

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$ có bán kính bằng

- A. 8. B. 32. C. 4. D. 16.

Câu 2: Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 7i$ là

- A. $\bar{z} = 3 + 7i$. B. $\bar{z} = 3 - 7i$. C. $\bar{z} = -3 - 7i$. D. $\bar{z} = 7 - 3i$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 6. D. 4.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = -3; f(5) = 4$. Tính $I = \int_2^5 f'(x)dx$.

- A. -1. B. 1. C. -7. D. 7.

Câu 5: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 60. B. 30. C. 15. D. 10.

Câu 6: Cho số phức $(2-i)\bar{z} + 7i = 4$. Tìm mô đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{13}$. B. $|z| = \sqrt{2}$. C. $|z| = 13$. D. $|z| = 2$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 8: Nếu $\int_1^6 6f(x)dx = 24$ thì $\int_1^6 f(x)dx$ bằng

- A. 144. B. 24. C. 18. D. 4.

Câu 9: Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. $\log_3(26a)$. B. 9. C. 3. D. $3 - 2\log_3 a$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0), B(3; -1; 1), C(-1; 2; 2)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(3; 3; 3)$. C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $(1; -1; 1)$.

Câu 11: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; -2; -2)$. C. $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 2)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = x^{-\frac{2}{3}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y = 6^x$ là

- A. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. B. $y' = 6^{x+1}$. C. $y' = x6^{x-1}$. D. $y' = 6^x \ln 6$.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = -\frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = -18$. D. $q = -6$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$ là

- A. $(7; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(10; +\infty)$. D. $(9; +\infty)$.

Câu 17: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 12$ và $\int_4^6 f(x)dx = -8$ thì $\int_1^6 f(x)dx$ bằng

- A. 4. B. -4. C. 20. D. -20.

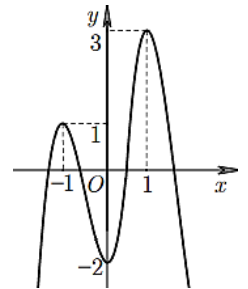
Câu 18: Với hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = -4$ và $f(2) = 6$. Tính

$$I = \int_0^2 x \cdot f'(x)dx.$$

- A. 16. B. 10. C. 8. D. 2.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. -2. C. 1. D. -1.



Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao là h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{4}{3} Bh$. D. $V = 2Bh$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $B(2; 1; 1)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z = 0$ và $(\beta): x - y - z + 18 = 0$ có phương trình là

- A. $2x + y + z - 6 = 0$. B. $2x + y - z - 4 = 0$. C. $2x + 3y - z - 6 = 0$. D. $2x + 3y - z + 6 = 0$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$, khi đó $z_1 z_2$ bằng

- A. $-11 - 2i$. B. $-2 + 6i$. C. $4 - 2i$. D. $11 + 2i$.

Câu 23: Nghiệm của phương trình $6^{1-x} = 36$ là

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -5$.

Câu 24: Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

B. $S = 2\pi R^2$.

C. $S = \frac{1}{3}\pi R^2$.

D. $S = 4\pi R^2$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và trục hoành có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 26: Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

A. $V = 2\pi R^2 h$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

D. $V = \pi R^2 h$.

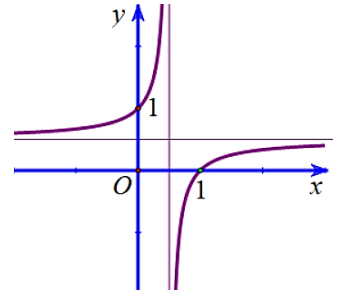
Câu 27: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.



Câu 28: Hàm số nào dưới đây có 3 điểm cực trị?

A. $y = x^4 - 4x^2$.

B. $y = x^4 + 4x^2$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

Câu 29: Với a là số thực dương và $b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_2(ab^2) = \log_2 a + 2\log_2 |b|$.

B. $\log_2(ab^2) = \log_2 a + 2\log_2 b$.

C. $\log_2(ab^2) = \log_2 a - 2\log_2 |b|$.

D. $\log_2(ab^2) = \log_2 a - 2\log_2 b$.

Câu 30: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ là

A. $\int f(x) dx = 2 + \cos x + C$.

B. $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = 2 - \cos x + C$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; 1)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2; -6)$.

B. $B(1; -1; 4)$.

C. $C(1; 1; -4)$.

D. $D(1; 1; 4)$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2\sqrt{5}$ và $AA' = 2\sqrt{10}$. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 36: Từ một hộp chứa 17 quả cầu được đánh số từ 1 đến 17. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để tổng các số trên hai quả cầu là một số chẵn.

A. $\frac{9}{34}$.

B. $\frac{9}{17}$.

C. $\frac{8}{17}$.

D. $\frac{7}{34}$.

Câu 37: Có tất cả bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong một nhóm có 8 học sinh?

A. 20160.

B. 48.

C. 28.

D. 14.

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $4 - 3i$.

B. $-3 - 4i$.

C. $4 + 3i$.

D. $-3 + 4i$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tính

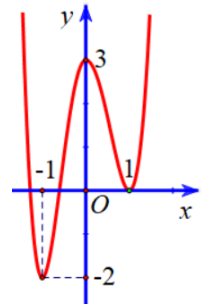
tích phân $I = \int_1^2 |f'(2x-3)| dx$.

A. 5.

B. 4.

C. 8.

D. 2.



Câu 40: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z = (1+i)|z| + (3+z)i$. Tính giá trị của $T = 10a + 5b$?

A. 5.

B. 10.

C. 15.

D. -5.

Câu 41: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $6\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 42: Cho khối lăng trụ (T) có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A, B lần lượt là hai điểm nằm trên hai đường tròn đáy của lăng trụ (T) sao cho AB cách trục một khoảng bằng $2a$ đồng thời góc giữa AB và trục của lăng trụ bằng 30° . Tính diện tích xung quanh của lăng trụ (T) .

A. $12\sqrt{2}\pi a^2$.

B. $24\sqrt{2}\pi a^2$.

C. $48\pi a^2$.

D. $48\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 9 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong

(P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$.

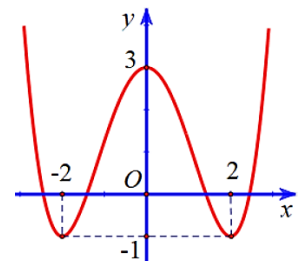
Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f'(f(x)-1) = 0$ có tất cả bao nhiêu phần tử?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 11.



Câu 45: Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\frac{4^x - 17 \cdot 2^{x+2} + 256}{\sqrt{3 - \log_6(2x)}} \geq 0$?

A. 105.

B. 104.

C. 103.

D. 102.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 1011 số nguyên x thuộc $(0; 2022)$ thỏa mãn $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1)$?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 505.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và hai điểm

$A(0;1;-4), B(4;-7;-4)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+10=0$ sao cho

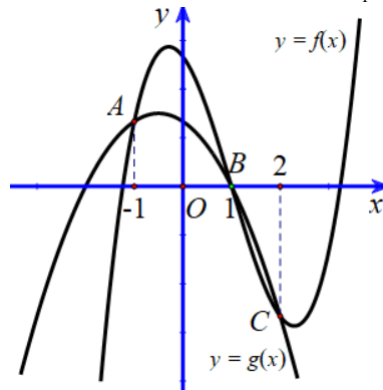
$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM^2$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ M tới đường thẳng d ?

A. $2\sqrt{3}$.B. $\sqrt{58}$.C. $3\sqrt{2}$.

D. 6.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $y = g(x) = mx^2 + nx + p$, ($m \neq 0$) có đồ thị cắt nhau tại ba điểm A, B, C như hình vẽ dưới đây. Biết rằng đồ thị hàm số $y = g(x)$ là một parabol có

trục đối xứng là $x = -\frac{1}{2}$ và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $\int_1^3 f(x)dx$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. -4.

C. $-\frac{4}{3}$.D. $\frac{28}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x+10)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 50: Cho các số phức z, w và t lần lượt thỏa mãn $|z+1-2i|=1$, $w=3i(z+1)+1+4i$ và $|t-4+i|=|t-3i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=|z-t|+|w-t|$.

A. 6.

B. 14.

C. $2\sqrt{5}-4$.D. $\frac{14\sqrt{5}}{3}$.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TN THPT MÔN TOÁN - NGÀY 19/06/2022

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
101	1	C	102	1	B	103	1	C	104	1	A
101	2	C	102	2	C	103	2	A	104	2	A
101	3	D	102	3	D	103	3	B	104	3	B
101	4	D	102	4	B	103	4	C	104	4	C
101	5	B	102	5	D	103	5	A	104	5	B
101	6	A	102	6	D	103	6	B	104	6	B
101	7	B	102	7	D	103	7	A	104	7	B
101	8	D	102	8	A	103	8	C	104	8	A
101	9	C	102	9	C	103	9	D	104	9	D
101	10	A	102	10	B	103	10	C	104	10	D
101	11	C	102	11	A	103	11	B	104	11	C
101	12	A	102	12	B	103	12	C	104	12	A
101	13	A	102	13	A	103	13	B	104	13	D
101	14	D	102	14	A	103	14	D	104	14	A
101	15	B	102	15	D	103	15	A	104	15	D
101	16	C	102	16	B	103	16	A	104	16	C
101	17	A	102	17	A	103	17	D	104	17	C
101	18	A	102	18	D	103	18	A	104	18	C
101	19	B	102	19	C	103	19	D	104	19	B
101	20	A	102	20	B	103	20	C	104	20	D
101	21	C	102	21	C	103	21	D	104	21	D
101	22	D	102	22	C	103	22	A	104	22	B
101	23	B	102	23	D	103	23	D	104	23	C
101	24	D	102	24	A	103	24	A	104	24	D
101	25	C	102	25	A	103	25	D	104	25	A
101	26	D	102	26	C	103	26	C	104	26	C
101	27	D	102	27	C	103	27	D	104	27	B
101	28	A	102	28	D	103	28	B	104	28	B
101	29	A	102	29	B	103	29	B	104	29	D
101	30	B	102	30	A	103	30	C	104	30	D
101	31	B	102	31	C	103	31	D	104	31	C
101	32	A	102	32	D	103	32	D	104	32	A
101	33	D	102	33	D	103	33	A	104	33	B
101	34	A	102	34	A	103	34	B	104	34	D
101	35	D	102	35	A	103	35	D	104	35	B
101	36	C	102	36	A	103	36	C	104	36	A
101	37	C	102	37	C	103	37	B	104	37	C
101	38	A	102	38	D	103	38	A	104	38	D
101	39	B	102	39	C	103	39	C	104	39	B
101	40	C	102	40	D	103	40	D	104	40	B
101	41	A	102	41	C	103	41	B	104	41	A
101	42	D	102	42	D	103	42	D	104	42	D
101	43	D	102	43	B	103	43	B	104	43	C
101	44	B	102	44	B	103	44	C	104	44	D
101	45	B	102	45	C	103	45	B	104	45	A
101	46	C	102	46	B	103	46	D	104	46	C
101	47	C	102	47	B	103	47	B	104	47	C
101	48	B	102	48	D	103	48	A	104	48	A
101	49	B	102	49	A	103	49	A	104	49	D
101	50	A	102	50	B	103	50	C	104	50	A

HƯỚNG DẪN GIẢI SƠ LƯỢC MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 1011 số nguyên x thuộc $(0; 2022)$ thỏa mãn $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1)$?

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 505.

HD

Ta có $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1) \Leftrightarrow (4^x - 2x - 1)(x^2 - 4^y) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2^y$ (Do $x \geq 1 \Rightarrow 4^x - 2x - 1 > 0$)
 $\Rightarrow 2^y \leq x < 2022$. Số lượng số nguyên x thỏa mãn là: $2021 - 2^y + 1 \geq 1011 \Leftrightarrow 2^y \leq 1011 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq \log_2 1011$.

Vậy cho 9 số nguyên dương y thỏa mãn đề bài.

Câu 2. Cho các số phức z, w và t lần lượt thỏa mãn $|z+1-2i|=1$, $w=3i(z+1)+1+4i$ và $|t-4+i|=|t-3i|$.
 Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=|z-t|+|w-t|$.

- A. 6. B. 14. C. $2\sqrt{5}-4$. D. $\frac{14\sqrt{5}}{3}$.

HD

Gọi A, B, M lần lượt là điểm biểu diễn cho z, w và t .

Ta thấy A thuộc đường tròn (C) tâm $I(-1; 2), R=1$, B thuộc đường tròn (C') tâm $J(-5; 4), R'=3$ và M thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-1=0$ và hai đường tròn này cùng phía, không có điểm chung so với đường thẳng Δ .

Lại có: $T=|z-t|+|w-t|=AM+BM$.

Lấy đối xứng đường tròn (C) qua đường thẳng Δ ta được đường tròn (C_1) có tâm $I_1(3; -2), R_1=1$.

Do tính chất đối xứng, với mỗi điểm A trên (C) luôn tồn tại điểm A_1 trên (C_1) sao cho: $MA=MA_1$.

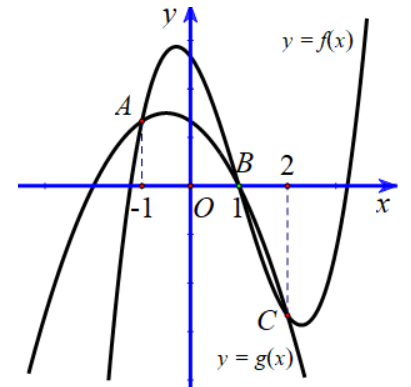
Từ đó $T=|z-t|+|w-t|=AM+BM=A_1M+BM \geq I_1J - R_1 - R' = 6$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$ ($a>0$) và $y=g(x)=mx^2+nx+p$ ($m<0$) có đồ thị cắt nhau tại ba điểm A, B, C như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=g(x)$ là một parabol có trục đối xứng là $x=-\frac{1}{2}$ và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $\int_1^3 f(x)dx$.

- A. -4. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{28}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

HD

Từ đồ thị ta thấy $f(x)-g(x)=a(x-2)(x^2-1)=a(x^3-2x^2-x+2)$ (1)



Do $g(x)$ có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{2}$ và đi qua $B(1;0)$ nên $g(x) = mx^2 + mx - 2m$.

Ta có $A(-1;-2m), B(1;0), C(2;4m) \Rightarrow \overline{AB} = (2;2m); \overline{AC} = (3;6m) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = |3m| = 2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}.$$

Mặt khác $f(x) - g(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c + \frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = ax^3 - \frac{4}{3}x^2 + \left(b + \frac{2}{3}\right)x + c - \frac{4}{3} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta tìm được $a = \frac{2}{3}, b = -\frac{4}{3}, c = \frac{8}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = -4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x+10)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

HD

Ta thấy $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2) = f(|x^3 + 3x| - 3m - m^2)$.

Đặt $u = x^3 + 3x \Rightarrow u' = 3x^2 + 3 > 0$, với mỗi giá trị của u chỉ cho đúng 1 giá trị x .

Hàm số $g(x)$ trở thành $g(u) = f(|u| - 3m - m^2)$.

Yêu cầu bài toán trở thành $g(u) = f(|u| - 3m - m^2)$ có đúng 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow h = f(u - 3m - m^2)$ có đúng 3 điểm cực trị dương.

$$\text{Ta có } h' = f'(u - 3m - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -10 + 3m + m^2 \\ u = -2 + 3m + m^2 \\ u = 1 + 3m + m^2 \\ u = 2 + 3m + m^2 \end{cases}.$$

$$\text{YCBT} \Rightarrow -10 + 3m + m^2 \leq 0 < -2 + 3m + m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 \leq 0 \\ m^2 + 3m - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-5; -4; 1; 2\}.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(0;1;-4), B(4;-7;-4)$.

Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 10 = 0$ sao cho $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = AM^2$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ M tới đường thẳng d ?

A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{58}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 6.

HD

Từ giả thiết $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S) có đường kính là AB nên tâm $I(2; -3; -4), R = 2\sqrt{5}$ và $d(I; (P)) = 4$.

Do đó M thuộc đường tròn giao tuyến của (P) và (S) có tâm H bán kính $r = 2$ và $IH \perp (P)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P) \Rightarrow (Q): x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Nhận thấy $IH // (Q) \Rightarrow d(H; (Q)) = d(I; (Q)) = 5$ và đt d song song và cách (P) một khoảng bằng 3.

Khoảng cách từ M tới d :

$$d(M; d) = \sqrt{d^2(M; (Q)) + d^2(d; (P))} = \sqrt{d^2(M; (Q)) + 9} \geq \sqrt{[d(H; (Q)) - r]^2 + 9} = 3\sqrt{2}.$$

