

Bài 1. (2 điểm):

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2\sqrt{x}+12}{x-4} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

- Tính giá trị của A khi $x = 25$
- Rút gọn biểu thức B.
- Đặt $P = A \cdot B$. Tìm giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 2. (2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:*

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định với một vận tốc xác định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 15 km/h thì sẽ đến B sớm 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 5 km/h thì sẽ đến B muộn 1 giờ so với dự định. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 3. (2 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = x + 6$ và parabol (P): $y = 2x^2$

- Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ tọa độ Oxy
- Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) với (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 4. (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại D. Vẽ OM vuông góc với BC tại M.

- Chứng minh tứ giác AOMD nội tiếp.
- Tia OM cắt đường tròn (O) tại điểm N, AN và BC cắt nhau tại I. Chứng minh AN là tia phân giác của góc \widehat{BAC} và $AD = DI$
- Tia phân giác của \widehat{ABC} cắt AN tại H. Giả sử dây AB cố định và điểm C di chuyển trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Chứng tỏ điểm H luôn nằm trên một đường tròn cố định.

Bài 5. (0,5 điểm): Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

----- Chúc con làm bài tốt -----

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh:Lớp: 9.....

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Câu	Đáp án	Điểm																				
Bài 1 (2,0 điểm)	a)	Tính giá trị của A khi x = 25	0,5																				
		Thay x = 25 (tmdk) vào biểu thức A	0,25																				
		$A = \frac{\sqrt{25}+7}{\sqrt{25}-2} = \frac{12}{3} = 4$	0,25																				
	b)	Rút gọn biểu thức B	0,75																				
		$B = \frac{2\sqrt{x}+12}{x-4} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}+12-4(\sqrt{x}+2)+\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25																				
		$= \frac{2\sqrt{x}+12-4\sqrt{x}-8+x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25																				
		$= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,25																				
	c)	Đặt P = A.B. Tìm giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.	0,75																				
		$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} > 1$	0,25																				
		$P = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} \leq 3,5$. Mà P ∈ Z. Vậy P ∈ {2; 3}	0,25																				
	Giải tìm được x = 9 ; x = $\frac{1}{4}$ (tmdk)	0,25																					
Bài 2 (2,0 điểm)		Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:	2,0																				
		Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h) Gọi thời gian dự định đi hết quãng đường AB là y (h) Đk: x > 5; y > 2 Lưu ý: hs đặt đk x > 0, y > 0 thì chữa cho hs nhưng không trừ điểm	0,25																				
		Khi đó quãng đường AB dài là: xy (km)	0,25																				
		*TH1: Vận tốc của ô tô là x + 15 (km/h) Thời gian đi hết quãng đường AB là y - 2 (h) Quãng đường AB dài là: (x + 15)(y - 2) (km) nên ta có phương trình: (x + 15)(y - 2) = xy (1)	0,5																				
		*TH2: Vận tốc của ô tô là x - 5 (km/h) Thời gian đi hết quãng đường AB là y + 1 (h) Quãng đường AB dài là: (x - 5)(y + 1) (km) nên ta có phương trình: (x - 5)(y + 1) = xy (2)	0,25																				
		Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} (x + 15)(y - 2) = xy \\ (x - 5)(y + 1) = xy \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 15y = 30 \\ x - 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 8 \end{cases}$ (tmdk)	0,5																				
		Vậy quãng đường AB dài 360 (km)	0,25																				
	Bài 3 (2,0 điểm)	a)	Vẽ đường thẳng (d): y = x + 6 và parabol (P): y = 2x²	1,0																			
		<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-6</td> <td></td> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y = x+6</td> <td>6</td> <td>0</td> <td></td> <td>y = 2x²</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> </table>	x	0	-6		x	-2	-1	0	1	2	y = x+6	6	0		y = 2x ²	8	2	0	2	8	0,5
x	0	-6		x	-2	-1	0	1	2														
y = x+6	6	0		y = 2x ²	8	2	0	2	8														

		0,5
	<p>b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) với (P). Tính diện tích ΔOAB.</p>	1,0
	<p>Xét pt hoành độ giao điểm của (d) và (P): $2x^2 = x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$</p>	0,25
	<p>Giải tìm được A(-1,5 ; 4,5) và B(2; 8)</p>	0,25
	<p>Đường thẳng (d) cắt trục Oy tại C. Tìm được tọa độ điểm C(0, 6) và $OC = 6$ Vẽ AH, BK vuông góc với Oy và tìm được $AH = 1,5, BK = 2$</p>	0,25
	$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} OC \cdot AH + \frac{1}{2} OC \cdot BK$ $= 0,5 \cdot 6 \cdot (1,5 + 2) = 10,5 \text{ (đvdt)}$	0,25
Bài 4 (3,5 điểm)	<p>Vẽ hình đến câu a</p>	0,25
	<p>a) Chứng minh tứ giác AOMD nội tiếp.</p>	1,25
	<p>AD là tiếp tuyến của (O) tại A (gt) $\Rightarrow AD \perp OA \Rightarrow \widehat{DAO} = 90^\circ$</p>	0,25
	<p>Tứ giác ADMO có: $\widehat{DAO} + \widehat{DMO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Mà 2 góc ở vị trí đối nhau</p>	0,5 0,25
	<p>\Rightarrow Tứ giác ADMO nội tiếp</p>	0,25
	<p>b) Tia OM cắt đường tròn (O) tại điểm N, AN và BC cắt nhau tại I. Chứng minh AN là tia phân giác của góc \widehat{BAC} và $AD = DI$</p>	1,25
	<p>(O): $OM \perp$ dây BC, OM cắt (O) tại N $\Rightarrow BN = CN$</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow \widehat{BAN} = \widehat{NAC}$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau) $\Rightarrow AN$ là tia phân giác của góc \widehat{BAC}</p>	0,25

	<p>Xét (O) có</p> $\widehat{DAN} = \frac{1}{2} \text{sđ } AN = \frac{1}{2} (\text{sđ } AB + \text{sđ } BN) \text{ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung AN)}$ $\widehat{BIA} = \frac{1}{2} (\text{sđ } AB + \text{sđ } CN) \text{ (góc có đỉnh ở trong đường tròn chắn cung AN và cung CN)}$ <p>Mà $BN = CN$</p> $\Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{BIA} \text{ hay } \widehat{DAI} = \widehat{DIA} \Rightarrow \Delta ADI \text{ cân tại D} \Rightarrow AD = DI$	0,25 0,25 0,25
	c) Chứng tỏ điểm H luôn nằm trên một đường tròn cố định.	0,75
	<p>Kéo dài CH cắt đường tròn (O) tại K</p> <p>ΔABC có hai tia phân giác AI, BH cắt nhau tại H</p> <p>$\Rightarrow CH$ là phân giác $\Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{HCB}$</p> <p>$\Rightarrow AK = BK$ (2 cung bị chắn của 2 góc nội tiếp bằng nhau)</p> <p>$\Rightarrow K$ là điểm chính giữa của cung AB cố định (do dây AB cố định)</p> <p>$\Rightarrow K$ cố định</p>	0,25
	$\widehat{KAH} = \frac{1}{2} (\text{sđ } BK + \text{sđ } BN) \text{ (góc nội tiếp)}$ $\widehat{KHA} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \text{cung } AK + \text{sđ } \text{cung } CN) \text{ (góc có đỉnh ở trong đg tròn)}$ <p>$\Rightarrow \widehat{KAH} = \widehat{KHA} \Rightarrow \Delta AKH$ cân tại K $\Rightarrow KH = KA$ không đổi (do A, K cố định)</p>	0,25
	Vậy điểm H luôn nằm trên một đường tròn (K; KA) cố định	0,25
Bài 5 (0,5 điểm)	<p>Áp dụng bất Cô si cho các số dương</p> $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y+z}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{x^2}{y+z} \cdot \frac{y+z}{4}} = x$ $\frac{y^2}{z+x} + \frac{z+x}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{y^2}{z+x} \cdot \frac{z+x}{4}} = y$ $\frac{z^2}{x+y} + \frac{x+y}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{z^2}{x+y} \cdot \frac{x+y}{4}} = z$ $P \geq x + y + z - \frac{x+y+z}{2} = \frac{x+y+z}{2} = 1$	0,25
	$\text{Min } P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{y+z} = \frac{y+z}{4} \\ \frac{y^2}{z+x} = \frac{z+x}{4} \\ \frac{z^2}{x+y} = \frac{x+y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{2}{3}$	0,25

*Lưu ý: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tương đương