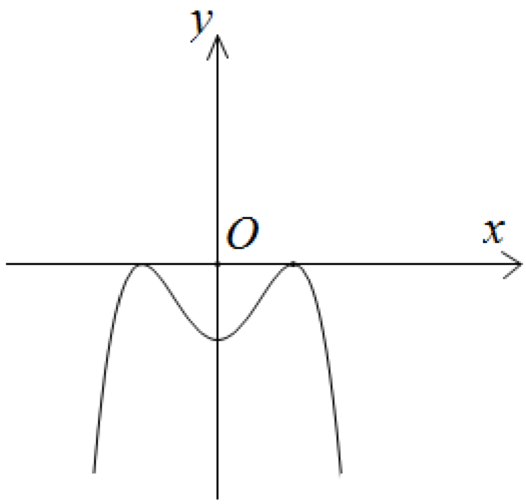
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KHẢO SÁT KIẾN THỨC CHUẨN BỊ CHO KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 LẦN 1 - MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^4-3x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A=a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m,n\in\mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2$.

A. 2425. **B.** 593. **C.** 1369. **D.** 539.

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$.

A. $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.
B. $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$.
C. $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.
D. $D=(1;3)$.

Câu 4: Tính thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 3.

A. 9π. **B.** 54π. **C.** 27π. **D.** 108π.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $CD\perp(SAD)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Câu 6: Hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.
B. $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
D. $(-\infty;1)$.

Câu 7: Một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ khác nhau và 6 quả cầu màu xanh khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu?

A. 105. **B.** 76. **C.** 165. **D.** 231.

Câu 8: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_8(x+2)^3+\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-4x+2\right)=0$. Tổng các phần tử của S là

A. 2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 8. **B.** 14. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 11: Khối lập phương là khối đa diện loại?

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $x=1$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

A. $4\sin x-5=0$. **B.** $4\sin x-3=0$. **C.** $4\sin x-1=0$. **D.** $4\sin x+3=0$.

Câu 15: Biết $\log_a b=-2$, tính $\log_b a^2b^3$.

A. $\log_b a^2b^3=2$. **B.** $\log_b a^2b^3=6$. **C.** $\log_b a^2b^3=4$. **D.** $\log_b a^2b^3=7$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 17: Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 19: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C=a\sqrt{6}$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{6}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=3a^3\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 21: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^2+\log_{\frac{1}{3}} b=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2=9b$. **B.** $b^2=9a$. **C.** $b^2=a$. **D.** $a^2=b$.

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.

Câu 23: Với a là số thực dương tùy ý. $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{15}}$. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{15}{13}}$. **D.** $a^{\frac{11}{9}}$.

Câu 24: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

A. $V=18.$ **B.** $V=36.$ **C.** $V=12.$ **D.** $V=16.$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-1 \Vert -1$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có ba điểm. **B.** Có bốn điểm. **C.** Có hai điểm. **D.** Có một điểm.

Câu 27: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị của biểu thức $5M+m$ bằng

A. $-4.$ **B.** $4.$ **C.** $0.$ **D.** $2.$

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh và thể tích của khối nón. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. $S_{xq}=2\pi rl.$ **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l.$ **C.** $V=\pi r^2 h.$ **D.** $S_{xq}=\pi rl.$

Câu 29: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 30: Xét các số nguyên dương chia cho 3 dư 1. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng

A. 3900 **B.** 3725 **C.** 7500 **D.** 3800

Câu 31: Cho hình chóp đều $SABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T = \dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

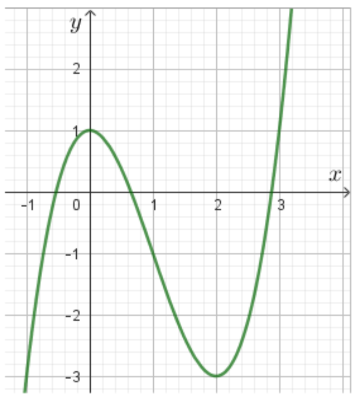
Câu 32: cho $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{ax+b-\sqrt{2x+5}}{(x+2)^2} = L$ với L là một số thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b=4$ **B.** $a^2+b^2=11$. **C.** $2a+b=3$. **D.** $-2a+b=-2$.

Câu 33: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$ và $\dfrac{1}{\log_b a} + \dfrac{1}{\log_a b} = \sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{1}{\log_{ab} b} - \dfrac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'(-4-2f(x)) = 0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35: Cho hai số thực dương a,b thỏa $\log_9 a = \log_{15} b = \log_{25}(a+b)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36: Cho 2 số thực dương thỏa mãn: $\log_9 a = \log_{15} b = \log_{25}(a+b)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(20;25)$. **B.** $(6;9)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(2;5)$.

Câu 38: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}, \forall x>2\\ 3x+m, \forall x\le 2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=6$. **D.** $m=-5$.

Câu 39: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy nón một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình $m\ln x - x\ln m = x-m$ có 2 nghiệm phân biệt. Tập S là

A. $\left(\dfrac{1}{e};1\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;e)\cup(e;+\infty)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{e};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f(x)-m+1\right)=0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn điều kiện $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$ và $x\le 2023$?

A. 2. **B.** 4040. **C.** 3780. **D.** 3776.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 210. **B.** 108. **C.** 136. **D.** 120.

Câu 44: Cho phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+(x+2)^2(x-1)+8=2^m+3m$, ($m$ là tham số). Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

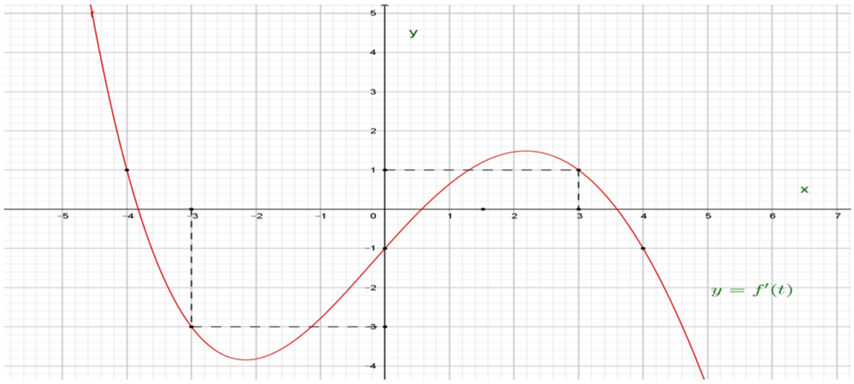
Câu 45: Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC), $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^x=mx+1$ có đúng một nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m=\ln 2\end{array}\right.$. **B.** $m>0$. **C.** $\begin{cases}m>0\\ m\ne \ln 2\end{cases}$. **D.** $m=\ln 2$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ **C.** $(-4;-1)$. **D.** $\left(-\frac{11}{2};-4\right)$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A. 21. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 39.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc SO sao cho $SI = \frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$?

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2.

Câu 50: Tại trung tâm thành phố Vĩnh Yên người ta tạo điểm nhấn bằng cách trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l = 20(m)$, bán kính đáy $R = 10(m)$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB. Trang trí một hệ thống đèn điện chạy từ A đến C trên mặt nón. Tìm giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

A. $10\sqrt{3}\,(m)$ **B.** $10\sqrt{5}\,(m)$ **C.** $30\,(m)$ **D.** $20\,(m)$

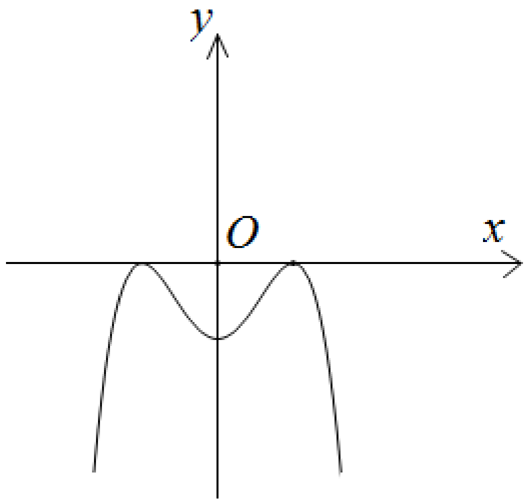
---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.A	6.B	7.D	8.D	9.A	10.A
11.A	12.B	13.D	14.A	15.A	16.D	17.A	18.D	19.C	20.B
21.A	22.B	23.A	24.B	25.B	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.D	32.A	33.D	34.A	35.C	36.D	37.D	38.D	39.D	40.A
41.B	42.C	43.C	44.B	45.D	46.A	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Hình đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. 2425. **B.** 593. **C.** 1369. **D.** 539.

Lời giải

Chọn B

$$A = a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}} = a\sqrt{a^3.\sqrt{a.a^{\frac{1}{2}}}} = a\sqrt{a^3.\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} = a\sqrt{a^3.a^{\frac{3}{4}}} = a\sqrt{a^{\frac{15}{4}}} = a.a^{\frac{15}{8}} = a^{\frac{23}{8}}$$

$$\Rightarrow m = 23, n = 8 \Rightarrow T = 23^2 + 8^2 = 593.$$

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

A. $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. **B.** $D = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D = (1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$ xác định khi $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 4: Tính thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 3.

A. 9π. **B.** 54π. **C.** 27π. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ có đường kính đáy bằng 6 nên nó có bán kính $r=3$.

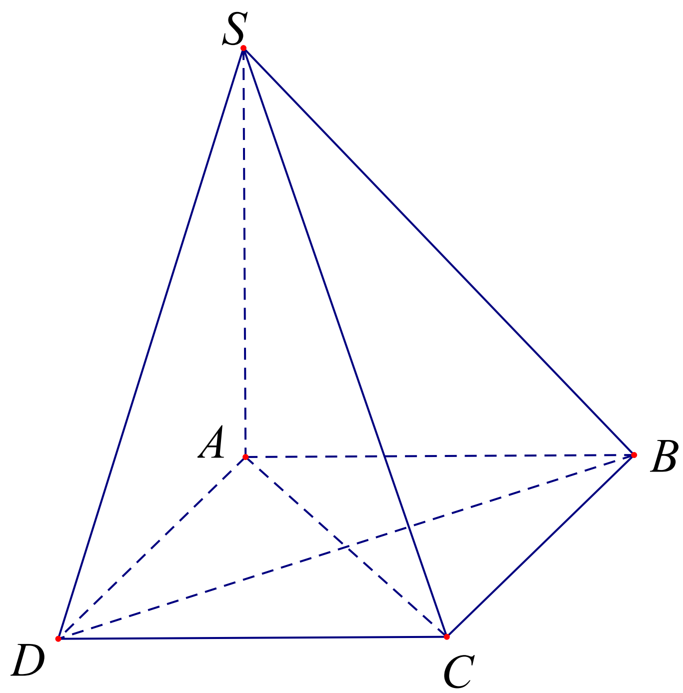
Do đó khối trụ đã cho có thể tích bằng $\pi r^2.h=\pi.3^2.3=27\pi$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $CD\perp(SAD)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $CD\perp AD$ mà $CD\perp SA$ nên $CD\perp(SAD)\Rightarrow$ **B** đúng.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $BC\perp AB$ mà $BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAB)\Rightarrow$ **C** đúng.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $AC\perp BD$ mà $BD\perp SA$ nên $BD\perp(SAC)\Rightarrow$ **D** đúng.

Kết luận $AC\perp(SBD)$ **sai**. Thật vậy, giả sử $AC\perp(SBD)$. Khi đó $AC\perp SB$ mà có $AC\perp SA$ nên $AC\perp(SAB)$ suy ra AC trùng BC (vô lý). Vậy AC không vuông góc với (SBD).

Câu 6: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0\,\forall x\in D$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 7: Một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ khác nhau và 6 quả cầu màu xanh khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu?

A. 105. **B.** 76. **C.** 165. **D.** 231.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu".

Biến cố đối của A là $\overline{A}$:"chọn ra 3 quả cầu cùng màu".

TH1: Chọn ra 3 quả cầu cùng màu đỏ có $C_7^3=35$.

TH1: Chọn ra 3 quả cầu cùng màu xanh có $C_6^3=20$.

Suy ra $n(\overline{A})=35+20=55$.

Vậy số cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu: $n(A)=C_{13}^3-55=231$.

Câu 8: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_8(x+2)^3+\log_{\frac{1}{2}}(x^2-4x+2)=0$. Tổng các phần tử của S là

A. 2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

ĐK $\begin{cases}x+2>0\\x^2-4x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\\left[\begin{array}{l}x>2+\sqrt{2}\\x<2-\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2+\sqrt{2}\\-2<x<2-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

$\log_8(x+2)^3+\log_{\frac{1}{2}}(x^2-4x+2)=0\Leftrightarrow\log_2(x+2)-\log_2(x^2-4x+2)=0$.

$\Leftrightarrow\log_2(x+2)=\log_2(x^2-4x+2)\Leftrightarrow x+2=x^2-4x+2\Leftrightarrow x^2-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=5\end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;5\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 5.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 8. **B.** 14. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)'=-\frac{5}{(x-1)^2}<0\forall x\in[2;4]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[2;4]$.

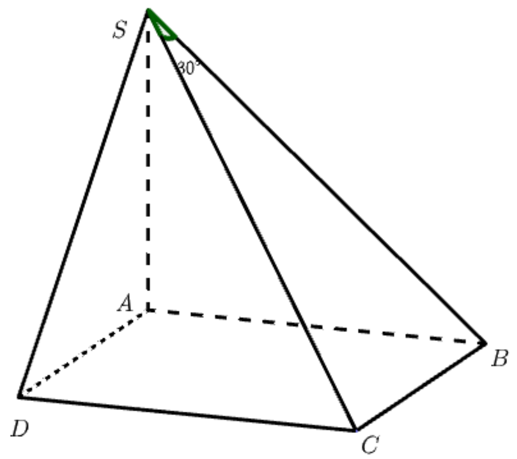
Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là $y(2)=\frac{3.2+2}{2-1}=8$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{BSC}$. Suy ra $\widehat{BSC}=30°$.

Xét tam giác SBC vuông tại B ta có: $\frac{BC}{SB}=\tan\widehat{BSC}$. Suy ra $SB=\frac{BC}{\tan\widehat{BSC}}=\frac{a}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$.

$SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11: Khối lập phương là khối đa diện loại?

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.3.4=24\pi$.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+4}{x-1}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{4x+4}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{4x+4}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

A. $4\sin x-5=0$. **B.** $4\sin x-3=0$. **C.** $4\sin x-1=0$. **D.** $4\sin x+3=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $4\sin x-5=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{5}{4}>1$ nên phương trình này vô nghiệm.

Câu 15: Biết $\log_a b=-2$, tính $\log_b a^2b^3$.

A. $\log_b a^2b^3=2$. **B.** $\log_b a^2b^3=6$. **C.** $\log_b a^2b^3=4$. **D.** $\log_b a^2b^3=7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_b a^2b^3=\dfrac{\log_a a^2b^3}{\log_a b}=\dfrac{\log_a a^2+\log_a b^3}{\log_a b}=\dfrac{2+3\log_a b}{\log_a b}=\dfrac{2+3.(-2)}{-2}=2$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

$3^{2x-1}=27=3^3$

$\Leftrightarrow 2x-1=3$

$\Leftrightarrow x=2$

Câu 17: Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$S=4\pi R^2=20\pi$

$\Rightarrow R=\sqrt{5}$

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Câu 19: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{6}$

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{6}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = 3a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $A'C$ là đường chéo hình lập phương

$\Rightarrow A'C = AB\sqrt{3}$

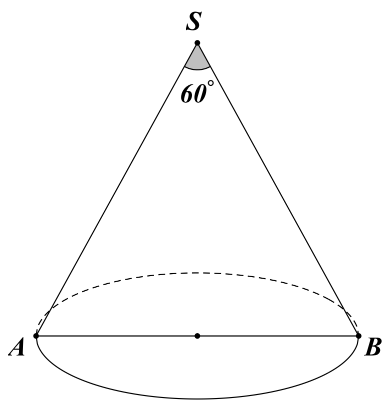
$\Rightarrow AB = \dfrac{A'C}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2}$

$V = AB^3 = 2a^3\sqrt{2}$

Câu 20: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải



Chọn B

Khối nón có $2r = a \Leftrightarrow r = \dfrac{a}{2}$ và $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra thể tích $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$

.

Câu 21: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = 9b$. **B.** $b^2 = 9a$. **C.** $b^2 = a$. **D.** $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^2 - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{a^2}{b} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{b} = 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 9b$.

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau $\Rightarrow$ Mệnh đề sai vì hai đường thẳng khôngcó điểm chung thì chúng có thể song song.

Câu 23: Với a là số thực dương tùy ý. $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{15}}$. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{15}{13}}$. **D.** $a^{\frac{11}{9}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}} = \sqrt[3]{a^2.a^{\frac{3}{5}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{13}{5}}} = a^{\frac{13}{15}}$.

Câu 24: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	5	↘	3	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 9 = 0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	5	↘	3	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

$y = \frac{9}{2}$

Ta có $2f(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{9}{2} \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 25: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

A. $V = 18$. **B.** $V = 36$. **C.** $V = 12$. **D.** $V = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.9.4 = 12$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1 ‖ -1	↗	3	↘	2

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có ba điểm. **B.** Có bốn điểm. **C.** Có hai điểm. **D.** Có một điểm.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 27: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$. Giá trị của biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ đơn điệu trên đoạn $\left[-2;0\right]$ nên chỉ đạt GTLN, GTNN tại hai điểm $-2;\ 0$.

Ta có $f\left(-2\right)=1;\ f\left(0\right)=-1$ Suy ra $M=1;\ m=-1$. Vậy $5M+m=4$.

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh và thể tích của khối nón. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. $S_{xq}=2\pi rl.$ **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l.$ **C.** $V=\pi r^2 h.$ **D.** $S_{xq}=\pi rl.$

Lời giải

Chọn D

Câu 29: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Tập xác định: $D=\left[-3;+\infty\right)\backslash\left\{\pm 1\right\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{x+3-4x^2}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=\lim_{x\to1^+}\frac{\left(-4x-3\right)\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to1^+}\frac{\left(-4x-3\right)}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=\frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x\to1^-}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\lim_{x\to-1^+}\frac{\left(-4x-3\right)}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=-\infty$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-1$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 30: Xét các số nguyên dương chia cho 3 dư 1. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng

A. 3900 **B.** 3725 **C.** 7500 **D.** 3800

Lời giải

Gọi dãy số nguyên dương chia cho 3 dư 1, có $u_1 = 1, d = 3$ là: $u_n = 3n - 2$

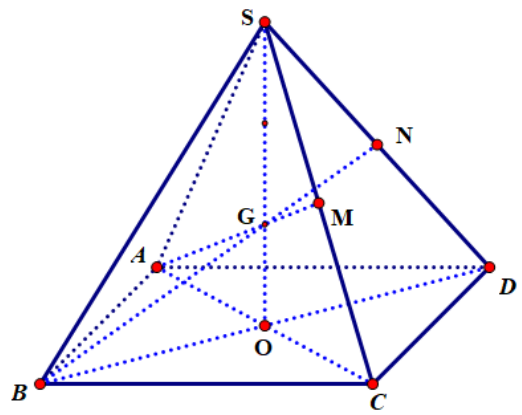
Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng:

$$S_{50} = \frac{(u_1 + u_{50}).50}{2} = \frac{(2u_1 + 49d).50}{2} = \frac{(2.1 + 49.3).50}{2} = 3725.$$

Câu 31: Cho hình chóp đều $SABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T = \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải



Ta có:

Trong tam giác SAC, kéo dài AG cắt SC tại M và M là trung điểm SC

Trong tam giác SBD, kéo dài BG cắt SD tại N và N là trung điểm SD

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$a = \frac{SA}{SA} = 1; b = \frac{SB}{SB} = 1; c = \frac{SC}{SM} = 2; d = \frac{SD}{SN} = 2$$

Suy ra: $T = \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{a+b+c+d}{4.a.b.c.} = \frac{1+1+2+2}{4.1.1.2.2} = \frac{3}{8}$. Chọn đáp án **D**

Câu 32: cho $\lim\limits_{x \to -2} \frac{ax + b - \sqrt{2x+5}}{(x+2)^2} = L$ với L là một số thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b = 4$ **B.** $a^2 + b^2 = 11$. **C.** $2a + b = 3$. **D.** $-2a + b = -2$.

Lời giải

Đặt $f(x) = ax + b - \sqrt{2x+5}$. Vì $(x+2)^2 = 0$ có nghiệm kép $x = -2$ nên để L là số thực thì:

$$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b - 1 = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Vậy $a + b = 4$.

Câu 33: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$ và $\dfrac{1}{\log_b a}+\dfrac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P=\dfrac{1}{\log_{ab} b}-\dfrac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}\Leftrightarrow\frac{1}{\log_b a}+\log_b a=2\sqrt{506}\Leftrightarrow(\log_b a)^2-2\sqrt{506}\log_b a+1=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}\\ \log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}\end{array}\right..$$

Ta có $P=\dfrac{1}{\log_{ab} b}-\dfrac{1}{\log_{ab} a}=\log_b ab-\log_a ab=1+\log_b a-1-\log_a b$.

+) Với $\log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}\Rightarrow P=\frac{-1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}+\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=-2\sqrt{505}\ \text{(loại)}.$$

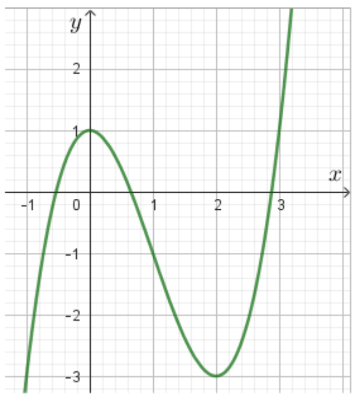
+) Với $\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}\Rightarrow P=\sqrt{506}+\sqrt{505}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=2\sqrt{505}$$

(thỏa mãn).

Vậy $P=\dfrac{1}{\log_{ab} b}-\dfrac{1}{\log_{ab} a}=2\sqrt{505}=\sqrt{2020}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'(-4-2f(x))=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4-2f\left(x\right)=0\\-4-2f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right..$$

+) Với $f\left(x\right)=-2\Rightarrow$ có 3 nghiệm phân biệt khác 2.

+) Với $f\left(x\right)=-3\Rightarrow$ có 2 nghiệm trong đó có nghiệm kép $x=2$.

Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0$ là 5.

Câu 35: Cho hai số thực dương a,b thỏa $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}\left(a+b\right)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}\left(a+b\right)=t\Rightarrow\begin{cases}a=9^t\\b=15^t\\a+b=25^t\end{cases}\Rightarrow 9^t+15^t=25^t\quad\left(*\right)$.

Chia cả hai vế của (*) cho 25^t ta được:

$$\left(\frac{9}{25}\right)^t+\left(\frac{3}{5}\right)^t=1\Leftrightarrow\left[\left(\frac{3}{5}\right)^t\right]^2+\left(\frac{3}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0\end{array}\right.$$

Ta có $\frac{a}{b}=\frac{9^t}{15^t}=\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36: Cho 2 số thực dương thỏa mãn: $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)=\mathrm{t}$

Suy ra $a=9^t,b=15^t,a+b=25^t$.

Ta có phương trình: $9^t+15^t=25^t\Leftrightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}(l)\\\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}(\mathrm{tm})\end{array}\right.$

Vậy $\frac{a}{b}=\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(20;25)$. **B.** $(6;9)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0,\forall x\neq -8$

Do đó $\min\limits_{[0;3]} y=y(0)=\dfrac{-m^2}{8}$. Theo giả thiết $\min\limits_{[0;3]} y=-3\Rightarrow \dfrac{-m^2}{8}=-3\Leftrightarrow m^2=24\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{6}$

Vậy $m_0=2\sqrt{6}\in(2;5)$.

Câu 38: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}, \forall x>2\\ 3x+m, \forall x\leq 2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=6$. **D.** $m=-5$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Do đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi nó liên tục tại $x=2$

Vậy $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}(3x+m)=3.2+m$

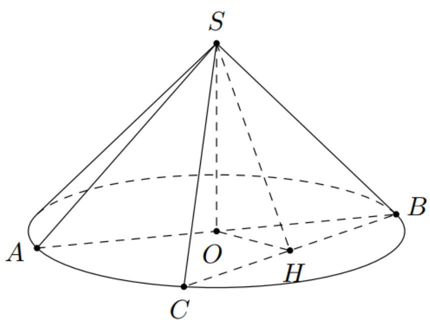
$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+}(x-1)=6+m\Leftrightarrow m=-5$.

Câu 39: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy nón một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện là tam giác vuông SAB, khi đó $AB = 2a\sqrt{2}$ nên hình nón có bán kính $r = a\sqrt{2}$ và chiều cao $SO = a\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của O trên BC.

Khi đó $BC \perp (SOH)$ nên $\widehat{SHO} = \left((SBC),(ABC)\right) = 60°$.

Suy ra $OH = SO.\cot 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, do đó $BC = 2BH = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $SH = \dfrac{SO}{\sin 60°} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$ nên $S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}.BC.SH = \dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình $m\ln x - x\ln m = x - m$ có 2 nghiệm phân biệt. Tập S là

A. $\left(\dfrac{1}{e};1\right) \cup (1;+\infty)$. **B.** $(1;e) \cup (e;+\infty)$.

C. $\left[\dfrac{1}{e};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 0;\ m > 0$

Phương trình $m\ln x - x\ln m = x - m \Leftrightarrow \dfrac{1+\ln x}{x} = \dfrac{1+\ln m}{m}$

Xét $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$, $\forall x > 0$, ta có $f'(x) = \dfrac{-\ln x}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

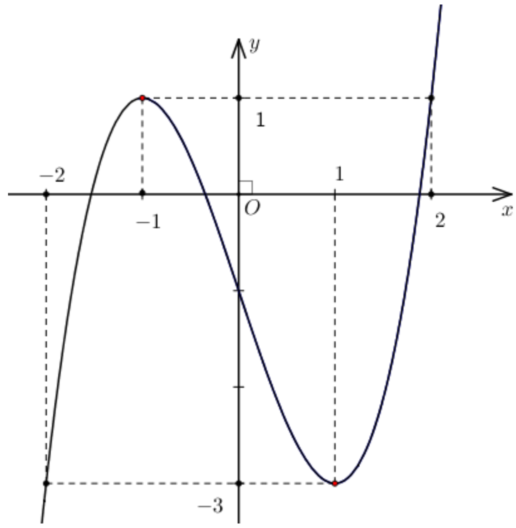
Bảng biến thiên $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$, $\forall x > 0$

x	0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $0 < \dfrac{1+\ln m}{m} < 1$ hay $\begin{cases} 1+\ln m > 0 \\ 1+\ln m < m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{e} \\ m \neq 1 \end{cases}$

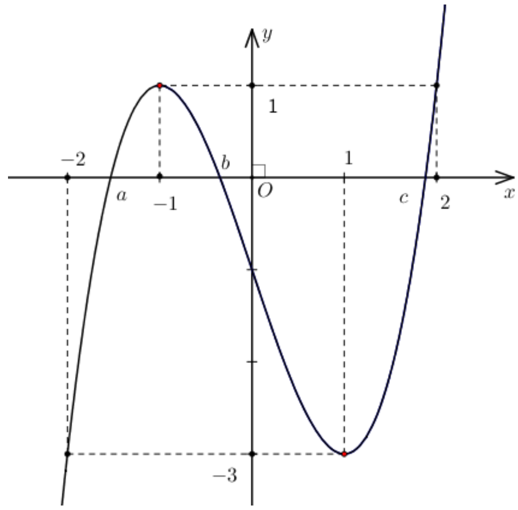
Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f(x) - m + 1\right) = 0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.



Lời giải

Chọn B



Ta có $f\left(f\left(x\right)-m+1\right)=0\left(*\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-m+1=a,\ \ a\in\left(-2;-1\right)\\ f\left(x\right)-m+1=b,\ \ b\in\left(-1;0\right)\\ f\left(x\right)-m+1=c,\ \ c\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{ll}f\left(x\right)=m-1+a, & (1)\\ f\left(x\right)=m-1+b, & (2)\\ f\left(x\right)=m-1+c, & (3)\end{array}\right.$

Để phương trình $\left(*\right)$ có 9 nghiệm phân biệt thì mỗi phương trình $\left(1\right),\left(2\right),\left(3\right)$ đều có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $\begin{cases}-3<m-1+a<1\\ -3<m-1+b<1\\ -3<m-1+c<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m+a<2\\ -2<m+b<2\\ -2<m+c<2\end{cases}$

Do $a\in\left(-2;-1\right),b\in\left(-1;0\right),c\in\left(1;2\right)$ nên ta suy ra $\begin{cases}-1<m<4\\ -2<m<3\\ -4<m<1\end{cases}\Leftrightarrow-1<m<1$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn điều kiện $3\left(9^{y}+2y\right)\leq x+\log_3\left(x+1\right)^3-2$ và $x\leq 2023$?

A. 2. **B.** 4040. **C.** 3780. **D.** 3776.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3\left(9^{y}+2y\right)\le x+\log_3\left(x+1\right)^3-2 \Leftrightarrow 3\left(3^{2y}+2y\right)\le x+1+3\log_3\left(x+1\right)-3$

$\Leftrightarrow 3\left(3^{2y}+2y\right)\le 3^{\log_3(x+1)}+3\log_3\left(x+1\right)-3 \Leftrightarrow 3^{2y}+2y\le 3^{\log_3(x+1)-1}+\log_3\left(x+1\right)-1, \quad (1)$

Xét hàm số $y=f\left(t\right)=3^t+t$ có $f'\left(t\right)=3^t.\ln 3+1>0,\forall t$ nên hàm số $y=f\left(t\right)=3^t+t$ đồng biến.

Từ $(1)\Leftrightarrow f\left(2y\right)\le f\left(\log_3\left(x+1\right)-1\right)\Leftrightarrow 2y\le \log_3\left(x+1\right)-1$.

Mà $x\le 2023$, suy ra $2y\le \log_3\left(x+1\right)-1\le \log_3 2024-1\Rightarrow y\le \dfrac{1}{2}\log_3 2024-\dfrac{1}{2}$.

Do y nguyên dương nên $y=1$ hoặc $y=2$.

+) Với $y=1\Rightarrow \log_3\left(x+1\right)\ge 2.1+1\Leftrightarrow x+1\ge 27\Leftrightarrow x\ge 26$.

Mà $x\le 2023$ và x nguyên dương nên $x\in\left\{26;27;...;2023\right\}$.

Do đó có 1998 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

+) Với $y=2\Rightarrow \log_3\left(x+1\right)\ge 2.2+1\Leftrightarrow x+1\ge 243\Leftrightarrow x\ge 242$.

Mà $x\le 2023$ và x nguyên dương nên $x\in\left\{242;243;...;2023\right\}$.

Do đó có 1782 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Vậy có tất cả 3780 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 210. **B.** 108. **C.** 136. **D.** 120.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\Rightarrow g'\left(x\right)=x^3-28x+48\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-6\\x=2\\x=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-6	0		2	4	$+\infty$
$g'(x)$				$+$	0		
$g(x)$					$m+14$		
			$m-30$				

Ta có $y=\left|g\left(x\right)\right|\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=\max\limits_{[0;2]}\left|g\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|m+14\right|,\left|m-30\right|\right\}$.

Trường hợp 1: Nếu $\left|m+14\right|\ge\left|m-30\right|\Leftrightarrow m\ge 8$ thì $\max\limits_{[0;2]} y=\left|m+14\right|\Rightarrow\left|m+14\right|\le 30$

$\Leftrightarrow -30\le m+14\le 30\Leftrightarrow -44\le m\le 16$.

Do đó $8\le m\le 16$.

Trường hợp 2: Nếu $|m+14| \le |m-30| \Leftrightarrow m \le 8$ thì $\max\limits_{[0;2]} y = |m-30| \Rightarrow |m-30| \le 30$

$\Leftrightarrow -30 \le m-30 \le 30 \Leftrightarrow 0 \le m \le 60$.

Do đó $0 \le m \le 8$.

Vậy $S = \{0;1;2;3;...;16\}$. Suy ra tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng 136.

Câu 44: Cho phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+(x+2)^2(x-1)+8=2^m+3m$, ($m$ là tham số). Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^3+3x^2+4>0$

Ta có $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+(x+2)^2(x-1)+8=2^m+3m$

$\Leftrightarrow 3\log_2\left(x^3+3x^2+4\right)+\left(x^3+3x^2+4\right)=3\log_2 2^m+2^m, \qquad (1)$

Xét hàm số $y=f(t)=3\log_2 t+t$ với $t>0$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0, \forall t>0$ nên hàm số $y=f(t)=3\log_2 t+t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ $(1) \Leftrightarrow f\left(x^3+3x^2+4\right)=f\left(2^m\right) \Leftrightarrow 2^m=x^3+3x^2+4$.

Đặt $g(x)=x^3+3x^2+4$ với $x\in[-2;4)$ có $g'(x)=3x^2+6x \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-2		0		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	8	$\searrow$	4	$\nearrow$	116

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^m=4 \\ 8<2^m<116 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ 3<m<\log_2 116 \end{array}\right.$.

Mà tham số m nguyên nên $m\in\{2;4;5;6\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$.

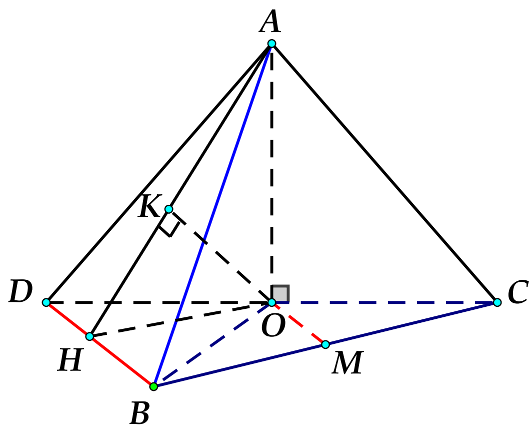
x	$-\infty$	-6	0		2	4	$+\infty$
$g'(x)$				$+$	0		
$g(x)$			$m-30$	$\nearrow$	$m+14$		

Câu 45: Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC), $OA = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $h = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng D sao cho $BD // OM$ và OM là đường trung bình của tam giác BCD.

Khi đó ta có $OM // (ABD) \Rightarrow d(AB, OM) = d(OM, (ABD)) = d(O, (ABD))$.

Kẻ $OH \perp BD$. Lại có $BD \perp OA$ (do $\begin{cases} OA \perp (OBC) \\ BD \subset (OBC) \end{cases}$) suy ra $BD \perp (AOH)$.

Suy ra $(AOH) \perp (ABD)$ theo giao tuyến AH.

Trong (AHO), kẻ $OK \perp AH$ suy ra $OK \perp (ABD) \Leftrightarrow OK = d(O, (ABD))$.

Trong ΔAHO: $\dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{OH^2} + \dfrac{1}{OA^2} = \dfrac{1}{OD^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OA^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{1}{a^2}$

Suy ra $OK = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$ hay $d(AB, OM) = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^x = mx + 1$ có đúng một nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m = \ln 2 \end{array}\right.$. **B.** $m > 0$. **C.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \ne \ln 2 \end{cases}$. **D.** $m = \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^x = mx + 1 \Leftrightarrow 2^x - mx = 1$ (*). Đặt $f(x) = 2^x - mx$.

Nhận xét $x = 0$ là nghiệm của phương trình $(*)$.

Ta có: $f'(x) = 2^x \ln 2 - m$.

Trường hợp 1: $m \le 0$ khi đó $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$			$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $m \le 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

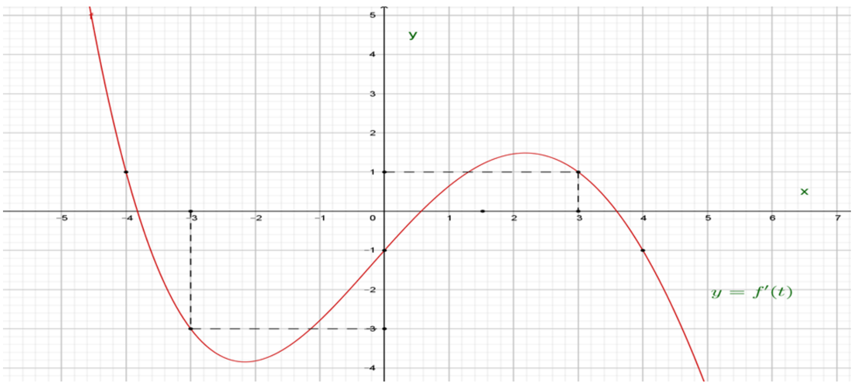
Trường hợp 2: $m > 0$. Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_o = \log_2 \dfrac{m}{\ln 2}$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$.

x	$-\infty$		x_o		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_o)$	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x_o) = 1$. Lại có $f(0) = 1$ nên $x_o = 0 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{m}{\ln 2} = 0 \Leftrightarrow m = \ln 2$.

Tóm lại từ hai trường hợp, ta thấy phương trình có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m = \ln 2 \end{array}\right.$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **B.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$ **C.** $(-4;-1)$. **D.** $\left(-\dfrac{11}{2};-4\right)$.

Lời giải

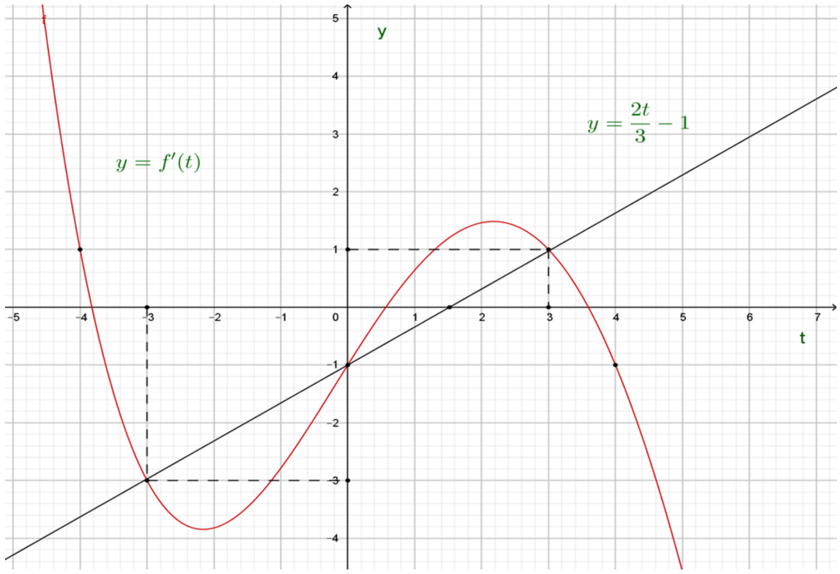
Chọn A

$g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023 \Rightarrow g'(x) = 3f'(1+3x) - 6x + 1$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1+3x) = \dfrac{2}{3}(1+3x) - 1$.

Đặt $t = 3x + 1$ ta được phương trình $f'(t) = \dfrac{2}{3}t - 1$.

Đặt $y = f'(t),\ y = \dfrac{2}{3}t - 1$



Dựa vào đồ thị để hàm số nghịch biến khi $\left[\begin{array}{l} -3 < 1+3x < 0 \\ 1+3x > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{3} \\ x > \frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A. 21. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 39.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2+y > 0 \\ x+y > 0 \end{cases}$.

Ta có: $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y) \Leftrightarrow 2x^2+y \geq 4^{\log_3(x+y)} \Leftrightarrow 2x^2+y \geq (x+y)^{\log_3 4}$ (1).

Điều kiện: $x+y \geq 1$ (do $x, y \in \mathbb{Z}, x+y > 0$).

Đặt $t = x+y (t \geq 1)$. Ta được $2x^2+t-x \geq t^{\log_3 4} \Leftrightarrow 2x^2-x \geq t^{\log_3 4}-t$

Để (1) không có quá 242 nghiệm nguyên $y \Leftrightarrow$ (2) có không quá 242 nghiệm nguyên dương t.

Đặt $f(t) = t^{\log_3 4}-t$. Ta có: $f'(t) = \log_3 4 \cdot t^{\log_3 4-1}-1 > 0 \quad \forall t > 1 \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[1;+\infty) \Rightarrow$ (2) có không quá 242 nghiệm nguyên $\Leftrightarrow f\left(t_1\right) \leq 242$ hay

$2x^2-x \leq 242^{\log_3 4}-242 \Leftrightarrow 2x^2-x-242^{\log_3 4}+242 \leq 0 \Leftrightarrow -19,5 \leq x \leq 19.96$

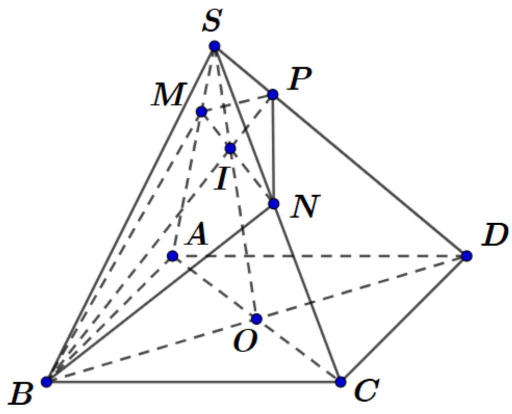
Lại có: $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ Có 39 số nguyên x thỏa mãn bài toán.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc SO sao cho $SI = \frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$?

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2.

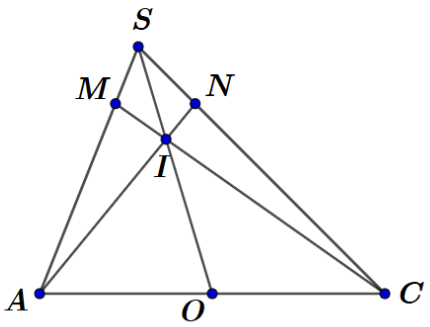
Lời giải

Chọn C



Áp dụng định lý Menelaus ta có $\frac{PS}{PD}\frac{IO}{IS}\frac{BD}{BO}=1 \Leftrightarrow \frac{PS}{PD}\frac{2}{1}\frac{2}{1}=1 \Leftrightarrow \frac{PS}{PD}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SD}{SP}=5$.

Đặt $x=\frac{SA}{SM}$, $y=\frac{SB}{SB}=1$, $z=\frac{SC}{SN}$, $t=\frac{SD}{SP}=5$ với $x+z=y+t=6 \Rightarrow z=6-x$



Khi $N \equiv C$, Áp dụng định lý Menelaus ta có $\frac{MS}{MA}\frac{IO}{IS}\frac{CA}{CO}=1 \Leftrightarrow \frac{MS}{MA}=\frac{IS}{IO}\frac{CO}{CA}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{MS}{MA}=\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow 1 \le \frac{SA}{SM} \le 5 \Rightarrow 1 \le x \le 5$, khi đó ta có $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{x+y+z+t}{4xyzt}=\frac{3}{5x(6-x)}$ với $1 \le x \le 5$.

Ta có $x(6-x)=-(x-3)^2+9$ mà $1 \le x \le 5 \Rightarrow 5 \le x(6-x) \le 9 \Rightarrow \frac{1}{15} \le \frac{3}{5x(6-x)} \le \frac{3}{25}$.

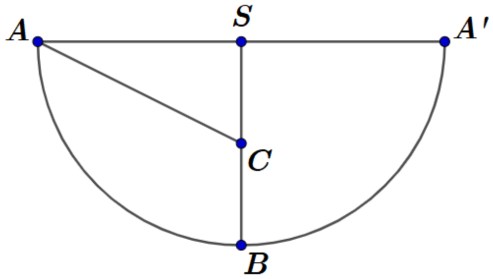
$\Rightarrow m=\frac{3}{25}$ và $n=\frac{1}{15} \Rightarrow \frac{m}{n}=\frac{9}{5}$.

Câu 50: Tại trung tâm thành phố Vĩnh Yên người ta tạo điểm nhấn bằng cách trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l=20(m)$, bán kính đáy $R=10(m)$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB. Trang trí một hệ thống đèn điện chạy từ A đến C trên mặt nón. Tìm giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

A. $10\sqrt{3}(m)$ **B.** $10\sqrt{5}(m)$ **C.** $30(m)$ **D.** $20(m)$

Lời giải

Chọn B



Trải hình nón ra mặt phẳng ta được một hình quạt. Do thiết SAB là thiết diện qua trục nên $\widehat{ASB} = \widehat{BSA'} = \frac{1}{2}\widehat{ASA'}$.

Ta có chu vi đường tròn đáy của hình nón là $20\pi \Rightarrow \overset{\frown}{AA'} = 20\pi$.

Chu vi đường tròn tâm S bán kính SA là $40\pi \Rightarrow \widehat{ASA'} = \frac{20\pi}{40\pi}360° = 180° \Rightarrow \widehat{ASB} = 90°$.

Hệ thống đèn ngắn nhất đi từ A đến C là đoạn $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}\,(m)$.

---------- HẾT ----------