SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH
TRƯỜNG THPT ĐỒNG LỘC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 104**

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=-3$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3$, $u_5=5$. Tìm công sai d.

A. -8. **B.** 8. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB với $A(1;2;1);B(3;2;3)$. Tọa độ trung điểm AB là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(2;0;2)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Câu 4. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln\left(ea^{-2}\right)$ bằng

A. $1+\ln 2+\ln a$. **B.** $1-2\ln a$. **C.** $1+2\ln a$. **D.** $1+a\ln 2$.

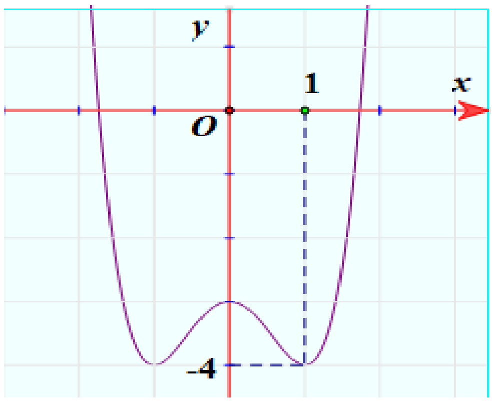
Câu 5. Phần ảo của số phức $z=3i-5$ là

A. -5. **B.** 3. **C.** $3i$. **D.** $-5i$.

Câu 6. Số giá trị nguyên trên đoạn $[-10;10]$ thuộc tập xác định của hàm số $y=\log_{2022}(2x+1)$

A. 11. **B.** 10. **C.** 21. **D.** 14.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình sau:



Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$. Khi đó giá trị của M^2+m^2 là

A. $\dfrac{41}{4}$. **B.** $\dfrac{31}{2}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{61}{4}$.

Câu 9. Tích phân $\int\limits_0^2 e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. e^2. **B.** $2e-1$. **C.** e^2-e. **D.** e^2-1.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 11. Khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp\ ABC$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng ABC .

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x-4}$. Tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;4)\cup(4;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\cos xdx=\sin x+x+C$. **B.** $\int\cos xdx=\sin x+C$. **C.** $\int\sin xdx=-\cos x+C$. **D.** $\int\cos 2xdx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 14. Cho bất phương trình $4^x-5.2^{x+1}+16\le 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Tính $\log\left(a^2+b^2\right)$

A. 10. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=\log_3 2+1$. **B.** $x=\log_2 3+1$. **C.** $x=10$. **D.** $x=9$.

Câu 16. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ:

Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình vẽ trên?

A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=-x^3+3x+3$. **D.** $y=x^3+3$.

Câu 17. Cho số phức $z=2+2i$. Modun của số phức $w=2i.z$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ 7 học sinh của tổ 1 để làm trực nhật đầu năm?

A. C_{10}^{3}. **B.** $3!$. **C.** C_{7}^{3}. **D.** A_{7}^{3}.

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=-3+2i$.

A. $\overline{z}=3-2i$. **B.** $\overline{z}=-2-3i$. **C.** $\overline{z}=3i+2$. **D.** $\overline{z}=-3-2i$.

Câu 20. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 là.

A. $S_{xq}=20\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=24\pi$. **D.** $S_{xq}=12\pi$.

Câu 21. Hàm số $y=2022^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2022^{x^2-3x}.\ln 2022$. **B.** $2022^{x^2-3x}.\ln 2022$. **C.** $(2x-3).2022^{x^2-3x}$. **D.** $\left(x^2-3x\right).2022^{x^2-3x-1}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$ có tâm I là

A. $I\ \ 1;0;-2$. **B.** $I\ \ 1;0;2$. **C.** $I\ \ -1;0;2$. **D.** $I\ \ 0;1;-2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+t\\ y=-3-t\\ z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$. Giá trị $2x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 24. Một khối chóp có thể tích $V=15\text{ cm}^3$ và diện tích đáy $S=45\text{ cm}^2$. Chiều cao của khối chóp bằng

A. 1 cm. **B.** 3 cm. **C.** $\frac{1}{3}\text{ cm}$. **D.** $\frac{1}{2}\text{ cm}$.

Câu 25. Cho hai số thực dương a, b. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=a^m.b^n$. Tổng của $m+n$ là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng, đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $4a$. Tính thể tích của khối lăng trụ

A. $4a^3$ **B.** $4a^2$ **C.** $\frac{2}{3}a^3$ **D.** $2a^3$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(-1;0;0)$ có vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4}(2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}(0;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}(-2;-2;1)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm mệnh đề **sai?**

A. Hàm $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\ 1;3$. **D.** Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 **D.** 0.

Câu 30. Khối trụ có thể tích $V=20\pi$ và chiều cao bằng 5. Bán kính đáy r của khối trụ bằng

A. $r=4$. **B.** $r=2\sqrt{2}$ **C.** $r=3$. **D.** $r=2$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Gọi *M, N, P* lần lượt là hình chiếu của *A* trên các trục tọa độ *Ox, Oy, Oz*. Mặt phẳng *(MNP)* có phương trình là:

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;8]$ và $\int_0^8 f(x)dx=4$. Tính $\int_0^8[f(x)+2x]dx$

A. 68. **B.** 60. **C.** 4. **D.** 20.

Câu 33. Cho số phức $z=-2-i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w=i-z$ trên mặt phẳng toạ độ?

A. $N(2;2)$. **B.** $P(-2;2)$. **C.** $Q(-1;-1)$. **D.** $M(-2;-1)$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)=4x^3+\frac{1}{x}, (x\neq 0)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx=x^4-\ln|x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^3+\ln|x|+C$.

C. $\int f(x)dx=x^4+\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^4-\frac{1}{x^2}+C$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+2z-3=0$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;0;1)$. **B.** $M(2;1;1)$. **C.** $M(4;1;0)$. **D.** $M(0;3;0)$.

Câu 36. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1022, \int_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x=1000$ thì $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1011. **B.** 0. **C.** 4044. **D.** 2022.

Câu 37. Đạo hàm của hàm số $y=2022^x$ là

A. $x.2022^{x-1}$. **B.** $\frac{2022^x}{\ln 2022}$. **C.** $2022^x\ln 2022$. **D.** 2022^x.

Câu 38. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh A,B,C,D,E ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi một ghế). Tính xác suất để hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn

$$a^{\log_5 8}+2^{\log_5(5a)}=\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\left(6+2b\sqrt{4-b^2}\right)?$$

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 2022.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=2022$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(a;b;c)$, $a+b+c>0$ thuộc mặt cầu (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C có thể tích khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất.

A. 4. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)=(x-1)g(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=|x-1|.g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện $4x.f(x^2)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$. Tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=\dfrac{\pi}{16}$. **B.** $I=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $I=\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $I=\dfrac{\pi}{20}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{4}$; $d':\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z+4}{c}$ trong đó *a*, *b*, *c* là các số thực khác 0 sao cho các đường thẳng *d* và *d'* cắt nhau. Khi đó khoảng cách từ giao điểm của *d* và *d'* đến mặt phẳng $(P): x+y-z+2022=0$ bằng:

A. $2021\sqrt{3}$. **B.** $675\sqrt{3}$. **C.** $674\sqrt{3}$. **D.** $2022\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 là hai trong các số phức z thoả mãn $(z+i)(\overline{z}+3i)-21$ là số ảo, biết rằng $|z_1-z_2|=8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1+3z_2+2022i|$ bằng

A. $2026+\sqrt{13}$. **B.** $2021+\sqrt{13}$. **C.** $2021+4\sqrt{13}$. **D.** $2026+4\sqrt{13}$.

Câu 45. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(2)G(2)=\dfrac{13}{2}+F(1)G(1)$ và $\int\limits_1^2 f(x)G(x)dx=\dfrac{67}{12}$. Tích phân $\int\limits_1^2 F(x)g(x)dx$ có giá trị bằng

A. $-\dfrac{11}{12}$. **B.** $\dfrac{145}{12}$. **C.** $\dfrac{11}{12}$. **D.** $-\dfrac{145}{12}$.

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(a+3)z+2a^2-2a-16=0$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị **không** nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\sqrt{2}.|z_1+z_2|=|z_2-z_1|$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2f(x))=0$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 48. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(4.3^x+2^x-6^x-4\right)\left[\log\left(x+2\right)-2\right]\geq 0$ là

A. 97. **B.** 99. **C.** 100 **D.** 2.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng xét đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Tìm tất cả tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\sqrt{x^2}.\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)-m\right)$ có ít nhất 4 điểm cực trị.

A. $m\geq 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m>1$. **D.** $m\geq 1$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AC=4\sqrt{2}a$, $BD=2a$, hai mặt phẳng $\left(SAC\right)$ và $\left(SBD\right)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$. Biết góc giữa SD và $\left(ABCD\right)$ bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{16\sqrt{6}a^3}{9}$. **C.** $V=\frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{6}a^3}{9}$.

------ ***HẾT*** ------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+1}{x-3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}}=\frac{3}{1}=3.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+1}{x-3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}}=\frac{3}{1}=3.$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=3$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3, u_5=5$. Tìm công sai d.

A. -8. **B.** 8. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$u_5=u_1+4d\Rightarrow 4d=u_5-u_1\Rightarrow d=\frac{u_5-u_1}{4}=\frac{5-(-3)}{4}=2.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB với $A(1;2;1);B(3;2;3)$. Toạ độ trung điểm AB là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(2;0;2)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Toạ độ trung điểm AB là

$$I\left(\frac{1+3}{2};\frac{2+2}{2};\frac{1+3}{2}\right)\Rightarrow I(2;2;2).$$

Câu 4. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\ln\left(ea^{-2}\right)$ bằng

A. $1+\ln 2+\ln a$. **B.** $1-2\ln a$. **C.** $1+2\ln a$. **D.** $1+a\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\ln\left(ea^{-2}\right)=\ln e+\ln a^{-2}=1-2\ln a.$$

Câu 5. Phần ảo của số phức $z=3-5i$ là

A. -5. **B.** 3. **C.** $3i$. **D.** $-5i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Số giá trị nguyên trên đoạn $[-10;10]$ thuộc tập xác định của hàm số $y=\log_{2022}(2x+1)$

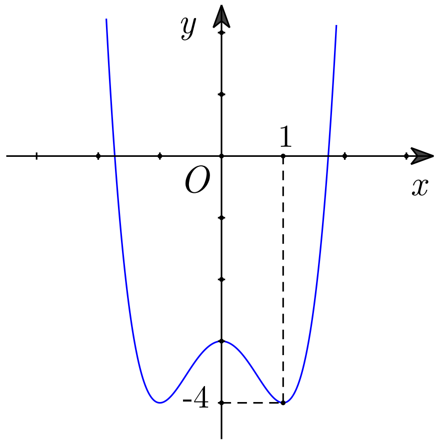
A. 11. **B.** 10. **C.** 21. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_{2022}\left(2x+1\right)$ xác định khi $2x+1>0\Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$. Do $x\in\left[-10;10\right]$ và nguyên nên $x\in\left\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\right\}$. Vậy có 11 giá trị nguyên.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình sau



Số điểm cực tiểu của hàm số $f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{3x+2}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;1\right]$. Khi đó, giá trị của M^2+m^2 là

A. $\frac{41}{4}$. **B.** $\frac{31}{2}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** $\frac{61}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$

$y=\frac{3x+2}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{1}{\left(x+1\right)^2}>0,\forall x\in\left[0;1\right]$ nên hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0;1\right]$

Do đó, $m=\min\limits_{[0;1]}f\left(x\right)=f\left(0\right)=2$ và $M=\max\limits_{[0;1]}f\left(x\right)=f\left(1\right)=\frac{5}{2}$

Vậy $M^2+m^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+2^2=\frac{41}{4}$.

Câu 9. Tích phân $\int\limits_0^2 e^x dx$ bằng

A. e^2. **B.** $2e-1$. **C.** e^2-e. **D.** e^2-1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_0^2 e^x dx=e^x\Big|_0^2=e^2-e^0=e^2-1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

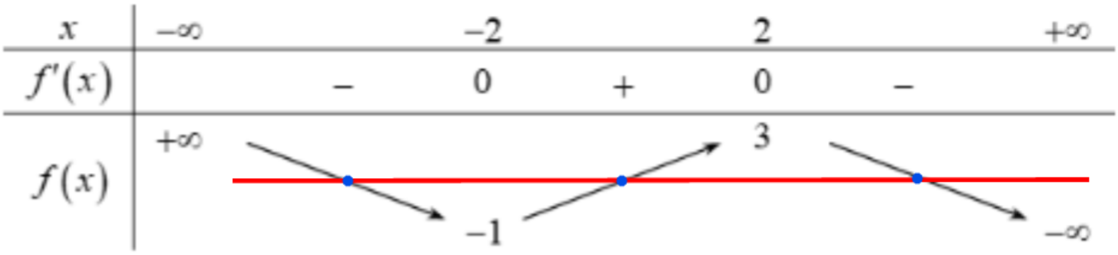
Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=1$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$.



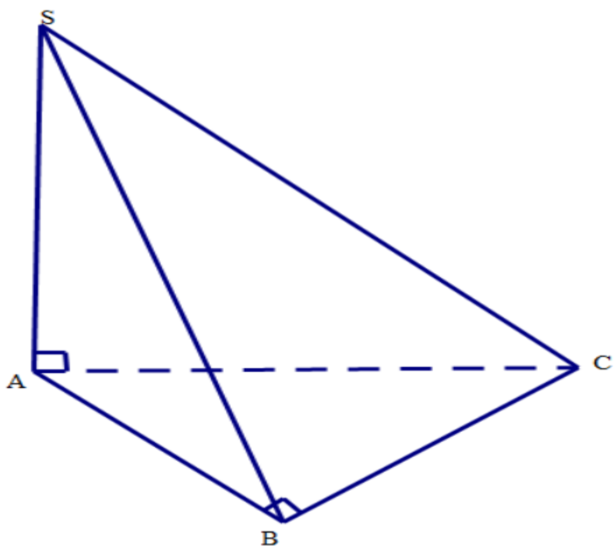
Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 11. Khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại $B, AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=2a\sqrt{3}$ Tính góc giữa SC và mặt phẳng ABC.

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA\perp(ABC)\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC xuống mặt phẳng (ABC).

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$.

Khi đó, góc giữa SC và mặt phẳng ABC là góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SCA có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60°$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x-4}$. Tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;4)\cup(4;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=R\setminus\{4\}$

Ta có: $y=\dfrac{-x-1}{x-4}\Rightarrow y'=\dfrac{5}{(x-4)^2}>0,\forall x\in D$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$.

Câu 13. Trong các khẳng sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\cos xdx=\sin x+x+C$. **B.** $\int\cos xdx=\sin x+C$.

C. $\int\sin xdx=-\cos x+C$. **D.** $\int\cos 2xdx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy, đáp án A sai.

Câu 14. Cho bất phương trình $4^x-5.2^{x+1}+16\le 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Tính $\log\left(a^2+b^2\right)$

A. 10. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^x-5.2^{x+1}+16\le 0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2-10.2^x+16\le 0\Leftrightarrow 2\le 2^x\le 8\Leftrightarrow 1\le x\le 3$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S=[1;3]\Rightarrow a=1,b=3$.

Ta có $\log\left(a^2+b^2\right)=\log\left(1^2+3^2\right)=1$.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

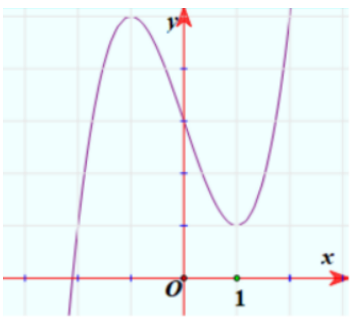
A. $x=\log_3 2+1$. **B.** $x=\log_2 3+1$. **C.** $x=10$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=2^3\Leftrightarrow x=9$.

Câu 16. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình vẽ trên?

A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=-x^3-3x+3$. **D.** $y=x^3+3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị có dạng của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ nên loại A.

Đồ thị có nhánh cuối đi lên nên hệ số $a>0$ nên loại **C.**

Đồ thị đi qua điểm $M(1;1)$ nên loại **D.**

Do đó chọn **B.**

Câu 17. Cho số phức $z=2+2i$. Môđun của số phức $w=2i.z$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=2i.z=2i.(2+2i)=-4+4i$.

Môđun của số phức w là $|w|=\sqrt{(-4)^2+4^2}=4\sqrt{2}$.

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ 7 học sinh của tổ 1 để làm trực nhật đầu năm?

A. C_{10}^3. **B.** $3!$. **C.** C_7^3. **D.** A_7^3.

Lời giải

Chọn C

Chọn ra 3 học sinh từ 7 học sinh có C_7^3 cách.

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=-3+2i$.

A. $\overline{z}=3-2i$. **B.** $\overline{z}=-2-3i$. **C.** $\overline{z}=3i+2$. **D.** $\overline{z}=-3-2i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z=-3+2i$ là $\overline{z}=-3-2i$.

Câu 20. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 là

A. $S_{xq}=20\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=24\pi$. **D.** $S_{xq}=12\pi$.

Lời giải

Chọn A

Đường sinh của hình nón đã cho là $l=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi.4.5=20\pi$.

Câu 21. Hàm số $y=2022^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3)2022^{x^2-3x}.\ln 2022$. **B.** $2022^{x^2-3x}.\ln 2022$.

C. $(2x-3)2022^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x)2022^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=2022^{x^2-3x}\Rightarrow y'=(2x-3)2022^{x^2-3x}\ln 2022$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$ có tâm I là

A. $I(1;0;-2)$. **B.** $I(1;0;2)$. **C.** $I(-1;0;2)$. **D.** $I(0;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$ có tâm $I(-1;0;2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+t\\y=-3-t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị $2x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.

Ta có $M=d\cap(Oxy)\Rightarrow M(5;-4;0)$.

Suy ra $2x_0+y_0+z_0=2.5-4+0=6$.

Câu 24. Một khối chóp có thể tích $V=15cm^3$ và diện tích đáy $S=45cm^2$. Chiều cao của khối chóp bằng

A. $1cm$ **B.** $3cm$ **C.** $\frac{1}{3}cm$ **D.** $\frac{1}{2}cm$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\frac{1}{3}.S.h\Leftrightarrow 15=\frac{1}{3}.45.h\Leftrightarrow h=1cm$

Câu 25. Cho hai số thực dương a,b. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=a^m.b^n$. Tổng của $m+n$ là

A. $\frac{5}{6}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow m+n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng, đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $4a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $4a^3$ **B.** $4a^2$ **C.** $\frac{2}{3}a^3$ **D.** $2a^3$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=B.h=a^2.4a=4a^3$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(-1;0;0)$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4=(2;2;-1)$ **B.** $\vec{u}_1=(2;2;1)$ **C.** $\vec{u}_2=(0;2;1)$ **D.** $\vec{u}_3=(-2;-2;1)$

Lời giải

Chọn B

Một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;-1)$, do $\overrightarrow{AB}=-2(2;2;1)=-2\vec{u}_1$ nên $\vec{u}_1=(2;2;1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm mệnh đề **sai** ?

A. Hàm $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Trên khoảng $(-1;+\infty)$ hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3, \forall x\in R$. Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-1 \vee x=4$ .và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 30. Khối trụ có thể tích $V=20\pi$ và chiều cao bằng 5. Bán kính đáy r của khối trụ bằng

A. $r=4$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=3$. **D.** $r=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V=\pi r^2 h \Leftrightarrow 20\pi=\pi r^2.5 \Leftrightarrow r^2=4 \Leftrightarrow r=2$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A trên các trục toạ độ Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn B

Vì M, N, P lần lượt là hình chiếu của A trên các trục toạ độ Ox, Oy, Oz nên $M(-1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;8]$ và $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_0^8 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$.

A. 68. **B.** 60. **C.** 4. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^8 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^8 2x\mathrm{d}x=4+x^2\Big|_0^8=4+\left(8^2-0\right)=68$.

Câu 33. Cho số phức $z=-2-i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=i-z$ trên mặt phẳng toạ độ?

A. $N(2;2)$. **B.** $P(-2;2)$. **C.** $Q(-1;-1)$. **D.** $M(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=i-z=i-(-2-i)=2+2i$ có điểm biểu diễn là $N(2;2)$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)=4x^3+\frac{1}{x},(x\neq 0)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-\ln|x|+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+\ln|x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-\frac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(4x^3+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=x^4+\ln|x|+C$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+2z-3=0$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;0;1)$. **B.** $M(2;1;1)$. **C.** $M(4;1;0)$. **D.** $M(0;3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M(0;3;0)\notin(P): x-y+2z-3=0$.

Câu 36. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 1022$, $\int_{2}^{4} f(x)dx = 1000$ thì $\int_{-1}^{4} f(x)dx$ bằng

A. 1011. **B.** 0. **C.** 4044. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_{-1}^{4} f(x)dx = \int_{-1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{4} f(x)dx = 1022 + 1000 = 2022$.

Câu 37. Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là.

A. $x.2022^{x-1}$. **B.** $\frac{2022^x}{\ln 2022}$. **C.** $2022^x \ln 2022$. **D.** 2022^x.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = 2022^x \Rightarrow y' = 2022^x.\ln 2022$.

Câu 38. Xếp ngẫu nhiên 5học sinh A, B, C, D, E ngồi vào một dãy 5ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi một ghế). Tính xác suất để hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Xếp 5học sinh A, B, C, D, E vào một dãy 5 ghế thẳng hàng có $5!$ cách xếp, suy ra $n(\Omega) = 5! = 120$.

Gọi X là biến cố: "hai bạn A và B **không ngồi** cạnh nhau". Suy ra biến cố đối $\overline{X}$:"hai bạn A và B **ngồi** cạnh nhau"

Buộc hai bạn A và B coi là một phần tử, có $2!$ cách đổi chỗ bạn A và B trong **buộc** này.

$$\Rightarrow n(\overline{X}) = 2!.4! = 48 \Rightarrow P(\overline{X}) = \frac{n(\overline{X})}{n(\Omega)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}.$$

Vậy $P(X) = 1 - P(\overline{X}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn $a^{\log_5 8} + 2^{\log_5(5a)} = \left(b + \sqrt{4-b^2}\right)\left(6 + 2b\sqrt{4-b^2}\right)$

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$a^{\log_5 8} + 2^{\log_5(5a)} = \left(b + \sqrt{4-b^2}\right)\left(6 + 2b\sqrt{4-b^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 8^{\log_5 a} + 2.2^{\log_5 a} = \left(b + \sqrt{4-b^2}\right)\left(\left(b + \sqrt{4-b^2}\right)^2 + 2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(2^{\log_5 a}\right)^3 + 2.2^{\log_5 a} = \left(b + \sqrt{4-b^2}\right)^3 + 2\left(b + \sqrt{4-b^2}\right) \qquad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t, \forall t \in \mathbb{R}$.

Có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow f\left(2^{\log_5 a}\right) = f\left(b+\sqrt{4-b^2}\right) \Leftrightarrow 2^{\log_5 a} = b+\sqrt{4-b^2} \quad (2)$.

Xét hàm số $g(b) = b+\sqrt{4-b^2}, b \in [-2;2]$.

Có $g'(b) = 1 - \dfrac{b}{\sqrt{4-b^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-b^2} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ 4-b^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b = -\sqrt{2} \\ b = \sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow b = \sqrt{2}$.

Nên $g(-2) = -2, g\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}, g(2) = 2$.

Suy ra $-2 \leq g(b) \leq 2\sqrt{2}, \forall b \in [-2;2]$.

Khi đó để tồn tại ít nhất một số thực b thì $-2 \leq 2^{\log_5 a} \leq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \log_5 a \leq \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow a \leq 5^{\frac{3}{2}} \approx 11,2$.

Mà $a \in \mathbb{Z}^+$ nên $a \in \{1;2;....;11\}$.

Vậy có tất cả 11 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2 = 2022$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(a;b;c), a+b+c>0$ thuộc mặt cầu (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C có thể tích khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất.

A. 4. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(m;0;0), B(0;n;p), C(0;0;p)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{p} = 1$.

Điểm $M \in (ABC)$ nên $\dfrac{a}{m}+\dfrac{b}{n}+\dfrac{c}{p} = 1 \quad (1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) nên

$d\left[O,(ABC)\right] = R$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{p^2}}} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow \frac{1}{2022} = \frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{p^2} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{(mnp)^2}} \Leftrightarrow |mnp| \geq \sqrt{6066^3}.$$

Thể tích $OABC$ là $V_{OABC} = \dfrac{1}{6}|mnp| \geq \dfrac{\sqrt{6066^3}}{6}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|m| = |n| = |p| = \sqrt{6066}$.

Suy ra $M \in (d): |x| = |y| = |z| \Rightarrow |a| = |b| = |c|$ và $a+b+c>0$.

Vậy có 4 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = (x-1)g(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=|x-1|.g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

$$h(x)=|x-1|.g(x)=\begin{cases}(x-1)g(x) & khi\, x\geq 1\\ -(x-1)g(x) & khi\, x<1\end{cases}.$$

Bảng biến thiên hàm số $h(x)=|x-1|.g(x)$:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số có ba điểm cực trị

Câu 42. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện $4x.f(x^2)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$. Tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=\dfrac{\pi}{16}$ **B.** $I=\dfrac{\pi}{4}$ **C.** $I=\dfrac{\pi}{6}$ **D.** $I=\dfrac{\pi}{20}$

Lời giải

Chọn D

Xét $4x.f(x^2)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$

Suy ra: $\underbrace{\int\limits_0^1\left[4x.f(x^2)\right]\mathrm{d}x}_{I_1}+\underbrace{\int\limits_0^1 3f(1-x)\mathrm{d}x}_{I_2}=\int\limits_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x \qquad (*)$.

Xét $I_1=\int\limits_0^1\left[4x.f(x^2)\right]\mathrm{d}x$

Đặt $t=x^2\Rightarrow dt=2xdx$.

Đôi cận $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=1$.

Suy ra: $I_1=2.\int\limits_0^1 f(t)dt=2.\int\limits_0^1 f(x)dx$.

Xét $I_2=\int\limits_0^1 3f(1-x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow dt=-dx$.

Đôi cận $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=0$.

Suy ra: $I_1 = 3.\int_1^0 f(t)(-dt) = 3.\int_0^1 f(t)dt = 3.\int_0^1 f(x)dx$.

Thay vào $(*)$ ta được:

$2.\int_0^1 f(x)dx + 3.\int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 5.\int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{20}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}$ $d': \frac{x-1}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z+4}{c}$ trong đó a,b,c là các số thực khác 0sao cho các đường d và d' cắt nhau. Khi đó khoảng cách từ giao điểm của d và d' đếnmặt phẳng $(P): x+y-z+2022=0$ bằng:

A. $2021\sqrt{3}$. **B.** $675\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2023}{\sqrt{3}}$. **D.** $2022\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (3,1,4), \overrightarrow{n_p} = (1,1,-1)$.

$\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_p} = 3.1 + 1.1 - 4.1 = 0$ suy ra $d // (P)$hoặc d nằm trên (P).

Lấy $A(0,0,-1) \in d$ thay vào (P): $0+0+1+2022 \neq 0$. Suy ra $d // (P)$.

Khi đó khoảng cách từ giao điểm của d và d' đến (P) bằng khoảng cách từ d đến (P).

Gọi M là giao điểm của d và d': $d(M,(P)) = d(d,(P)) = d(A,(P)) = \frac{|0+0+1+2022|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{2023}{\sqrt{3}}$.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z+i)(\overline{z}+3i)-21$ là số ảo, biết rằng $|z_1 - z_2| = 8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 + 3z_2 + 2022i|$ bằng:

A. $2026+\sqrt{13}$ **B.** $2021+\sqrt{13}$ **C.** $2021+4\sqrt{13}$ **D.** $2026+4\sqrt{13}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x+yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$

$(z+i)(\overline{z}+3i)-21 = (x+(y+1)i)(x-(y-3)i)-2021$

$= x^2 + (y+1)(y-3) - 21 - x(y-3)i + x(y+1)i$

Mà $(z+i)(\overline{z}+3i)-21$ là số ảo nên $x^2+(y+1)(y-3)-21 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 25$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = 5$ là đường tròn tâm $I(0,1)$ bán kính $R = 5$.

Gọi $M(z_1)$, $N(z_2)$ làđiểm biểu diễn số phức z_1, z_2.

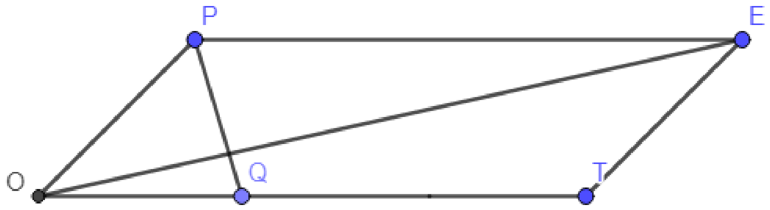
Ta có: $IM = 5, IN = 5$, $|z_1 - z_2| = MN = 8$

$\cos\widehat{MIN} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM.IN} = -\frac{7}{25}$

Đặt $w = z - i \Rightarrow w_1 = z_1 - i, w_2 = z_2 - i$. Gọi $P(w_1), Q(w_2)$ là điểm biểu diễn số phức w_1 và w_2.

Suy ra $OP = OQ = 5$

Khi đó $\cos\left(\widehat{MIN}\right) = \cos\left(\widehat{POQ}\right) = -\frac{7}{25}$



Suy ra $P=\left|w_1+3w_2+2026i\right|\le\left|w_1+3w_2\right|+2026=\left|\overrightarrow{OP}+3\overrightarrow{OQ}\right|+2026=\left|\overrightarrow{OE}\right|+2026$

Từ hình vẽ suy ra $\cos(\widehat{OTE})=-\cos(\widehat{POQ})=\frac{7}{25}, OT=15$.

$OE=\sqrt{OT^2+TE^2-2OT.OE\cos\left(\widehat{OTE}\right)}=4\sqrt{13}$

Vậy $P_{\max}=2026+4\sqrt{13}$.

Câu 45. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(2)G(2)=\frac{13}{2}+F(1)G(1)$ và $\int\limits_1^2 f(x)G(x)\,\mathrm{d}x=\frac{67}{12}$. Tính $\int\limits_1^2 F(x)g(x)\,\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $\frac{-11}{12}$. **B.** $\frac{145}{12}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{-145}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_1^2 F(x)g(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 F(x)\,\mathrm{d}(G(x))=F(x)G(x)\Big|_1^2-\int\limits_1^2 f(x)G(x)\,\mathrm{d}x=\frac{13}{2}-\frac{67}{12}=\frac{11}{12}$.

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(a+3)z+2a^2-2a-16=0$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị **không** nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\sqrt{2}\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Do phương trình $z^2-2(a+3)z+2a^2-2a-16=0$ có hai nghiệm trên tập số phức:

$\sqrt{2}\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|\Leftrightarrow\sqrt{2}\left|2(a+3)\right|=\sqrt{\left|4(a+3)^2-4\left(2a^2-2a-16\right)\right|}$

$\Leftrightarrow 8(a+3)^2=\left|4(a+3)^2-4\left(2a^2-2a-16\right)\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-(a+3)^2=2a^2-2a-16\\3(a+3)^2=2a^2-2a-16\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a^2+4a-7=0\\a^2+20a+43=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=\frac{-7}{3}\\a=-10\pm\sqrt{57}\end{array}\right.$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(2f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(2f\left(x\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f\left(x\right)=1 \\ 2f\left(x\right)=a\,(a>2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f\left(x\right)=\dfrac{1}{2} & (1) \\ f(x)=\dfrac{a}{2}\left(\dfrac{a}{2}>1\right) & (2) \end{array}\right.$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt

Phương trình (2) có một nghiệm duy nhất (khác ba nghiệm của (1))

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 48. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(4.3^x+2^x-6^x-4\right)\left[\log\left(x+2\right)-2\right]\geq 0$ là:

A. 97. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $x>-2.$

Ta có: $4.3^x+2^x-6^x-4=\left(4-2^x\right)\left(3^x-1\right)$

x	-2	0	2	98	$+\infty$
$4-2^x$		$+$	$+\quad 0\quad -$	$-$	
3^x-1		$-\quad 0\quad +$	$+$	$+$	
$\log\left(x+2\right)-2$		$-$	$-$	$-\quad 0\quad +$	
VT		$+\quad 0\quad -\quad 0\quad +\quad 0\quad -$			

Tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(-2;0\right]\cup\left[2;98\right]$; nghiệm nguyên $\Rightarrow x\in\left\{-1;0;2;....;98\right\}$

Vậy có 99 giá trị nguyên

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng xét đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\sqrt{x^2}.\left(1+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)-m\right)$ có ít nhất 4 điểm cực trị?

A. $m \geq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g(x) = f\left(\sqrt{x^2}.\left(1+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)-m\right) = f\left(\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m\right)$.

$\Rightarrow g'(x) = \left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)f'\left(\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m\right)$ với $x \neq 0$.

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'\left(\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m=-1\\ \sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m=0\\ \sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}-m=1\end{array}\right.$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}=m-1 & (1)\\ \sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}=m & (2)\\ \sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1}=m+1 & (3)\end{array}\right..$$

Để hàm số $g(x) = f\left(\sqrt{x^2}.\left(1+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)-m\right)$ có ít nhất 4 điểm cực trị thì tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình (1), (2), (3) không nhỏ hơn 4.

Đặt $h(x)=\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2+1} \Rightarrow h'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ với $x \neq 0$.

Ta có bảng biến thiên của hàm với $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$\|$	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

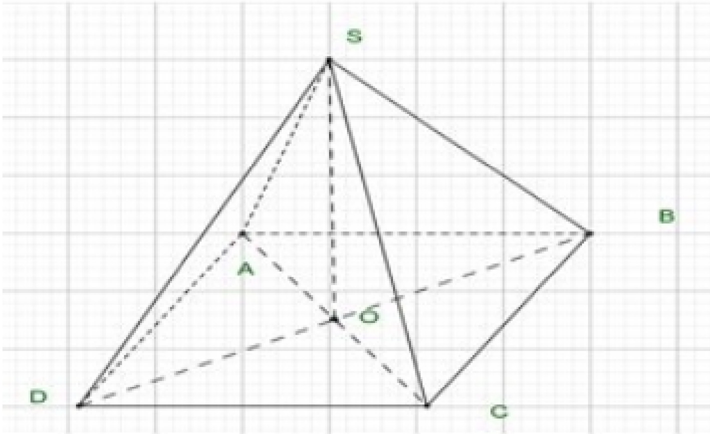
Yêu cầu bài toán $m > 1$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AC = 4\sqrt{2}a$, $BD = 2a$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16\sqrt{6}a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases}(SAC)\cap(SBD)=SO\\(SAC)\perp(ABCD)\\(SBD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Khi đó, góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc giữa SD và hình chiếu OD trên $(ABCD)$, hay chính là góc $\widehat{SDO}$.

Tam giác SDO vuông tại O nên $\tan\widehat{SDO}=\dfrac{SO}{OD}\Rightarrow SO=OD.\tan\widehat{SDO}$.

Ta có $OD=\dfrac{1}{2}BD=a\Rightarrow SO=a.\tan 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{1}{2}.4\sqrt{2}a.2a=\dfrac{4\sqrt{6}a^3}{9}$.