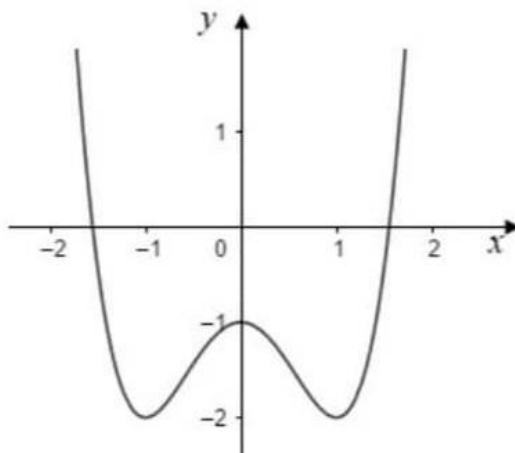


Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
152

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{7}{2}$. D. $I = -1$.

Câu 3. Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^2 [6x + f(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{78}{5}$. B. 24. C. $\frac{123}{5}$. D. 33.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -4; 3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 4; -2)$. Phương trình của d là

- A. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -4 - 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_1 + u_2 = 5$. Tìm công sai d của cấp số cộng trên.

- A. $d = 2$. B. $d = \frac{3}{2}$. C. $d = 3$. D. $d = 1$.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $y = 2$.

Câu 7. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. $12i$. B. 12. C. $-12i$. D. -12 .

Câu 8. Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = 4\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{5x+9}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OA}(3; -4; 5)$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(-3; -4; -5)$. B. $(-3; 4; -5)$. C. $(3; 4; 5)$. D. $(3; -4; 5)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 8 học sinh?

- A. $8.7.6.3$ B. $3!$. C. C_8^3 . D. A_8^3 .

Câu 12. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 2 $-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $D = (2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [2; +\infty)$.

Câu 15. Tổng bình phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là

- A. 9. B. 12. C. 11. D. 10.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$. B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$. C. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$. D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 0; 3)$ và bán kính bằng 4. Phương trình của (S) là

- A. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$.
 C. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2.e^{2x-3}$. B. $f'(x) = e^{2x-3}$. C. $f'(x) = -2.e^{2x-3}$. D. $f'(x) = 2.e^{x-3}$.

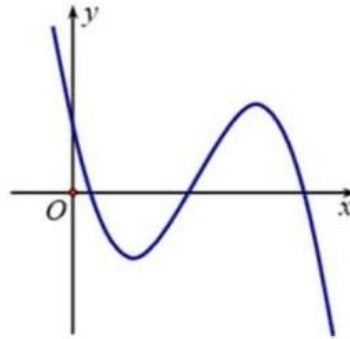
Câu 19. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ là

- A. $x = 0$. B. $x = \sqrt{2}$. C. $(-\sqrt{2}; -1)$. D. $(0; -5)$.

Câu 20. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó tích $M.m$ bằng

- A. 5. B. $\frac{1}{9}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1; 3; 2)$. B. $\vec{n}_4(2; 6; 4)$. C. $\vec{n}_3(-1; -3; -2)$. D. $\vec{n}_2(-1; 3; -2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua $M(1; -3; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-5}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-5}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{4}$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a ; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm C tới mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 25. Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(x \in [-2; 2])$ là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

- A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $3x - y + 2z + 7 = 0$. B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 3 = 0$. D. $3x - y + 2z - 7 = 0$.

Câu 27. Cho phương trình $\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm của phương trình là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1;3;2); F(0;-1;5); K(2;4;-1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là

- A. $G(1;2;2)$. B. $G(-1;-4;3)$. C. $G(2;2;1)$. D. $G(1;1;-3)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2022)(x^2-4x+4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 30. Cho hình nón có bán kính $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 9$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón bằng

- A. 15π . B. 45π . C. 180π . D. 90π .

Câu 31. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(7-2x)$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{3}\right]$. B. $S = \left(-2; \frac{5}{3}\right]$. C. $S = \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left[\frac{5}{3}; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 32. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 90π . B. 225π . C. 75π . D. 25π .

Câu 33. Cho số phức $z = 4-3i$. Mô đun của số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. $5\sqrt{2}$. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 34. Cho $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$. Tìm $\int f(e^{-x})dx$.

- A. $\int f(e^{-x})dx = e^{-2x} - 3e^{-x} + C$. B. $\int f(e^{-x})dx = 2e^{-x} - 3x + C$.
C. $\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3x + C$. D. $\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3e^{-x} + C$.

Câu 35. Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X tại ngày khảo sát thứ t . Sau t ngày khảo sát ta có công thức $I(t) = A.e^{r_0(t-1)}$ với A là số ca nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 15 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

- A. 1320. B. 1740. C. 1470. D. 2020.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 37. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t$ (m/s). Đi được $5(s)$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75(m/s^2)$. Quãng đường $S(m)$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $S = 94,00(m)$. B. $S = 166,7(m)$. C. $110,7(m)$. D. $S = 95,70(m)$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{khi } x \leq 3 \\ 7-5x & \text{khi } x > 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^{\ln 2} f(3e^x - 1)e^x dx$.

- A. $\frac{13}{15}$. B. $-\frac{94}{9}$. C. $-\frac{102}{33}$. D. $\frac{25}{9}$.

Câu 39. Cắt hình trụ (T) có bán kính bằng R bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng a ($0 < a < R$) ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích $16a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

- A. $4\pi a^2\sqrt{5}$. B. $\pi a^2\sqrt{5}$. C. $8\pi a^2\sqrt{5}$. D. $16\pi a^2\sqrt{5}$.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn.

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{10}{189}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{100}{189}$.

Câu 41. Cho $\int_1^e (2+x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = c$. B. $a + b = -c$. C. $a + b = c$. D. $a - b = -c$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, $\widehat{ASC} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

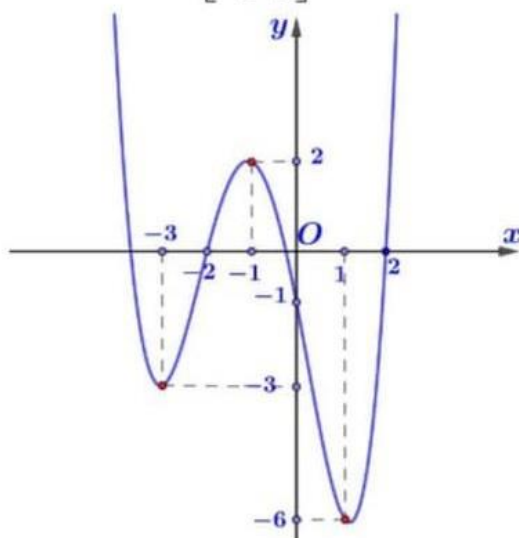
Câu 43. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$; $x = 0$; $x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-4040; -3]$ để $S \leq 2021$.

- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 2018.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$.

- A. $R = 5$. B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$. C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$. D. $R = 4$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(3x) + 3x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$ bằng



- A. $f(0) + 1$. B. $f(6)$. C. $f(2) - \frac{1}{3}$. D. $f(-3) + 8$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x > \frac{1}{2}$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thỏa mãn $f'(x) + 8xf^2(x) = 0, \forall x > \frac{1}{2}$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Tính $f(1) + f(2) + \dots + f(1011)$.

A. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023}$. B. $\frac{2021}{2043}$. C. $\frac{2022}{4045}$. D. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2021}{2022}$.

Câu 47. Cho bất phương trình $\log_5(x^2 - 4x + 4 + m) - 1 < \log_5(x^2 + 2x + 3)$ với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng $(1; 3)$?

A. 30. B. 28. C. 29. D. Vô số.

Câu 48. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(2^x + 3^x - 8x + 3)\sqrt{(3)^{2^x} - m} = 0$ (với m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2021; 2021]$ để tập hợp S có hai phần tử?

A. 2095. B. 2092. C. 2093. D. 2094.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$.

A. $2\sqrt{17}$. B. $\sqrt{65}$. C. $25\sqrt{97}$. D. $205\sqrt{97}$.

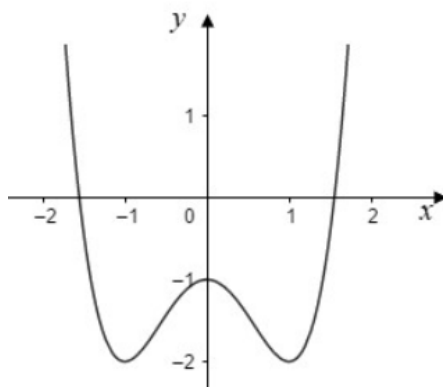
Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x+3)(x-4)$. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 5]$ để hàm số $y = f(|x^2 - 3x + m|)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 54. B. 9. C. -52. D. -54.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 1.

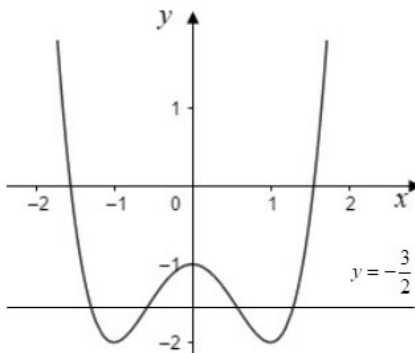
C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$



Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = 1$.

C. $I = \frac{7}{2}$.

D. $I = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1$.

Câu 3. Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^2 [6x + f(x)] dx$ bằng

A. $\frac{78}{5}$.

B. 24.

C. $\frac{123}{5}$.

D. 33.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-1}^2 [6x + f(x)] dx = (3x^2 + x^4) \Big|_{-1}^2 = 24.$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -4; 3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (5; 4; -2)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -4 - 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2, u_1 + u_2 = 5$. Tìm công sai d của cấp số cộng trên.

A. $d = 2.$ **B.** $d = \frac{3}{2}.$ **C.** $d = 3.$ **D.** $d = 1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 + u_2 = 5 \Leftrightarrow u_1 + u_1 + d = 5 \Leftrightarrow 2u_1 + d = 5 \Leftrightarrow d = 5 - 2u_1 = 1.$

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -2.$ **B.** $x = 2.$ **C.** $x = -2.$ **D.** $y = 2.$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+3}{x-2} = +\infty$

Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ là đường thẳng $x = 2.$

Câu 7. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$

A. $12i.$ **B.** $12.$ **C.** $-12i.$ **D.** $-12.$

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$ là $-12.$

Câu 8. Thể tích V của khối cầu có bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3} \pi R^3.$ **B.** $V = \frac{4}{3} \pi R^3.$ **C.** $V = 4 \pi R^3.$ **D.** $V = \pi R^3.$

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích của khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3} \pi R^3.$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{5x+9}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty).$

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{-14}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D.$$

Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OA} = (3; -4; 5)$. Tọa độ điểm A là

A. $(-3; -4; -5)$.

B. $(-3; 4; -5)$.

C. $(3; 4; 5)$.

D. $(3; -4; 5)$.

Lời giải

Chọn D

vector $\overrightarrow{OA} = (3; -4; 5) \Leftrightarrow A(3; -4; 5)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 8 học sinh?

A. $8.7.6.3$.

B. $3!$.

C. C_8^3 .

D. A_8^3 .

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 8 học sinh là C_8^3 .

Câu 12. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

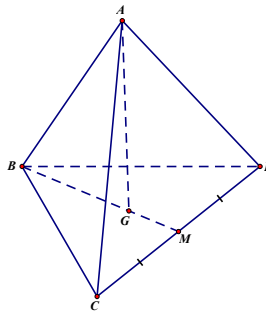
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Vì khối tứ diện đều nên diện tích đáy: $S_{\triangle BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong $\triangle ABG$ vuông tại G có: $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Theo công thức, thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \frac{a \sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-1; 3)$.

Nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D = (2; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; +\infty)$.

Câu 15. Tổng bình phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$

A. 9.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

$$3^{x^2-4x+5} = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = \log_3 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 1^2 + 3^2 = 10.$$

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln x} + C$.

B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$.

C. $\int 7^x dx = 7^x \ln x + C$.

D.

$$\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln x} + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 0; 3)$ và bán kính bằng 4. Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16.$

B. $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4.$

C. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4.$

D. $(x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16.$

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$

A. $f'(x) = 2e^{2x-3}.$

B. $f'(x) = e^{2x-3}.$

C. $f'(x) = -2e^{2x-3}.$

D. $f'(x) = 2e^{x-3}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 2e^{2x-3}.$

Câu 19. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$

A. $x = 0.$

B. $x = \sqrt{2}.$

C. $(-\sqrt{2}; -1).$

D. $(0; -5).$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -5 \\ x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y = -1 \end{cases}$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ là $(0; -5).$

Câu 20. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$, khi đó tích $M \cdot m$ bằng:

A. $5.$

B. $\frac{1}{9}.$

C. $\frac{-5}{3}.$

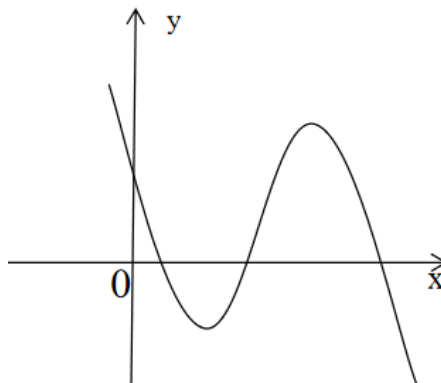
D. $\frac{-1}{3}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 3x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} (n) \\ x = 0 (n) \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} (l) \end{cases}$, khi đó $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{-1}{3} \\ f(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max_{x \in [0; 2]} f(x) = 5 \\ \min_{x \in [0; 2]} f(x) = \frac{-1}{3} \end{cases}.$

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

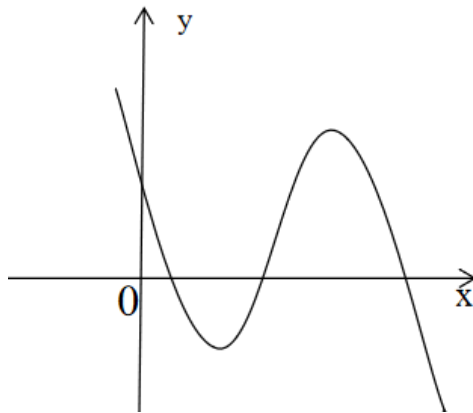
B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D



Quan sát đồ thị ta thấy:

+) Dựa vào dáng đồ thị suy ra $a < 0$.

+) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$

+) $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Do hai điểm cực trị cùng dấu nên suy ra PT $y' = 0$ có hai nghiệm cùng dấu suy ra a, c cùng dấu.

Vậy $c < 0$

+) $y'' = 6ax + 2b$

Do điểm uốn có hoành độ dương nên a, b trái dấu, do đó $b > 0$

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1(1; 3; 2)$.

B. $\vec{n}_4(2; 4; 6)$.

C. $\vec{n}_3(-1; -3; -2)$.

D. $\vec{n}_2(-1; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Vector pháp tuyến của $(P): \vec{n}_2(-1; 3; -2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua $M(1; -3; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{4}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-5}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-5}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -5)$.

Vì $d \perp (P)$ nên đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n} = (1; 3; -5)$.

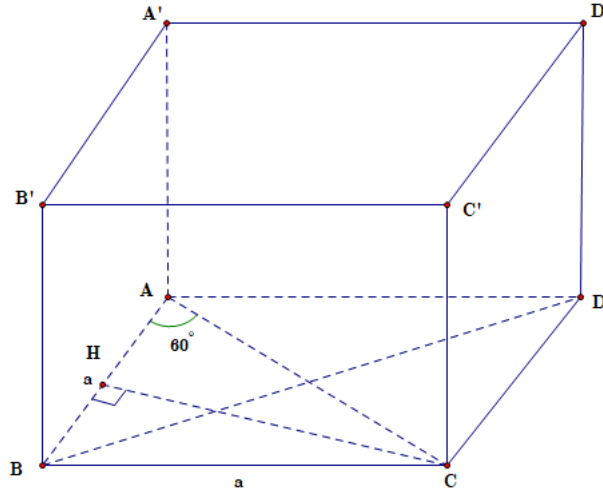
Đường thẳng đi qua $M(1; -3; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-5}$.

Câu 24. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAC = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABA'B')$ bằng

- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Lời giải

Chọn B



Ta có $\angle BAC = 60^\circ \Rightarrow \angle ABC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABA'B')$.

Ta có $d(C, (ABA'B')) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 25. Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(x \in [-2; 2])$ là một hình vuông có cạnh $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích vật (T) bằng

- A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V_{(T)} = \int_{-2}^2 S(x) dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $3x - y + 2z + 7 = 0$. B. $3x - y + 2z - 3 = 0$. C. $3x - y + 2z + 3 = 0$. D. $3x - y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Q) song song với (P) nên phương trình $(Q): 3x - y + 2z + d = 0 (d \neq 4)$.
 Điểm $A(1; -2; 1)$ thuộc mặt phẳng (Q) suy ra $3 + 2 + 2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -7$ (thỏa mãn).
 Vậy phương trình $(Q): 3x - y + 2z - 7 = 0$.

- Câu 27.** Cho phương trình $\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm của phương trình là
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} x > 2 \\ x \neq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2) \Leftrightarrow \log_2(2x-5)^2 = \log_2(x-2)^2 \Leftrightarrow (2x-5)^2 = (x-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

So sánh điều kiện phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x = 3; x = \frac{7}{3}$.

- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1; 3; 2), F(0; -1; 5), K(2; 4; -1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
A. $G(1; 2; 2)$. **B.** $G(-1; -4; 3)$. **C.** $G(2; 2; 1)$. **D.** $G(1; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GK} - \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GK} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}.$$

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GK} = \vec{0} \Rightarrow G$ cũng là trọng tâm tam giác $EFK \Rightarrow G(1; 2; 2)$.

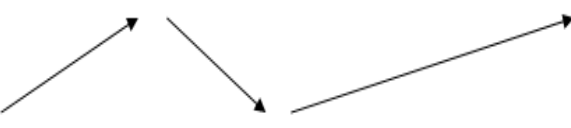
- Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2022)(x^2-4x+4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giải } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2022)(x^2-4x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2022 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2022	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Hàm số có 1 điểm cực tiểu.

- Câu 30.** Cho hình nón có bán kính $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 9$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón bằng
A. 15π . **B.** 45π . **C.** 180π . **D.** 90π .

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 9 = 45\pi$.

Câu 31. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(7-2x)$ có tập nghiệm là

- A.** $\left(-\infty; \frac{5}{3}\right]$. **B.** $\left(-2; \frac{5}{3}\right]$. **C.** $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left[\frac{5}{3}; \frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x+2 \leq 7-2x \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{3} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-2; \frac{5}{3}\right].$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-2; \frac{5}{3}\right]$.

Câu 32. Cho khối trụ có bán kính $r = 5$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.** 90π . **B.** 225π . **C.** 75π . **D.** 25π .

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 25 \cdot 9 = 225\pi$.

Câu 33. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Mô đun của số phức $(1-i) \cdot \bar{z}$ bằng

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1-i) \cdot \bar{z} = (1-i)(4+3i) = 7-i \Rightarrow |(1-i) \cdot \bar{z}| = \sqrt{49+1} = 5\sqrt{2}$.

Câu 34. Cho $\int f(x) dx = x^2 - 3x + C$. Tìm $\int f(e^{-x}) dx$.

- A.** $\int f(e^{-x}) dx = e^{-2x} - 3e^{-x} + C$. **B.** $\int f(e^{-x}) dx = 2e^{-x} - 3x + C$.
C. $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3x + C$. **D.** $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3e^{-x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $\int f(x) dx = x^2 - 3x + C \Rightarrow f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f(e^{-x}) = 2e^{-x} - 3$

Khi đó $I = \int f(e^{-x}) dx = \int (2e^{-x} - 3) dx = -2e^{-x} - 3x + C$.

Câu 35. Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X tại ngày khảo sát thứ t . Sau t ngày khảo sát ta có công thức $I(t) = A \cdot e^{r_0(t-1)}$ với A là số ca nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 15 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

- A.** 1320. **B.** 1740. **C.** 1470. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Ngày đầu tiên khảo sát 500 ca bị nhiễm bệnh nên $A = 500$.

Ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh nên $1000 = 500 \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow r_0 = \frac{\ln 2}{9}$.

Ngày thứ 15 số ca nhiễm bệnh bằng $I(15) = 500 \cdot e^{\frac{\ln 2}{9}(15-1)} \approx 1469,734492$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot B_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$

Câu 37. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chương ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75$ (m/s^2). Quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $S = 94,0$ (m). B. $S = 166,7$ (m). C. $S = 110,7$ (m). D. $S = 95,7$ (m).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Quãng đường đi được trong } 5 \text{ (s) giây đầu } \int_0^5 8t \, dt = 100 \text{ (m)}.$$

$$\text{Vận tốc tại thời điểm giây thứ 5 là } v_5 = 8 \cdot 5 = 40 \text{ (m/s)}.$$

$$\text{Phương trình vận tốc ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc } a = -75 \text{ (m/s}^2\text{) là } v(t) = 40 - 75t.$$

$$\text{Xe dừng hẳn khi } v(t) = 0 \Leftrightarrow 40 - 75t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{15}.$$

$$\text{Quãng đường ô tô đi được khi bắt đầu hãm phanh } \int_0^{\frac{8}{15}} (40 - 75t) \, dt = \frac{32}{3} \text{ (m)}.$$

$$\text{Quãng đường đi được của ô tô } 100 + \frac{32}{3} \approx 110,7 \text{ (m)}.$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{khi } x \leq 3 \\ 7-5x & \text{khi } x > 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^{\ln 2} f(3e^x - 1)e^x \, dx$.

- A. $\frac{13}{15}$. B. $-\frac{94}{9}$. C. $-\frac{102}{33}$. D. $\frac{25}{9}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } u = 3e^x - 1 \Rightarrow \frac{1}{3} du = e^x dx.$$

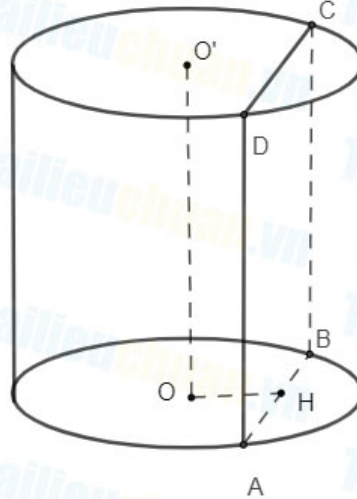
$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow u = 2; \quad x = \ln 2 \Rightarrow u = 5.$$

$$\text{Ta có } \int_0^{\ln 2} f(3e^x - 1)e^x \, dx = \frac{1}{3} \int_2^5 f(u) \, du = \frac{1}{3} \int_2^3 (1-u^2) \, du + \frac{1}{3} \int_3^5 (7-5u) \, du = -\frac{94}{9}.$$

- Câu 39.** Cắt hình trụ (T) có bán kính bằng R bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng a ($0 < a < R$) ta được một thiết diện là hình vuông có diện tích $16a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng
- A. $4\pi a^2\sqrt{5}$. B. $\pi a^2\sqrt{5}$. C. $8\pi a^2\sqrt{5}$. D. $16\pi a^2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH = d(O, (ABCD)) = a$.

Ta có: $S_{ABCD} = 16a^2 \Rightarrow AB^2 = 16a^2 \Rightarrow AB = 4a \Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = 2a$.

ΔOAH vuông tại $H \Rightarrow OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = a\sqrt{5}$

$S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot OA \cdot AD = 2\pi \cdot a\sqrt{5} \cdot 4a = 8\sqrt{5}\pi a^2$.

- Câu 40.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn.

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{10}{189}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{100}{189}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên thỏa mãn YCBT là $\overline{abcdef}$

$$n_{\Omega} = A_{10}^6 - A_9^5 = 136080.$$

Gọi A : " Số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn ".

Nếu tính cả trường hợp $a = 0$ thì số cách lập là: $C_5^3 \cdot C_5^3 \cdot 6!$ cách.

Xét riêng trường hợp $a = 0$ thì số cách lập là: $C_4^2 \cdot C_5^3 \cdot 5!$ cách.

$$\Rightarrow n_A = C_5^3 \cdot C_5^3 \cdot 6! - C_4^2 \cdot C_5^3 \cdot 5! = 64800.$$

$$P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{10}{21}.$$

- Câu 41.** Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = c$. B. $a + b = -c$. C. $a + b = c$. D. $a - b = -c$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = \int_1^e 2 dx + \int_1^e x \ln x dx = 2x \Big|_1^e + I = 2e - 2 + I$.

Tính I :

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = x dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e^2}{2} - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{x^2}{4} \right) \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

Vậy $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = 2e - 2 + \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + 2e - \frac{7}{4}$

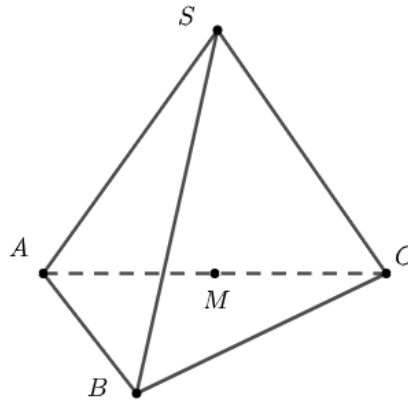
$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}; b = 2; c = -\frac{7}{4}.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, $\widehat{ASC} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow SM \perp AC$; $AC = 2MC = 2 \cdot SC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = SC\sqrt{3}$.

Do $\widehat{ASB} = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Có } \cos(SB; AC) &= \left| \cos(\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{SB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA})|}{SB \cdot AC} = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA}|}{SB \cdot AC} = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC}|}{SB \cdot AC} \\ &= \frac{|SB \cdot SC \cdot \cos(\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SC})|}{SB \cdot AC} = \frac{SB \cdot SC \cdot \cos 60^\circ}{SB \cdot SC \sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Câu 43. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$; $x = 0$; $x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-4040; -3]$ để $S \leq 2021$.

- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 2018.

Lời giải

Chọn D

S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$;
 $x = 0$; $x = 1$;

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 |x^2 + 2x - 1 - m| dx = \left| \int_0^1 (x^2 + 2x - 1 - m) dx \right|$$

(do $g(x) = x^2 + 2x - 1 - m$ không đổi dấu trên $[0;1]$ với $m \leq -3$).

$$\Rightarrow S = \left| \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - x - mx \right) \Big|_0^1 \right| = \left| \frac{1}{3} - m \right|.$$

$$\text{Thỏa mãn yêu cầu } \Rightarrow \begin{cases} m \in [-4040; -3] \\ m \in \mathbb{Z} \\ \left| \frac{1}{3} - m \right| \leq 2021 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} - 2021 \leq m \leq -3 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}. \text{ Vậy có 2018 giá trị } m.$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua $M(1; 1; 1)$.

A. $R = 5$.

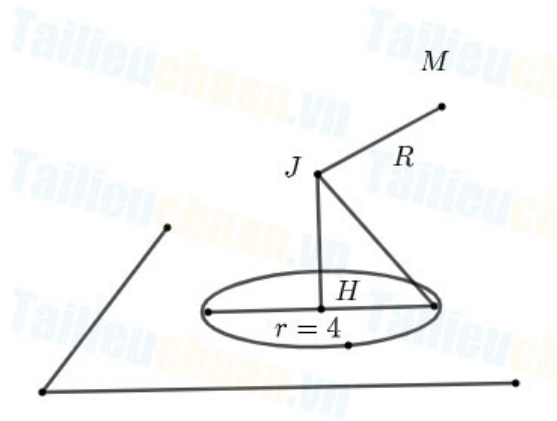
B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$.

C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$.

D. $R = 4$.

Lời giải

Chọn B



Bán kính đường tròn (C) là $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P) .

Đường thẳng đi qua I , vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $H = (1 + 2t; 2 + 2t; -2 + t)$.

Do $H \in (P)$ nên $2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) + (-2 + t) + 5 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 0; -3)$.

Đường thẳng đi qua H , vuông góc với (P) chứa tâm J của mặt cầu (T) ; có phương trình là:

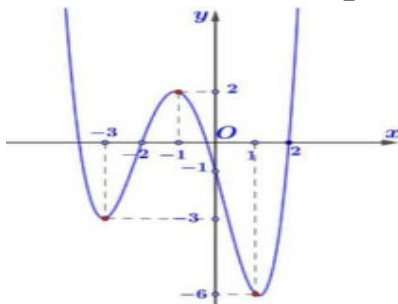
$$\begin{cases} x = -1 + 2m \\ y = 2m \\ z = -3 + m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R}) ; \text{ Tọa độ tâm } J(-1 + 2m; 2m; -3 + m).$$

$$\text{Ta có } JH^2 = 9m^2 ; JM^2 = (2m - 2)^2 + (2m - 1)^2 + (m - 4)^2 = R^2.$$

$$\text{Vì } JH^2 + r^2 = R^2 \Rightarrow 9m^2 + 16 = JM^2 \Leftrightarrow (2m-2)^2 + (2m-1)^2 + (m-4)^2 = 16 + 9m^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{4} \Rightarrow R^2 = 9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 16 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{265}}{4}.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(3x) + 3x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$ bằng



- A. $f(0)+1$. B. $f(6)$. C. $f(2)-\frac{1}{3}$. D. $f(-3)+8$.

Lời giải

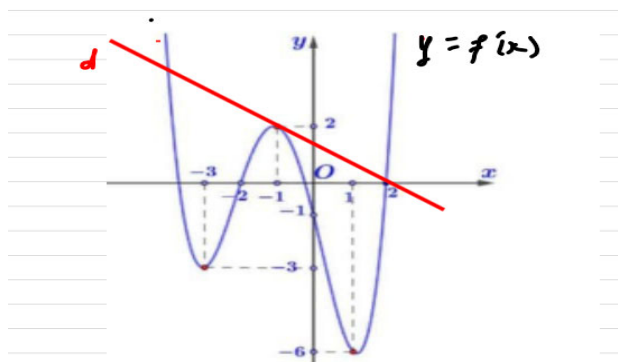
Chọn C

$$g(x) = f(3x) + 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow g'(x) = 3f'(3x) + 6x - 4 = 3f'(3x) + 2(3x) - 4$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow 3f'(3x) + 2(3x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f'(3x) = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}(3x)$$

Đặt $t = 3x$, $x \in \left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right] \Rightarrow t \in [-2; 2]$. Ta được phương trình $f'(t) = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}t$.

$$\text{Đặt } y = f'(t), d: y = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}t$$



Bảng biến thiên

t	-2	-1	2
$g'(t)$	-	0	-
$g(t)$	$\underline{g(-2)}$		
			$\underline{g(2)}$

Hàm số $g(x) = f(3x) + 3x^2 - 4x + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$

$$\text{khi } 2 = 3x \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow \min_{\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]} g(x) = g\left(\frac{2}{3}\right) = f(2) - \frac{1}{3}.$$

- Câu 46.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x > \frac{1}{2}$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thỏa mãn $f'(x) + 8xf^2(x) = 0, \forall x > \frac{1}{2}$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Tính $f(1) + f(2) + \dots + f(1011)$.
- A.** $\frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023}$. **B.** $\frac{2021}{2043}$. **C.** $\frac{2022}{4045}$. **D.** $\frac{1}{2} \cdot \frac{2021}{2022}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) + 8xf^2(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-f'(x)}{f^2(x)} = 8x \Leftrightarrow \int \frac{-f'(x)}{f^2(x)} dx = \int 8x dx \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} = 4x^2 + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow C = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4x^2 - 1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right).$$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right) \\ f(2) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \\ \dots \\ f(1011) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow T = f(1) + f(2) + \dots + f(1011) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023}.$$

- Câu 47.** Cho bất phương trình $\log_5(x^2 - 4x + 4 + m) - 1 < \log_5(x^2 + 2x + 3)$ với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng $(1; 3)$?

A. 30.

B. 28.

C. 29.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

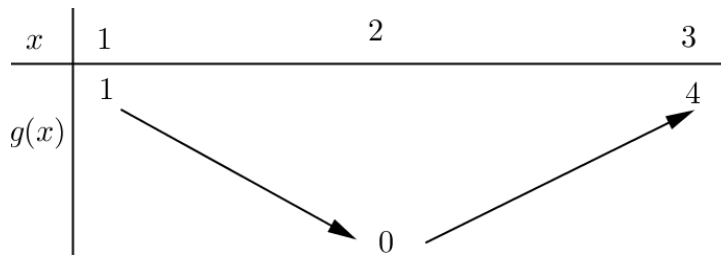
Ta có

$$\begin{aligned} \log_5(x^2 - 4x + 4 + m) - 1 < \log_5(x^2 + 2x + 3) &\Leftrightarrow \log_5(x^2 - 4x + 4 + m) < \log_5(5x^2 + 10x + 15) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 10x + 15 > x^2 - 4x + 4 + m \\ x^2 - 4x + 4 + m > 0 \end{cases} \forall x \in (1; 3) &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 14x + 11 > m \quad (1) \\ x^2 - 4x + 4 > -m \quad (2) \end{cases} \forall x \in (1; 3). \end{aligned}$$

* Xét $f(x) = 4x^2 + 14x + 11$ trên $(1; 3)$. Ta có $f'(x) = 8x + 14 > 0$ với $\forall x \in (1; 3)$.

Vậy để thỏa mãn (1) thì $m \leq f(1) = 29$.

* Xét $g(x) = x^2 - 4x + 4$ trên $(1; 3)$. Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1; 3)$



Vậy để thỏa mãn (2) thì $-m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$.

Khi đó $0 \leq m \leq 29$, suy ra có 30 giá trị nguyên của tham số m .

- Câu 48.** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(2^x + 3^x - 8x + 3)\sqrt{(3)^{2^x} - m} = 0$ (với m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2021; 2021]$ để tập hợp S có hai phần tử?
- A.** 2095. **B.** 2092. **C.** 2093. **D.** 2094

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $(3)^{2^x} - m \geq 0$

Ta có

$$(2^x + 3^x - 8x + 3)\sqrt{(3)^{2^x} - m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 3^x - 8x + 3 = 0 \\ (3)^{2^x} - m = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = 2^x + 3^x - 8x + 3$, ta có $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x \ln 3 - 8$;
 $f''(x) = 2^x (\ln 2)^2 + 3^x (\ln 3)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất là 2 nghiệm

Ta thấy $x = 1$ và $x = 2$ là hai nghiệm của phương trình, vậy $2^x + 3^x - 8x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta có $(3)^{2^x} - m = 0 \Leftrightarrow (3)^{2^x} = m$.

Để phương trình $(2^x + 3^x - 8x + 3)\sqrt{(3)^{2^x} - m} = 0$ có 2 nghiệm thì phương trình $(3)^{2^x} = m$ vô

nghiệm hoặc có nghiệm thuộc $[1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m > 1 \\ 1 \leq \log_2 (\log_3 m) < 2 \end{cases}$

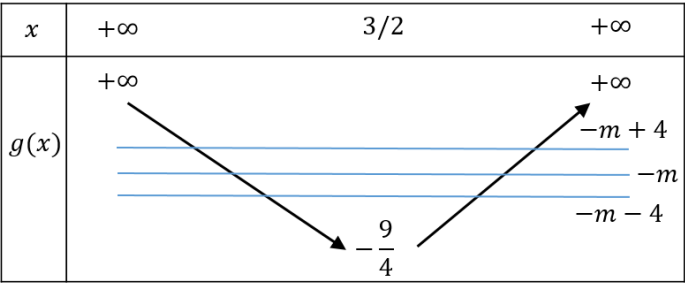
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m > 1 \\ 9 \leq m < 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 9 \leq m < 81 \end{cases}$$

Vì $m \in [-2021; 2021]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2095 giá trị m nguyên cần tìm.

- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$.
- A.** $2\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{65}$. **C.** $25\sqrt{97}$. **D.** $205\sqrt{97}$.

Lời giải

Chọn D



Để hàm số có nhiều điểm cực trị nhất khi và chỉ khi $-m-4 > \frac{-9}{4} \Leftrightarrow m < -\frac{7}{4}$.
 Kết hợp với điều kiện $m \in [-10;5]$ suy ra tập giá trị m là $S = \{-10,-9,-8,...,-2\}$.
 Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng -54 .

----- **HẾT** -----