Bài 1: (1 điểm) Thực hiện phép tính sau:

a) $\sqrt{3}-5\sqrt{12}+7\sqrt{27}$ b) $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

Bài 2: (2 điểm) Cho biểu thức:

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^2 \text{ với } x>0;\ x\neq 1$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để $\dfrac{P}{\sqrt{x}}>2$.

Bài 3: (2,5 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 + 2x – 15 = 0$

2. Cho phương trình: $x^2 -2(m – 1)x + m – 3 = 0$ (1), (m là tham số).

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Chứng minh rằng biểu thức $A = x_1 (1 – x_2) + x_2 (1 – x_1)$ không phục thuộc vào giá trị của m, trong đó x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (1)

Bài 4: (1,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

b) Cho hàm số $y = ax^2$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình y = 2x – 1. Tìm a sao cho (d) tiếp xúc với (P).

Bài 5: (3 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Điểm M di động trên cung nhỏ BC. Từ M kẻ các đường thẳng MH, MK lần lượt vuông góc với AB, AC. (H thuộc đường thẳng AB, K thuộc đường thẳng AC).

a) Chứng minh tứ giác AHMK nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh hai tam giác MBC và MHK đồng dạng với nhau.

c) Tìm vị trí của điểm M để độ dài đoạn HK lớn nhất.

-----------------------Hết----------------------

Giải

Bài 1:

a) $\sqrt{3}-5\sqrt{12}+7\sqrt{27}=\sqrt{3}-10\sqrt{3}+21\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{80}{5}}=\sqrt{16}=4$

Bài 2:

a) Rút gọn: $P=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2-\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\left(\frac{1-x}{2\sqrt{x}}\right)^2=\frac{-4\sqrt{x}}{x-1}.\frac{\left(x-1\right)^2}{4x}=-\frac{x-1}{\sqrt{x}}=\frac{1-x}{\sqrt{x}}$

b) $\frac{P}{\sqrt{x}}>2\Leftrightarrow\frac{1-x}{x}>2\Leftrightarrow 1-x>2x\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$ Đối chiếu với đk thì $0<x<\frac{1}{3}$

Bài 3:

1.

$x_1 = 3$

$x_2 = -5$

2. $x^2 -2(m – 1)x + m – 3 = 0$ (1), (m là tham số).

a) Phương trình (1) có $\Delta'=m^2-3m+4=\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0\ (\forall m)$

Nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Vì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi giá trị của m

Theo Định lí Viét ta có: $x_1 + x_2 = 2(m-1)$ (2) và $x_1. x_2 = m – 3$ (3)

Theo đầu bài: $A = x_1 (1 – x_2) + x_2 (1 – x_1) = (x_1 + x_2) - 2 x_1. x_2$.

Ta thế (2) và (3) vào biểu thức A ta có: $A = 2(m – 1) – 2(m-3) = 4$

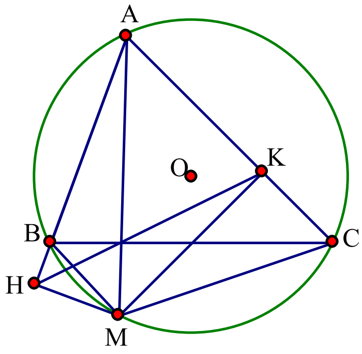
Chứng tỏ biểu thức A không phục thuộc vào giá trị của m.

Bài 4:

a) $\begin{cases}2x-y=1\\x+y=2\end{cases}$ $(x = 1, y = 1)$

b)

(d) tiếp xúc với (P) khi phương trình hoành độ $ax^2 – 2x + 1 = 0$ có 1 nghiệm duy nhất, tức là $\Delta'=0 \Leftrightarrow 1 – a = 0 \Leftrightarrow a = 1$



Bài 5:

a) Vì $MH \perp AB$; $MK \perp AC$ nên

$AHM = 90^0$; $AKM = 90^0$

tứ giác AHMK có $AHM = 90^0$; $AKM = 90^0$

nên nội tiếp được đường tròn đường kính AM.

b) tam giác MBC và MHK có

$MCB = MKH$ (Cung $=$ BAM); $MBC = MHK$ (Cung $=$ MAC) nên tam giác MBC và MHK đồng dạng với nhau (g-g).

c) tg MBC đồng dạng với tg MHK (từ cấu b)

--> HK/BC= MH/MB --> HK= BC.(MH/MB) $\le$ BC (do MH$\le$MB)

vậy HK lớn nhất =BC khi MH=MB tức khi MB vuông góc với AB --> khi AM là đường kính.