SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
(Đề gồm: 6 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1, LỚP 12
MÔN: TOÁN
Ngày 12 tháng 1 năm 2023
Thời gian làm bài: 90 phút.
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề 121

Họ và tên thí sinh……………………………………………*SBD*……………………………………

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2023^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

Câu 2: Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x+3y>2$?

A. $(x;y)=(1;0)$. **B.** $(x;y)=(0;0)$. **C.** $(x;y)=(0;1)$. **D.** $(x;y)=(1;-1)$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y=\frac{2-3x}{x+2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=1$. **B.** $u_2=-6$. **C.** $u_2=-18$. **D.** $u_2=6$.

Câu 5: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y'=\frac{1}{10\ln x}$.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0$.

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-1;+\infty)$. **C.** $S=(-2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=x^3+\frac{1}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

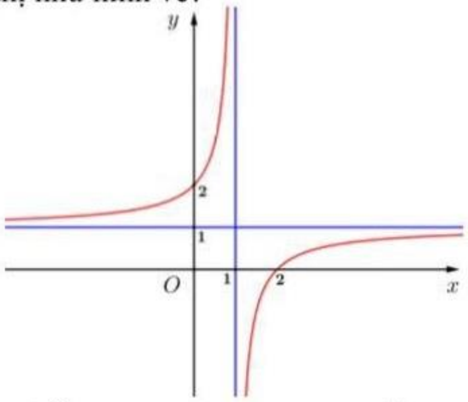
A. $\int f(x)\,dx=3x^2+\frac{1}{x^2}+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=\frac{x^4}{4}+C$.

C. $\int f(x)\,dx=3x^2-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=\frac{x^4}{4}+\ln|x|+C$.

Câu 8: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Câu 9: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=\frac{2x-1}{x-1}$ **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.　**B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.　**D.** $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) = 1$ là

A. $x = 2$.　**B.** $x = -1$.　**C.** $x = 0$.　**D.** $x = 1$.

Câu 12: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$.　**B.** $\frac{16}{3}a^3$.　**C.** $\frac{4}{3}a^3$.　**D.** $16a^3$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + x$ trên $[0;2]$ là

A. 2.　**B.** 0.　**C.** 10.　**D.** -2.

Câu 14: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$.　**B.** $V = Bh$.　**C.** $V = \frac{1}{6}Bh$.　**D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 15: Cho khối trụ có thể tích bằng $3\pi a^3$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$.　**B.** $3a$.　**C.** $2a$.　**D.** $\frac{3a}{2}$.

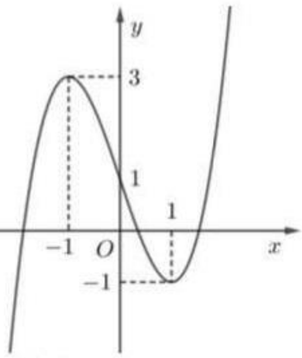
Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x + 4y - 1 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của d có tọa độ là

A. $(4;-1)$.　**B.** $(1;4)$.　**C.** $(1;-4)$.　**D.** $(4;1)$.

Câu 17: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.　**B.** C_9^5.　**C.** 9^5.　**D.** A_9^5.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x = 1$.　**B.** $x = -1$.　**C.** $y = 3$.　**D.** $M(-1;3)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$.　**B.** $(1;2)$.　**C.** $(0;+\infty)$.　**D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3 ‖ $-\infty$	↗	7	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 21: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_5 a.$ **B.** $\frac{1}{3}\log_5 a.$ **C.** $3+\log_5 a.$ **D.** $3\log_5 a.$

Câu 22: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b.$ **B.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b.$

C. $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a.$ **D.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}.$

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x.$

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. $\int[f(x).g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x.$

D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x.$

Câu 24: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Độ dài đường sinh của hình nón (N) bằng

A. 12. **B.** $\sqrt{7}.$ **C.** 1. **D.** 5.

Câu 25: Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$ ta được

A. $Q=b^{\frac{-4}{3}}.$ **B.** $Q=b^{\frac{4}{3}}.$ **C.** $Q=b^{\frac{5}{9}}.$ **D.** $Q=b^2.$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $I(-1;1)$ và $A(3;-2)$. Đường tròn tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=5.$ **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2=5.$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2=25.$ **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2=25.$

Câu 27: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+6x+9}=|2x-1|$ bằng

A. $\frac{8}{3}.$ **B.** $-\frac{8}{3}.$ **C.** $\frac{10}{3}.$ **D.** $-\frac{10}{3}.$

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2023;2023]$ để phương trình $2\sin 2x+(m-1)\cos 2x=m+1$ có nghiệm?

A. 2025. **B.** 2024. **C.** 4048. **D.** 4046.

Câu 29: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{25}{42}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=\sqrt{3}$, $AA'=1$. Góc giữa AC' và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Câu 31: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$. Tính giá trị của biểu thức $M+m$.

A. 13. **B.** $\frac{40}{3}$. **C.** $\frac{37}{3}$. **D.** 5.

Câu 33: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{3}a$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 34: Bất phương trình $\frac{10-x}{2x-4}\geq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7. **B.** 9. **C.** Vô số. **D.** 8.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{2a}{5}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=2$, $BAC=120°$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{8}{3}$. **C.** $V=\frac{3}{8}$. **D.** $V=\frac{3}{4}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

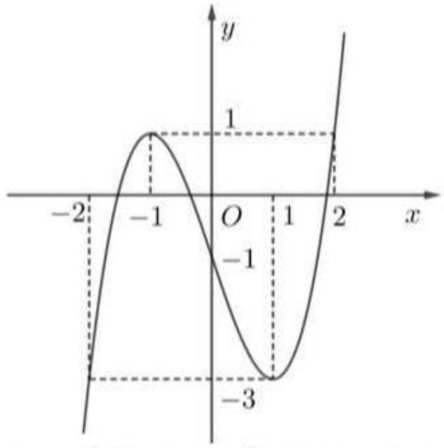
Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. 13. **B.** Vô số. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 39: Xét hàm số $f(t)=\frac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\begin{cases} f(x)+f(y)=1 \\ e^{x+y}\leq e.(x+y) \end{cases}$. Tìm tổng các phần tử của tập S.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=f(f(x)+2)$. Phương trình $g'(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 41: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc $60°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=9\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=3\pi$. **D.** $V=9\pi$.

Câu 42: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x>y>1$. Biểu thức $A=\log_{\frac{x}{y}}^2 x^3+\frac{8}{3}\log_y\left(\frac{x}{y}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

A. $x=y^4$ **B.** $x=y$ **C.** $x^4=y$ **D.** $x=4y$

Câu 43: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\ \text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là $300\,000/\text{m}^2$ (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến triệu đồng).

A. 75 triệu đồng. **B.** 36 triệu đồng. **C.** 51 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x-m.4^{x+1}+5m^2-45=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử là số chẵn?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 45: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1-x}{x+m-2}$ đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** -9. **D.** -10.

Câu 46: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=1$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng $\frac{2}{3}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\frac{2}{5}x^5-\frac{m}{2}x^4+\frac{4(m+3)}{3}x^3-(m+7)x^2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng một điểm cực đại?

A. 16. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		3		14		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	20	$\searrow$	18	$\nearrow$	72	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trên đoạn $[-2022;2023]$ để hàm số $g(x)=f\left(\frac{x^3}{9}\right)-\frac{m\left(x^2+9\right)^2}{18}$ nghịch biến trên khoảng $(0;5)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2004. **D.** 2007.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

A. 3 **B.** 5 . **C.** 4. **D.** 6.

Câu 50: Cho hình trụ có các đường tròn đáy là (O) và (O'), bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Các điểm A, B lần lượt thuộc các đường tròn đáy (O) và (O') sao cho $AB=\sqrt{3}a$. Thể tích của khối tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

----------- HẾT ----------

Lưu ý:

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

- Học sinh không được sử dụng tài liệu trong thời gian làm bài.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	B	C	C	D	D	C	A	C	C	B	D	B	B	D	B	A	D	D	B	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	B	C	A	B	A	D	D	A	A	D	B	A	C	A	C	A	D	A	B	B	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2023^x$. **B.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x+3y>2$?

A. $(x;y)=(1;0)$. **B.** $(x;y)=(0;0)$. **C.** $(x;y)=(0;1)$. **D.** $(x;y)=(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Đồ thị hàm số $y=\frac{2-3x}{x+2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=1$. **B.** $u_2=-6$. **C.** $u_2=-18$. **D.** $u_2=6$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y'=\frac{1}{10\ln x}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0$.

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-1;+\infty)$. **C.** $S=(-2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0 \Leftrightarrow 5^{x+1}>5^{-1} \Leftrightarrow x+1>-1 \Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập nghiệm S của bất phương trình là $S=(-2;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=x^3+\frac{1}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+\frac{1}{x^2}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2-\frac{1}{x^2}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^3+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+\ln|x|+C$.

Câu 8: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

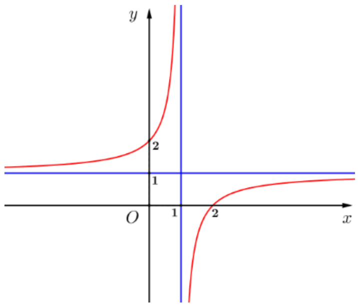
A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng $\pi r^2 h$.

Câu 9: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$ và đi qua điểm $(2;0)$.

Suy ra hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ đã cho.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) = 1$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x+2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ x+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 12: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích đáy của khối chóp là $B = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + x$ trên $[0;2]$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 10. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} y = y(0) = 0$.

Câu 14: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 15: Cho khối trụ có thể tích bằng $3\pi a^3$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\pi.R^2.h \Leftrightarrow 3\pi a^3=\pi a^2.h \Rightarrow h=3a$.

Vậy đường sinh của hình trụ đã cho là $l=h=3a$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x+4y-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của d có tọa độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: x+4y-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $(1;4)$.

Câu 17: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** C_9^5. **C.** 9^5. **D.** A_9^5.

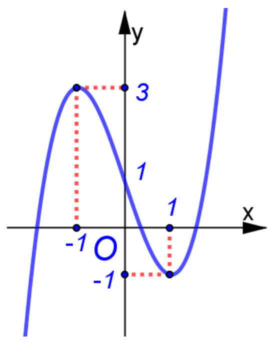
Lời giải

Chọn D

Giả sử số tự nhiên có dạng $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là A_9^5.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=3$. **D.** $M(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$ ↘		1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT,hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-3	‖	$-\infty$ ↗	7	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-3	‖	$-\infty$ ↗	7	↘ $y=-3$	$-\infty$

Ta có $f(x)=-3 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 21: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_5 a^3 = 3\log_5 a$.

Câu 22: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

C. $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$. **D.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. $\int[f(x).g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Độ dài đường sinh của hình nón (N) bằng

A. 12. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Độ dài đường sinh hình nón là: $l=\sqrt{R^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 25: Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$ ta được

A. $Q=b^{\frac{-4}{3}}$. **B.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $Q=b^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}=b^{\frac{5}{3}}:b^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}}=5^{\frac{4}{3}}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $I(-1;1)$ và $A(3;-2)$. Đường tròn tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=5$. **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2=25$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn có tâm $I(-1;1)$ và bán kính R là: $(x+1)^2+(y-1)^2=R^2$.

Ta có: $A\in(C)\Rightarrow 4^2+3^2=R^2\Leftrightarrow R^2=25$.

Vậy phương trình cần tìm là: $(x+1)^2+(y-1)^2=25$.

Câu 27: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+6x+9}=|2x-1|$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $-\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $-\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\sqrt{x^2+6x+9}=|2x-1|\Leftrightarrow|x+3|=|2x-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+3=2x-1\\x+3=-2x+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\frac{-2}{3}\end{array}\right..$$

Tổng hai nghiệm: $\frac{10}{3}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2023;2023]$ để phương trình $2\sin 2x+(m-1)\cos 2x=m+1$ có nghiệm?

A. 2025. **B.** 2024. **C.** 4048. **D.** 4046.

Lời giải

Chọn A

- Để phương trình có nghiệm:

$2^2+(m-1)^2 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow 4+m^2-2m+1 \geq m^2+2m+1 \Leftrightarrow m \leq 1$

$m \in [-2023;2023] \Rightarrow [-2023;1]$. Có 2025 giá trị

Câu 29: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{25}{42}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

Lời giải

Chọn B

- Số cách chọn 3 viên bi trong hộp đựng 9 viên bi: $|\Omega| = C_9^3 = 84$

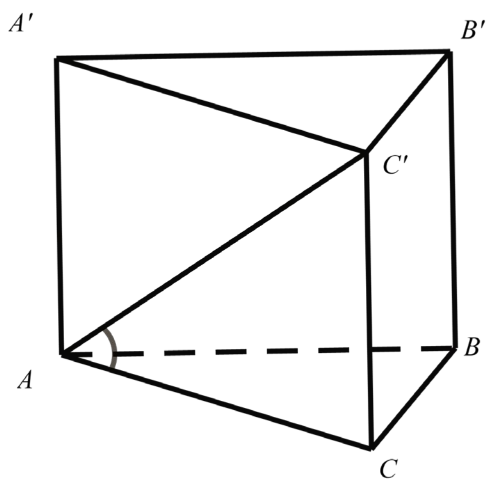
- Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh": $n(A) = C_5^2.C_4^1 + C_5^3 = 50$.

Xác suất biến cố A là $P_A = \frac{50}{84}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=\sqrt{3}$, $AA'=1$. Góc giữa AC' và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Lời giải



Chọn C

Hình chiếu vuông góc của AC' lên (ABC) là AC, do đó góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) là góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và AC hay $\widehat{C'AC}$

Trong tam giác vuông $C'AC$, vuông tại C, ta có:

$\tan\widehat{C'AC} = \frac{CC'}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{C'AC} = 30^0$.

Câu 31: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\2x-1>0\\x+1>2x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x>\frac{1}{2}\\x<2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{1}{2}<x<2$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$. Tính giá trị của biểu thức $M+m$.

A. 13. **B.** $\frac{40}{3}$. **C.** $\frac{37}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}>0,\forall x\in[2;4]$ nên hàm số đồng biến trên $[2;4]$.

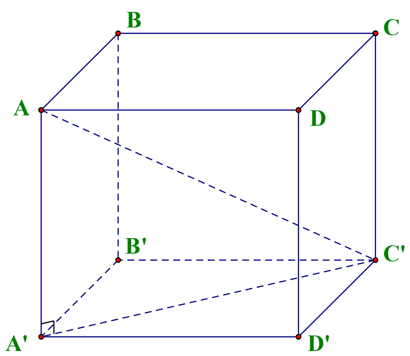
Do đó $\begin{cases}M=\max\limits_{[2;4]}y=y(4)=\frac{19}{3}\\m=\min\limits_{[2;4]}y=y(2)=7\end{cases}$ nên $M+m=\frac{40}{3}$.

Câu 33: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{3}a$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC'=a\sqrt{3}\Rightarrow AB=a$ do đó thể tích khối lập phương là $V=a^3$.

Câu 34: Bất phương trình $\dfrac{10-x}{2x-4}\ge 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7. **B.** 9. **C.** Vô số. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

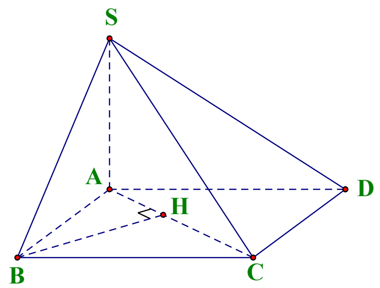
Ta có $\dfrac{10-x}{2x-4}\ge 0 \Leftrightarrow 2<x\le 10$ mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{3;4;...;10\}$ do đó bất phương trình có 8 nghiệm nguyên.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\dfrac{2a}{5}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Vẽ $BH\perp AC$ tại H, khi đó $\begin{cases} BH\perp AC \\ BH\perp SA\ \left(SA\perp (ABC)\right)\end{cases}$ nên $BH\perp (SAC)$

Do đó $d\left(B,(SAC)\right)=BH$.

Ta có $BH=\sqrt{\dfrac{BA^2.BC^2}{BA^2+BC^2}}=\sqrt{\dfrac{a^2.\left(a\sqrt{3}\right)^2}{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, với $BC=AD=a\sqrt{3}$.

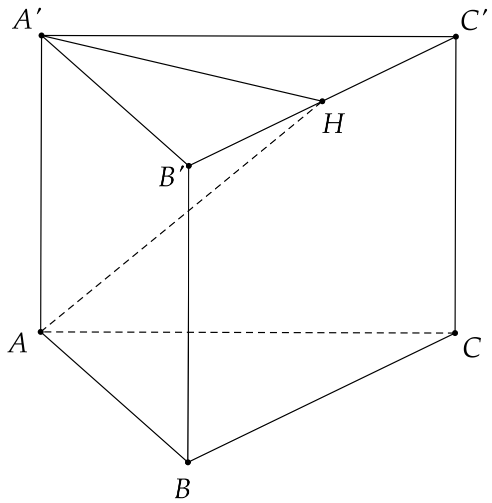
Vậy $d\left(B,(SAC)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=2$, $\widehat{BAC}=120°$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=3$. **B.** $V=\dfrac{8}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $B'C'$. Ta có $A'H \perp B'C'$, do đó góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) là $\widehat{AHA'} = 60°$.

Có $A'H = A'B.\cos 60° = 2.\frac{1}{2} = 1$.

Trong tam giác $A'B'C'$ có $S_{A'B'C'} = \frac{1}{2}A'B'.A'C'.\sin\widehat{B'A'C'} = \frac{1}{2}.2.2.\sin 120° = \sqrt{3}$.

Trong tam giác AHA' vuông tại A' ta có : $AA' = A'H.\tan 60° = \sqrt{3}$.

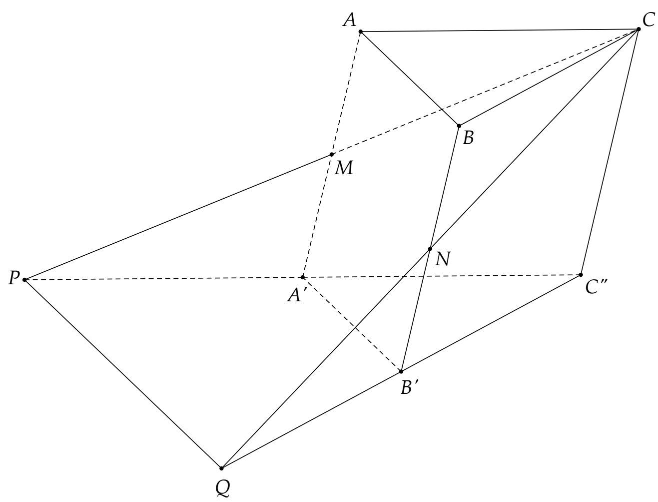
Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{A'B'C'}.AA' = \sqrt{3}.\sqrt{3} = 3$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta thấy $A'B'$ là đường trung bình của tam giác $C'PQ$ nên $S_{C'PQ} = 4S_{A'B'C'}$.

Ta được $V_{C.C'PQ}=\frac{1}{3}.d\left(C,\left(A'B'C'\right)\right).S_{C'PQ}=\frac{1}{3}.d\left(C,\left(A'B'C'\right)\right).4S_{C'A'B'}=\frac{4}{3}V_{ABC.A'B'C'}$. (1)

Lại có

$V_{C.ABMN}=\frac{1}{3}d\left(C,\left(ABMN\right)\right).S_{ABMN}=\frac{1}{3}d\left(C,\left(ABMN\right)\right).\frac{1}{2}S_{ABB'A'}=\frac{1}{2}V_{C.ABB'A'}$

$=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Do đó $V_{CMN.A'B'C'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$ (2)

Từ (1) và (2) ta được

$V_{MA'P.NB'Q}=V_{C.C'PQ}-V_{CMN.C'A'B'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.3=2.$

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. 13. **B.** Vô số. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases}x+2\ge 0\\x^2-6x+2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\x^2-6x+2m>0\end{cases}$.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-6x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -2 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=(-3)^2-2m>0\\(x_1+2)(x_2+2)>0 \quad (1)\\(x_1+2)+(x_2+2)>0\end{cases}$

với x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-6x+m=0$, theo Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=6\\x_1.x_2=2m\end{cases}$, thay vào hệ (1) ta được

$$\begin{cases}m<\frac{9}{2}\\2m+16>0\Leftrightarrow -8<m<\frac{9}{2},\\10>0\end{cases}$$

vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 12 phần tử thỏa mãn là $\{-7;-6;...;3;4\}$.

Câu 39: Xét hàm số $f(t)=\frac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\begin{cases}f(x)+f(y)=1\\e^{x+y}\le e.(x+y)\end{cases}$. Tìm tổng các phần tử của tập S.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)+f(y)=1 \Leftrightarrow f(y)=1-f(x) \Leftrightarrow \dfrac{9^y}{9^y+m^2}=1-\dfrac{9^x}{9^x+m^2}=\dfrac{m^2}{9^x+m^2}$

$\Leftrightarrow 9^{x+y}+m^2.9^y=9^y.m^2+m^4$

$\Leftrightarrow 9^{x+y}=m^4 \Leftrightarrow x+y=\log_9 m^4=2\log_3|m|$.

Đặt $t=\log_3|m|$.

Có: $e^{x+y}\le e(x+y) \Leftrightarrow e^{2t}\le 2e.t \Leftrightarrow e^{2t}-2e.t\le 0(*)$

Xét $g(t)=e^{2t}-2et$, có $g'(t)=2e^{2t}-2e=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

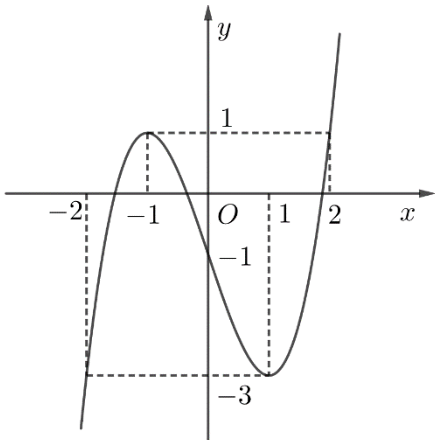
t	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$g'(t)$		-	0	+	
$g(t)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bbt ta được $e^{2t}-2et\ge 0, \forall t$.

Vậy (*) xảy ra $\Leftrightarrow e^{2t}-2et=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \log_3|m|=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow |m|=\sqrt{3} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

Vậy tổng các phần tử của tập S bằng 0.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=f(f(x)+2)$. Phương trình $g'(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$g(x)=f(f(x)+2)$

Có $g'(x)=f'(x)f'(f(x)+2)$.

Ta được $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)f'(f(x)+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x)=0 & (1) \\ f'(f(x)+2)=0 & (2) \end{array}\right.$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+2=-1 \\ f(x)+2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-3 \\ f(x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=a\in(-2;-1) \\ x=0 \\ x=b\in(1;2) \end{array}\right.$$

$$\text{Vậy } g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \\ x=1 \\ x=0 \\ x=a\in(-2;-1) \\ x=b\in(1;2) \end{array}\right.$$

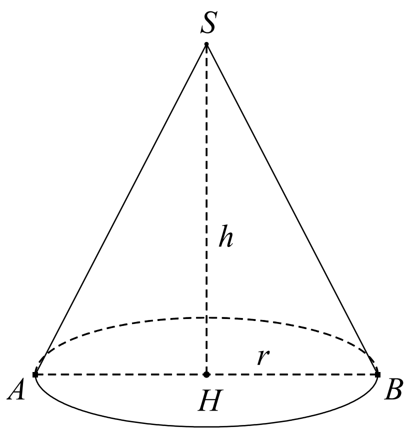
Vậy $g'(x)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc $60°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=9\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=3\pi$. **D.** $V=9\pi$.

Lời giải

Chọn C



Thiết diện qua trục của (N) là ΔSAB

Vì ΔSAB cân tại S, $\widehat{SAB}=60^o$ (gt) $\Rightarrow \Delta SAB$ đều $\Rightarrow l=2R$ (R là bán kính nón)

Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều SAB

Có $r=\dfrac{S_{\Delta SAB}}{p}=\dfrac{\frac{l^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{3l}{2}}=\dfrac{l\sqrt{3}}{6}=1 \Leftrightarrow l=2\sqrt{3}$

Ta được ciều cao của nón $h=l.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$.

Vậy $V_{(N)} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 3\pi.$

Câu 42: Cho $x,\ y$ là các số thực thỏa mãn $x > y > 1$. Biểu thức $A = \log^2_{\frac{x}{y}} x^3 + \frac{8}{3}\log_y\left(\frac{x}{y}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

A. $x = y^4$. **B.** $x = y$. **C.** $x^4 = y$. **D.** $x = 4y$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$A = \log^2_{\frac{x}{y}} x^3 + \frac{8}{3}\log_y\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{9}{\log_x{}^2 \frac{x}{y}} + \frac{8}{3}.\left[\log_y x - 1\right] = \frac{9}{(1-\log_x y)^2} + \frac{8}{3.\log_x y} - \frac{8}{3}$$

Đặt $\log_x y = t$ ($\log_x y > \log_x 1 = 0 \Rightarrow t > 0$ và $x > y \Rightarrow \log_x x > \log_x y \Rightarrow 1 > t$)

Suy ra $0 < t < 1$.

Khi đó A trở thành: $A = \frac{9}{(1-t)^2} + \frac{8}{3t} - \frac{8}{3} = f(t)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{9}{(t-1)^2} + \frac{8}{3t} - \frac{8}{3}$ có $f'(t) = -\frac{2.9}{(t-1)^3} - \frac{8}{3t^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{4}\ (tm) \\ t = -2\ \ (loai) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	0		$\frac{1}{4}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y	f(0)	$\searrow$	$f\left(\frac{1}{4}\right)$	$\nearrow$	f(1)

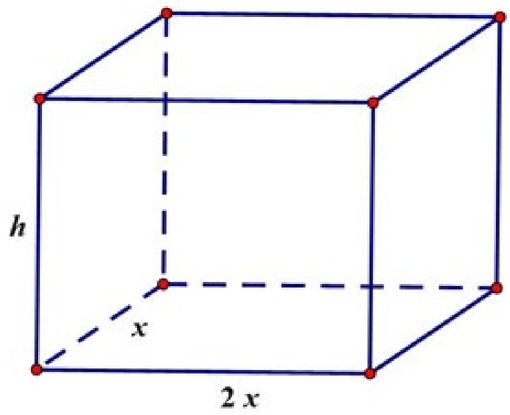
Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_x y = \frac{1}{4} \Rightarrow x = y^4$.

Câu 43: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\ \text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là $300\ 000/\text{m}^2$ (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến triệu đồng).

A. 75 triệu đồng. **B.** 36 triệu đồng. **C.** 51 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C



Gọi chiều rộng của đáy bể là $x(m)(x>0)$

$\Rightarrow$ chiều dài của đáy bể là $2x(m)$

Gọi chiều cao của bể là $h(m)(h>0)$

Thể tích của bể là: $V=x.2x.h=200\Rightarrow h=\dfrac{200}{2x^2}=\dfrac{100}{x^2}$

Diện tích đáy là: $S_1=x.2x=2x^2\left(\mathrm{m}^2\right)$

Diện tích xung quanh của bể là: $S_2=2.x.h+2.2x.h=6.x.h\left(m^2\right)$

Chi phí để xây bể là:

$T=\left(S_1+S_2\right).300000=\left(2x^2+6xh\right)\cdot 300000$

$=\left(2x^2+\dfrac{600}{x}\right).300000$

Ta có: $2x^2+\dfrac{600}{x}=2x^2+\dfrac{300}{x}+\dfrac{300}{x}\geq 3\cdot\sqrt[3]{2x^2\cdot\dfrac{300}{x}\cdot\dfrac{300}{x}}\geq 3\cdot\sqrt[3]{180000}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2x^2=\dfrac{300}{x}\Leftrightarrow x^3=\dfrac{300}{2}=150\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{150}$

Chi phí thấp nhất để xây bể là:

$T=3\cdot\sqrt[3]{180000}\cdot 300000\approx 50,815\cdot 10^6$ (nghìn đồng) ≈ 51 (triệu đồng)

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x-m.4^{x+1}+5m^2-45=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử là số chẵn?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $16^x-m.4^{x+1}+5m^2-45=0\Leftrightarrow (4^x)^2-4m.4^x+5m^2-45=0$

Đặt $4^x = t(t > 0)$ khi đó phương trình (*) trở thành:

$t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$

Khi đó phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m^2 - (5m^2 - 45) > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1.t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45 - m^2 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{4;5;6\}$

$\Rightarrow$ có 2 giá trị m chẵn thỏa mãn.

Câu 45: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+m-2}$ đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** -9. **D.** -10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \dfrac{1-x}{x+m-2} \Rightarrow y' = \dfrac{1-m}{(x+m-2)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$ thì:

$$\begin{cases} 1 - m > 0 \\ 2 - m \le 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \ge -4 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \le m < 1$$

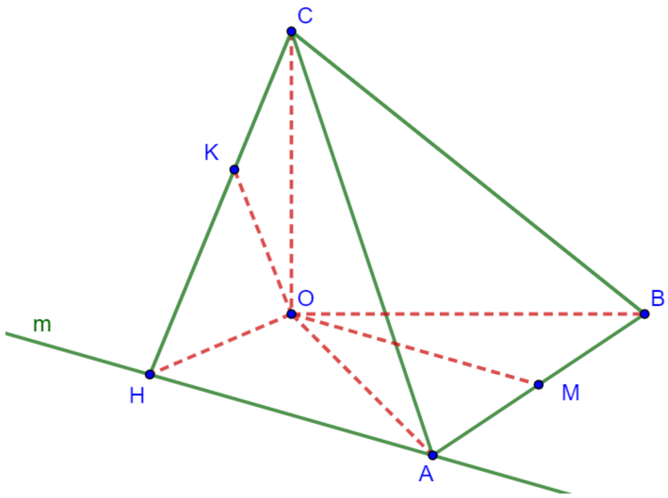
Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4;-3;-2;-1;0\} \Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên m thỏa mãn: -10.

Câu 46: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 1$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng $\dfrac{2}{3}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $Am//OM, OH \perp Am\ (H \in Am), OK \perp CH\ (K \in CH)$ nên $d(OM, AC) = d(OM,(CAH))$

Ta có: $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AH, OH \perp AH \Rightarrow AH \perp (OCH) \Rightarrow AH \perp OK$

Mà $d(OM, AC) = d(OM,(CAH)) = d(O,(CAH)) = OK = \frac{2}{3}$.

Vì tam giác OAB cân tại O nên $OM \perp AB, OM = AM = \frac{AB}{2}$.

Vì $OH \perp Am \Rightarrow OH \perp OM$ và $OM \perp AB, AH//OM \Rightarrow AH \perp AM$

Nên $OHAM$ là hình vuông (hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau)

Khi đó: $OH = AM = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Do: $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OC = 2 \Rightarrow V_{O.ABC} = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{3}$

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \frac{m}{2}x^4 + \frac{4(m+3)}{3}x^3 - (m+7)x^2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng một điểm cực đại?

A. 16. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 2x^4 - 2mx^3 + 4(m+3)x^2 - 2(m+7)x = 2x\left[x^3 - mx^2 + 2(m+3)x - m - 7\right]$

Ta thấy phương trình $x^3 - mx^2 + 2(m+3)x - m - 7 = 0$ có nghiệm là $x = 1$

Áp dụng sơ đồ Horner:

	1	$-m$	$2m+6$	$-m-7$
1	1	$1-m$	$m+7$	0

Khi đó ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x(x-1)\left[x^2 + (1-m)x + m + 7\right] = 0$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng một điểm cực đại khi $f(x)$ có một điểm cực trị dương.

TH1: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ có hai nghiệm phân biệt không dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(1-m)^2-4(m+7)>0\\ m-1\le 0\\ m+7\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-6m-27>0\\ m\le 1\\ m\ge -7\end{cases} \Leftrightarrow -7\le m<-3 \Rightarrow m\in\{-7;-6;-5;-4\}.$$

TH2: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

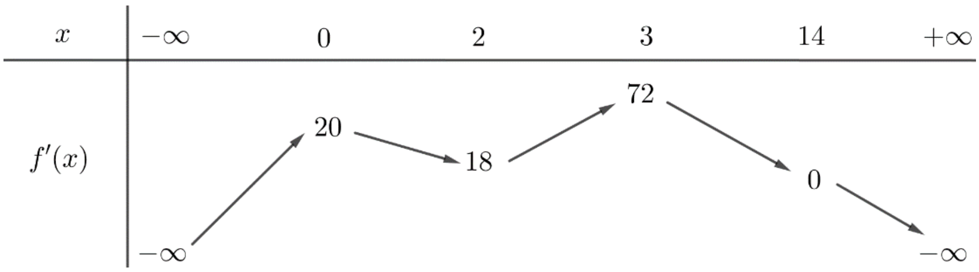
$\Leftrightarrow (1-m)^2-4(m+7)\le 0 \Leftrightarrow m^2-6m-27\le 0 \Leftrightarrow -3\le m\le 9 \Rightarrow m\in\{-3;-2;...;9\}$.

TH3: Phương trình $x^2+(1-m)x+m+7=0$ có nghiệm $x=1$.

$\Leftrightarrow 1^2+(1-m)1+m+7=0 \Leftrightarrow 9=0$ (Vô lý).

Vậy $m\in\{-7;-6;...;8;9\}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trên đoạn $[-2022;2023]$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^3}{9}\right)-\dfrac{m(x^2+9)^2}{18}$ nghịch biến trên khoảng $(0;5)$?

A. 2005. **B.** 2006. **C.** 2004. **D.** 2007.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\dfrac{x^3}{9}\Rightarrow t'=\dfrac{x^2}{3}\ge 0\ \forall x\in(0;5)\Rightarrow t\in\left(0;\dfrac{5^3}{9}\right)$. Ta có $t=\dfrac{x^3}{9}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{9t}\Leftrightarrow x^2=3\sqrt[3]{3}t^{\frac{2}{3}}$.

Khi đó ta cần tìm m để hàm số $h(t)=f(t)-\dfrac{m\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{2}{3}}+3\right)^2}{2}$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{5^3}{9}\right)$.

Ta có $h'(t)=f'(t)-\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{3}.m\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{2}{3}}+3\right)t^{\frac{-1}{3}}=f'(t)-\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{3}.m\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{1}{3}}+3t^{\frac{-1}{3}}\right)$.

Để $h(t)$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{5^3}{9}\right) \Leftrightarrow h'(t)=f'(t)-\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}.m\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{1}{3}}+3t^{\frac{-1}{3}}\right)\le 0\ \ \forall t\in\left(0;\frac{5^3}{9}\right)$

$\Leftrightarrow m\ge \frac{f'(t)}{u(t)}\forall t\in\left(0;\frac{5^3}{9}\right)$ với $u(t)=\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{1}{3}}+3t^{\frac{-1}{3}}\right)$

Ta có $u'(t)=\frac{2}{9}\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{3}t^{\frac{-2}{3}}-3t^{\frac{-4}{3}}\right)$. Ta có $u'(t)=0\Leftrightarrow \sqrt[3]{3}t^{\frac{-2}{3}}-3t^{\frac{-4}{3}}=0\Leftrightarrow t=3$.

Bảng biến thiên:

t	0		3		$\frac{5^3}{9}$
$u'(t)$		$-$	0	$+$	
$u(t)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	4.53

Từ bảng biến thiên ta thấy được $u(t)\ge u(3)\ \ \forall t\in\left(0;\frac{5^3}{9}\right)$, mà $f'(t)\le f'(3)\ \ \forall t\in\left(0;\frac{5^3}{9}\right)$

Khi đó $m\ge \frac{f'(t)}{u(t)}\forall t\in\left(0;\frac{5^3}{9}\right)\Leftrightarrow m\ge \frac{f'(3)}{u(3)}=18$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x)=2^{x+\frac{4}{x}}+\log_2\left(x^2-4x+5\right)$; $g(x)=2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]$.

Suy ra: $g(x)=h(f(x))$. Ta thấy $f(x)>0\forall x$ nên ở đây ta chỉ xét hàm $h(x)$ trên $(0;+\infty)$.

$$h'(x)=\left(1-\frac{4}{x^2}\right)2^{x+\frac{4}{x}}\ln 2+\frac{2(x-2)}{(x^2-4x+5)\ln 2}=(x-2)\left(\frac{x+2}{x^2}2^{x+\frac{4}{x}}\ln 2+\frac{2}{(x^2-4x+5)\ln 2}\right);$$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

Ta có: $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]=m \Leftrightarrow g(x)=m$.

Suy ra: phương trình đã cho có 6 nghiệm thực phân biệt khi đồ thị hàm số $y=g(x)$ và đường thẳng $y=m$ có đúng 6 điểm chung phân biệt.

x	$-\infty$		1				2				3		$+\infty$
$f(x)$	2		4		2		1		2		3		2
$g(x)$	16	$\nearrow$	33	$\searrow$	16	$\nearrow$	33	$\searrow$	16	$\nearrow$	$1+2^{\frac{13}{3}}$	$\searrow$	16

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thực phân biệt khi $16<m<1+2^{\frac{13}{3}}\approx 21,16$.

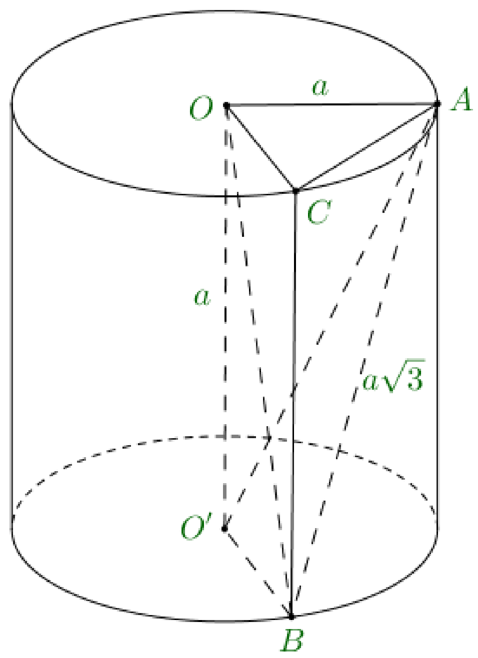
Suy ra có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 50: Cho hình trụ có các đường tròn đáy là (O) và (O'), bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Các điểm A, B lần lượt thuộc các đường tròn đáy (O) và (O') sao cho $AB=\sqrt{3}a$. Thể tích của khối tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Gọi C là hình chiếu của B trên đường tròn đáy tâm O của hình trụ. Khi đó $BC//OO'$ $\Rightarrow BC//(OAO') \Rightarrow d(B,(OAO')) = d(C,(OAO'))$.

Ta có: $AO \perp OO' \Rightarrow S_{\Delta AOO'} = \frac{1}{2}AO.O'O = \frac{a^2}{2}$.

ΔABC vuông tại C có $AC = \sqrt{(AB)^2 - (BC)^2} = a\sqrt{2}$, mà $AO = OC = a$ nên ΔAOC vuông cân tại $O \Rightarrow CO \perp AO, OO' \Rightarrow CO \perp (AO'O) \Rightarrow d(C,(AO'O)) = CO = a$.

Vậy $V_{ABOO'} = \frac{1}{3}.CO.S_{\Delta AO'O} = \frac{a^3}{6}$.

---------- HẾT ----------