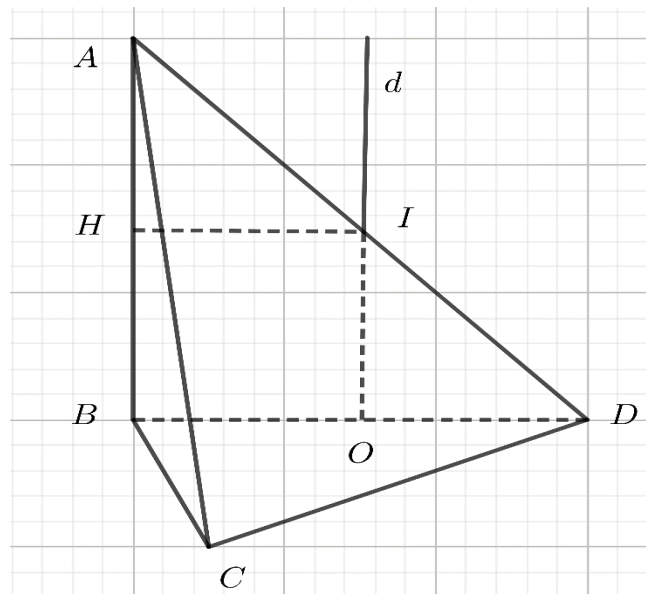
Trong đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD bằng

$$R_d = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{BC^2 + CD^2}}{2} = \frac{\sqrt{(3a)^2 + (4a)^2}}{2} = \frac{5a}{2}.$$

Chiều cao của tứ diện $h = AB = 5a$.

$$\text{Vậy } R_c = \sqrt{\left(\frac{5a}{2}\right)^2 + \frac{(5a)^2}{4}} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}.$$

Cách 2



Do tam giác BCD vuông tại C nên gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD \Rightarrow O$ là trung điểm BC .

Dựng trục d của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

Dựng mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của cạnh AB cắt AB tại H .

Giả sử $d \cap (P) = I$.

Ta có $I \in d \Rightarrow IB = IC = ID$ (1).

Lại có $I \in (P) \Rightarrow IA = IB$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $IA = IB = IC = ID \Rightarrow I$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện và bán kính

$$R = \sqrt{(HB)^2 + (OB)^2} = \sqrt{\left(\frac{5a}{2}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}.$$

----- **HẾT** -----