

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 6^x$ là

- A. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. B. $y' = x6^{x-1}$. C. $y' = 6^x \ln 6$. D. $y' = 6^x$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(-2; 0)$. C. $(1; 5)$. D. $(-3; -2)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \sin x - x + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x + x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \cos x + x + C$. D. $\int f(x) dx = -\sin x + x + C$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 3. B. 0. C. 1. D. -1.

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -5. D. 5.

Câu 6. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu, diện tích mặt cầu đó là

- A. $S = \pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 2\pi$. D. $S = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 7. Lớp 12A có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh tham gia cổ vũ cho SEA Games 31?

- A. C_{40}^5 . B. P_5 . C. A_{40}^5 . D. 8.

Câu 8. Số thực nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình $3^x < 9$?

- A. 2. B. e. C. π . D. 1.

Câu 9. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 6π . B. 9π . C. 15π . D. 18π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2			$+\infty$
			1		1		

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 0$.

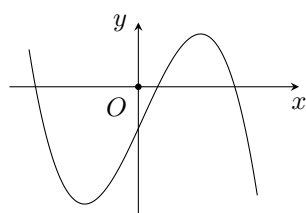
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị trên các trục. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(1; -3; 2)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 12.

Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$, ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d < 0$.
C. $a > 0, d < 0$. D. $a < 0, d > 0$.



Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $16a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{16}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 14. Cho a là một số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. B. $\log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}$. C. $\log_a a^2 = \frac{1}{2}$. D. $\log_{a^2} a^2 = 1$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 - 2i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. $4 - 5i$. B. 5 . C. $-5i$. D. $-4 + 5i$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$?

- A. $M(-5; 3)$. B. $N(-3; -5)$. C. $P(3; -5)$. D. $Q(3; 5)$.

Câu 18. Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 4x^4 + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + C$. D. $\int f(x)dx = 3x^2 + C$.

Câu 20. Môđun của số phức $z = 1 - 3i$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 2. C. 10. D. 4.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(1; 1; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $\sqrt{2}$. B. $S = \sqrt{3}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 5$. C. $x = 9$. D. $x = 6$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$.

- A. $I(-1; -4; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$. B. $I(1; -4; -3)$, $R = 3\sqrt{2}$.
C. $I(1; -4; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$. D. $I(1; 4; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$.

Câu 24. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3a$, $SB = 4a$, $SC = 5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

- A. $V = 20a^3$. B. $V = \frac{5a^3}{2}$. C. $V = 10a^3$. D. $V = 5a^3$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 2$, $u_5 = \frac{1}{2}$ và công bội $q > 0$. Tính q .

- A. $q = 2$. B. $q = 4$. C. $q = \frac{1}{4}$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Câu 27. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. -8 . B. 2 . C. 8 . D. -2 .

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 1 . B. 3 . C. 2 . D. 5 .

Câu 29. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a$, góc ABC bằng 60° . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -3; 7)$ và $B(2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A. $x + 2y + 2z - 15 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 15 = 0$.
C. $x + 2y + 2z + 15 = 0$. D. $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Câu 31. Môn bóng đá nam tại SEA Games 31 có 10 đội tuyển tham dự, chia thành 2 bảng, mỗi bảng 5 đội. Ở vòng bảng, hai đội bất kì trong cùng một bảng sẽ gặp nhau một lần. Tính tổng số trận đấu ở vòng bảng môn bóng đá nam tại SEA Games 31?

- A. 45 . B. 40 . C. 20 . D. 10 .

Câu 32. Cho hai số phức $z = \frac{3+4i}{i}$ và $w = z + i$. Phần ảo của số phức $\overline{w}$ là

- A. 4. B. 2. C. -2. D. -3.

Câu 33. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

- A. $1 - 2\log_3 a$. B. $1 + 2\log_3 a$. C. $1 + \frac{1}{2}\log_3 a$. D. $3 + 2\log_3 a$.

Câu 34. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là điểm

- A. $K(2; 1)$. B. $L(-1; 2)$. C. $I(1; 2)$. D. $M(2; -1)$.

Câu 35. Nếu $\int_2^3 f(x) dx = -3$, $\int_2^5 f(x) dx = -7$ thì $\int_3^5 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. -4. B. 4. C. 0. D. 8.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 + 2x + m$, với m là tham số thực. Tìm m để 5 là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$.

- A. $m = -7$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 7$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$ và $d : \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 1 + t' \\ z = -1 + t' \end{cases}$. Biết

rằng có một hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn A, C cùng thuộc Ox , B, C' cùng thuộc Δ và D, B' cùng thuộc d , thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

- A. 9. B. $18\sqrt{2}$. C. 18. D. $9\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^{2x} + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{3}{2}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{5}{4}$, khi đó $F(1)$ bằng

- A. $\frac{e+5}{2}$. B. $\frac{e^2+2}{4}$. C. $\frac{e^2+10}{4}$. D. $\frac{e+1}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình

$$[\log_5^2(5x) - 6\log_5 x + 2] \sqrt{32 - 2^{x-121}} \leq 0?$$

- A. 0. B. 122. C. 1. D. 121.

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - mz + m + 8 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2|$?

- A. 5. B. 6. C. 11. D. 12.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao là 3, $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết năm mặt của khối chóp có diện tích bằng nhau, thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{36}{5}$. D. $\frac{16}{5}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-7x+12)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3-3x+m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

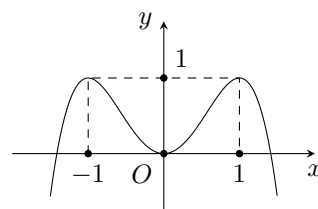
Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 2)$ và $B(5; 13; 10)$. Có bao nhiêu điểm $I(a; b; c)$ với a, b, c là các số nguyên sao cho có mặt cầu tâm I đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) ?

- A. 8. B. 4. C. 10. D. 6.

Câu 46.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các nghiệm thực của phương trình $f'(f(e^x)) = 0$. Số phần tử của S là

- A. 3. B. 4. C. 7. D. 6.



Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = \sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A', B, D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S = \frac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. D. 1.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x) = [f'(x)]^2 - 2f''(x)f(x) + [f'''(x)]^2$ có 3 điểm cực trị $x_1 < x_2 < x_3$ và $g(x_1) = 2, g(x_2) = 5, g(x_3) = 1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)+1}$ và trục Ox bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$. B. $\frac{\ln 6}{2}$. C. $\ln 6$. D. $2 \ln 6$.

Câu 49. Biết nửa khoảng $S = [p^m; p^n)$ ($p, m, n \in \mathbb{N}^*$) là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2-2x}-27)(5^{x^2}-y) \leq 0$. Tổng $m+n+p$ bằng

- A. $m+n+p = 46$. B. $m+n+p = 66$. C. $m+n+p = 14$. D. $m+n+p = 30$.

Câu 50. Xét số phức z có phần thực âm và thỏa mãn $|z-1| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+3-i| + |z-\sqrt{3}i| + |z+\sqrt{3}i|$ bằng

- A. 6. B. $\sqrt{37}$. C. $4 + \sqrt{17}$. D. $3 + \sqrt{17}$.

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 6^x$ là

Ⓐ $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$.

Ⓑ $y' = x6^{x-1}$.

Ⓒ $y' = 6^x \ln 6$.

Ⓓ $y' = 6^x$.

Lời giải.

$$y = 6^x \Rightarrow y' = 6^x \ln 6.$$

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1; 4)$.

Ⓑ $(-2; 0)$.

Ⓒ $(1; 5)$.

Ⓓ $(-3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) < 0 \forall x \in (-3; -2)$ nên hàm số nghịch biến trong khoảng $(-3; -2)$.

Chọn đáp án Ⓓ

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\int f(x) dx = \sin x - x + C$.

Ⓑ $\int f(x) dx = \sin x + x + C$.

Ⓒ $\int f(x) dx = \cos x + x + C$.

Ⓓ $\int f(x) dx = -\sin x + x + C$.

Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int (\cos x + 1) dx = \sin x + x + C.$$

Chọn đáp án Ⓑ

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 3.

Ⓑ 0.

Ⓒ 1.

Ⓓ -1.

Lời giải.

Khi $x = 0$ thì $y = -1$. Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Chọn đáp án Ⓓ

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

Ⓐ -1.

Ⓑ 1.

Ⓒ -5.

Ⓓ 5.

Lời giải.

$$\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 3 - (-2) = 5.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 6. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu, diện tích mặt cầu đó là

A $S = \pi$.

B $S = 4\pi$.

C $S = 2\pi$.

D $S = \frac{4}{3}\pi$.

Lời giải.

Để thấy mặt cầu có bán kính là $R = 1$ nên có diện tích là $S = 4\pi R^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án **B**

Câu 7. Lớp 12A có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh tham gia cổ vũ cho SEA Games 31?

A C_{40}^5 .

B P_5 .

C A_{40}^5 .

D 8.

Lời giải.

Số cách chọn ra 5 học sinh là số tổ hợp chập 5 của 40. Vậy có C_{40}^5 cách chọn.

Chọn đáp án **A**

Câu 8. Số thực nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình $3^x < 9$?

A 2.

B e.

C π .

D 1.

Lời giải.

Vì $3^x < 9 \Leftrightarrow x < 2$ nên $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình.

Chọn đáp án **D**

Câu 9. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A 6π .

B 9π .

C 15π .

D 18π .

Lời giải.

Thể tích khối trụ đã cho bằng $\pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 18\pi$.

Chọn đáp án **D**

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A $x = 1$.

B $x = -1$.

C $x = 2$.

D $x = 0$.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **D**

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{d} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị trên các trục. Tọa độ của véc-tơ $\vec{d}$ là

(A) $(1; -3; 2)$.

(B) $(2; 3; 1)$.

(C) $(2; -3; 1)$.

(D) $(1; 2; -3)$.

Lời giải.

$$\vec{d} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{d} = (2; -3; 1).$$

Chọn đáp án (C)

Câu 12.

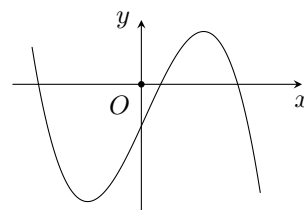
Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$, ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a > 0, d > 0$.

(B) $a < 0, d < 0$.

(C) $a > 0, d < 0$.

(D) $a < 0, d > 0$.



Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $(0; d)$ nằm bên dưới trục hoành. Vậy $d < 0$.

Chọn đáp án (B)

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $16a^3$.

(B) $4a^3$.

(C) $\frac{16}{3}a^3$.

(D) $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải.

Mặt đáy của lăng trụ là hình vuông cạnh a nên có diện tích $S = a^2$. Do lăng trụ có chiều cao $h = 4a$ nên có thể tích

$$V = S \times h = a^2 \times 4a = 4a^3.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 14. Cho a là một số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$.

(B) $\log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}$.

(C) $\log_a a^2 = \frac{1}{2}$.

(D) $\log_{a^2} a^2 = 1$.

Lời giải.

$$\log_a a^2 = 2.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 - 2i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

(A) $4 - 5i$.

(B) 5 .

(C) $-5i$.

(D) $-4 + 5i$.

Lời giải.

$$z_1 z_2 = (2 - i)(1 - 2i) = -5i.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Do $\sqrt{3} \in \mathbb{I}$ nên hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án (D)

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$?

(A) $M(-5; 3)$.

(B) $N(-3; -5)$.

(C) $P(3; -5)$.

(D) $Q(3; 5)$.

Lời giải.

$P(3; -5)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 5i$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 18. Cho các hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$; $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$; $y = \frac{x-1}{x+2}$; $y = x^2 + x + 1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) 3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 0.

Lời giải.

Hàm số bậc bốn, hàm số bậc hai, hàm số dạng phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = x^3 + x^2 + 5x + 1$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 + 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\int f(x)dx = 4x^4 + C$.

(B) $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + C$.

(C) $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + C$.

(D) $\int f(x)dx = 3x^2 + C$.

Lời giải.

$\int f(x)dx = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 20. Môđun của số phức $z = 1 - 3i$ bằng

(A) $\sqrt{10}$.

(B) 2.

(C) 10.

(D) 4.

Lời giải.

$z = 1 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(1; 1; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

(A) $\sqrt{2}$.

(B) $S = \sqrt{3}$.

(C) $S = 1$.

(D) $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; -3; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (0; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; -2; -2)$.

Vậy $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

(A) $x = 8$.

(B) $x = 5$.

(C) $x = 9$.

(D) $x = 6$.

Lời giải.

$\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$.

(A) $I(-1; -4; 3), R = 3\sqrt{2}$.

(B) $I(1; -4; -3), R = 3\sqrt{2}$.

(C) $I(1; -4; 3), R = 3\sqrt{2}$.

(D) $I(1; 4; 3), R = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 24. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3a, SB = 4a, SC = 5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

(A) $V = 20a^3$.

(B) $V = \frac{5a^3}{2}$.

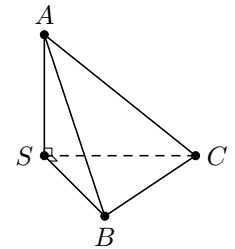
(C) $V = 10a^3$.

(D) $V = 5a^3$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SA \perp SC \\ SA \perp SB \end{cases}$ nên $SA \perp (SBC)$. Suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC = 10a^3.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 2, u_5 = \frac{1}{2}$ và công bội $q > 0$. Tính q .

(A) $q = 2$.

(B) $q = 4$.

(C) $q = \frac{1}{4}$.

(D) $q = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_3 q^2$. Suy ra $q^2 = \frac{u_5}{u_3} = \frac{1}{4}$. Mà $q > 0$ nên $q = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

(A) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

(A) -8 .

(B) 2 .

(C) 8 .

(D) -2 .

Lời giải.

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = -3 + 5 = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị. **Giải nhanh:** Ta thấy $f'(x)$ có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 29. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a$, góc ABC bằng 60° . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

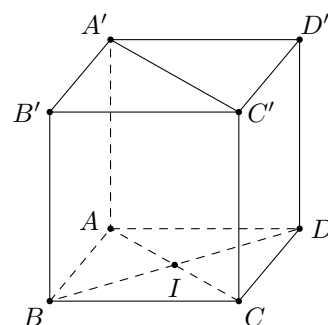
(B) $2a\sqrt{3}$.

(C) $a\sqrt{3}$.

(D) a .

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD thì I là trung điểm của AC . Vì $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$ mà $(ABCD) \perp (ACC'A')$ nên suy ra $BI \perp (ACC'A')$ hay BI là khoảng cách từ B đến $(ACC'A')$. Tam giác ABC cân tại B có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Do đó $BI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -3; 7)$ và $B(2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

(A) $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

(B) $x - 2y + 2z + 15 = 0$.

(C) $x + 2y + 2z + 15 = 0$.

(D) $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2; 4; -4)$ trung điểm AB là $M(3; -1; 5)$. Phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-2(x-3) + 4(y+1) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 31. Môn bóng đá nam tại SEA Games 31 có 10 đội tuyển tham dự, chia thành 2 bảng, mỗi bảng 5 đội. Ở vòng bảng, hai đội bất kì trong cùng một bảng sẽ gặp nhau một lần. Tính tổng số trận đấu ở vòng bảng môn bóng đá nam tại SEA Games 31?

(A) 45.

(B) 40.

(C) 20.

(D) 10.

Lời giải.

Số trận đấu ở mỗi bảng là một tổ hợp chập 2 của 5. Do đó tổng số trận đấu là $2 \times C_5^2 = 20$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 32. Cho hai số phức $z = \frac{3+4i}{i}$ và $w = z + i$. Phần ảo của số phức $\bar{w}$ là

(A) 4.

(B) 2.

(C) -2.

(D) -3.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3+4i}{i} = 4 - 3i$ nên $w = 4 - 2i$, do đó $\bar{w} = 4 + 2i$. Vậy phần ảo của số phức $\bar{w}$ là 2.

Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

(A) $1 - 2\log_3 a$.

(B) $1 + 2\log_3 a$.

(C) $1 + \frac{1}{2}\log_3 a$.

(D) $3 + 2\log_3 a$.

Lời giải.

$\log_3(3a^2) = \log_3 3 + \log_3 a^2 = 1 + 2\log_3 a$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 34. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là điểm

(A) $K(2; 1)$.

(B) $L(-1; 2)$.

(C) $I(1; 2)$.

(D) $M(2; -1)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 2$. Do đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Nếu $\int_2^3 f(x) dx = -3$, $\int_2^5 f(x) dx = -7$ thì $\int_3^5 [2 + f(x)] dx$ bằng

(A) -4.

(B) 4.

(C) 0.

(D) 8.

Lời giải.

$\int_3^5 [2 + f(x)] dx = \int_3^5 2 dx + \int_3^5 f(x) dx = 4 + \int_3^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 4 + 3 - 7 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 + 2x + m$, với m là tham số thực. Tìm m để 5 là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$.

(A) $m = -7$.

(B) $m = -2$.

(C) $m = 2$.

(D) $m = 7$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $\min_{[1;2]} y = y(1) = 3 + m$. Ta cần $3 + m = 5 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

(A) 45° .

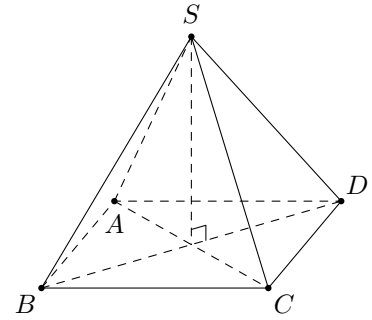
(B) 90° .

(C) 30° .

(D) 60° .

Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $CD \parallel AB$. Do đó góc giữa SA và CD là góc giữa SA và AB . Mà tam giác SAB đều nên $(SA, CD) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **(C)** $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}] = (4; 3; 1).$$

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) nhận véc-tơ $[\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}]$ làm véc-tơ

chỉ phương, có phương trình là $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$ và $d : \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 1 + t' \\ z = -1 + t' \end{cases}$. Biết

rằng có một hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn A, C cùng thuộc Ox , B, C' cùng thuộc Δ và D, B' cùng thuộc d , thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

(A) 9. **(B)** $18\sqrt{2}$. **(C)** 18. **(D)** $9\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $C(c; 0; 0)$, $B(0; 2 + b; -b)$, $C'(0; c' + 2; -c')$, $D(\sqrt{2}; d + 1; d - 1)$, $B'(\sqrt{2}; b' + 1; b' - 1)$. Do $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'}$ nên

$$\begin{cases} a - \sqrt{2} = -c = \sqrt{2} \\ -d - 1 = b + 2 = b' - c' - 1 \\ 1 - d = -b = b' + c' - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{2} \\ c = -\sqrt{2} \\ b' = 2 \\ d = -1 \\ b = -2 \\ c' = 1. \end{cases}$$

Suy ra $A(2\sqrt{2}; 0; 0)$, $C(-\sqrt{2}; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C'(0; 3; -1)$, $D(\sqrt{2}; 0; -2)$, $B'(\sqrt{2}; 3; 1)$. Dẫn đến

$\overrightarrow{BA} = (2\sqrt{2}; 0; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (-\sqrt{2}; 0; -2)$, $\overrightarrow{BB'} = (\sqrt{2}; 3; -1)$. Vậy

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| [\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{BB'} \right| = 18\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^{2x} + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{3}{2}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thoả mãn $F(0) = \frac{5}{4}$, khi đó $F(1)$ bằng

A $\frac{e+5}{2}$.

B $\frac{e^2+2}{4}$.

C $\frac{e^2+10}{4}$.

D $\frac{e+1}{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết, ta có

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (e^{2x} + 1) dx = \frac{e^{2x}}{2} + x + C_1.$$

Mà $f(0) = \frac{3}{2}$ nên $C_1 = 1$. Suy ra

$$F(x) = \int \left(\frac{e^{2x}}{2} + x + 1 \right) dx = \frac{e^{2x}}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C_2.$$

Mà $F(0) = \frac{5}{4}$ nên $C_2 = 1$, suy ra $F(x) = \frac{e^{2x}}{4} + \frac{x^2}{2} + x + 1$. Vậy $F(1) = \frac{e^2+10}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình

$$[\log_5^2(5x) - 6\log_5 x + 2] \sqrt{32 - 2^{x-121}} \leq 0?$$

A 0.

B 122.

C 1.

D 121.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là

$$\begin{cases} x > 0 \\ 32 - 2^{x-121} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 126.$$

Để thấy $x = 126$ thoả mãn bất phương trình. Với $0 < x < 126$ thì bất phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_5^2(5x) - 6\log_5 x + 2 \leq 0 &\Leftrightarrow \log_5^2 x - 4\log_5 x + 3 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq \log_5 x \leq 3 \Leftrightarrow x \in [5; 125]. \end{aligned}$$

Do đó có 122 số nguyên thoả mãn bất phương trình đã cho.

Chọn đáp án **B** □

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - mz + m + 8 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thoả mãn $|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2|$?

A 5.

B 6.

C 11.

D 12.

Lời giải.

Ta có $\Delta = m^2 - 4m - 32$. **Trường hợp 1.** $\Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 8 \end{cases}$. Khi đó phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 , suy ra

$$z_1^2 + mz_2 = mz_1 - m - 8 + mz_2 = m(z_1 + z_2) - m - 8 = m^2 - m - 8.$$

Để ý m là số nguyên nên $m^2 - m - 8 \neq 0$, suy ra

$$|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2| \Leftrightarrow |z_1| |m^2 - m - 8| = (m^2 - m - 8)|z_2|.$$

Nếu $z_1 z_2 = 0$ thì $m = -8$, thử lại không thỏa mãn, do đó ta phải có

$$\begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ |z_1| = |z_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ z_1 = -z_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ m = 0. \end{cases}$$

Rõ ràng hệ trên không có nghiệm nguyên. **Trường hợp 2.** $\Delta < 0 \Leftrightarrow m \in (-4; 8)$. Khi đó phương trình có 2 nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 là hai số phức liên hợp. Dẫn đến

$$|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2| \Leftrightarrow m^2 - m - 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1 - \sqrt{33}}{2} \\ m \geq \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $m \in (-4; 8)$, ta suy ra có 5 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao là 3, $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết năm mặt của khối chóp có diện tích bằng nhau, thể tích của khối chóp là

(A) $\frac{8}{5}$.

(B) $\frac{12}{5}$.

(C) $\frac{36}{5}$.

(D) $\frac{16}{5}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Theo giả thiết thì S cách đều AB và CD , đồng thời S cách đều AD, BC . Do đó hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ cũng thỏa mãn tính chất này, từ đó $SO \perp (ABCD)$ hay $SO = 3$. Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$SM = \frac{2S_{SBC}}{BC} = \frac{2AB \cdot BC}{BC} = 2AB.$$

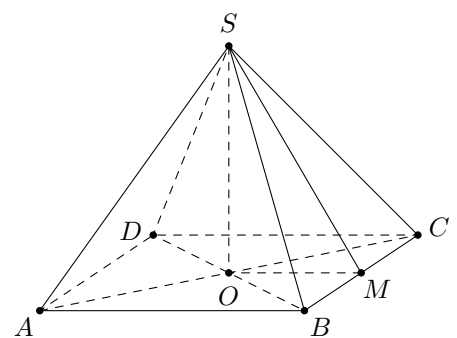
Suy ra

$$SO^2 = SM^2 - OM^2 = 4AB^2 - \frac{AB^2}{4} = \frac{15AB^2}{4}$$

hay $AB^2 = \frac{4SO^2}{15}$. Tương tự, $BC^2 = \frac{4SO^2}{15}$. Vậy thể tích khối chóp đã cho là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AB^2 = \frac{4SO^3}{45} = \frac{12}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-7x+12)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3-3x+m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2-7x+12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 4, \end{cases}$$

trong đó $x = 1$ là nghiệm bội 2. Ta có $g'(x) = (3x^2-3)f'(x^3-3x+m)$. Suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2-3)f'(x^3-3x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^3-3x+m = 1 \\ x^3-3x+m = 3 \\ x^3-3x+m = 4, \end{cases} \quad (1)$$

trong đó các nghiệm của (1) là nghiệm bội chẵn. Yêu cầu bài toán trở thành $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm bội lẻ. Xét bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm bội lẻ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 3-m \leq -2 \\ -2 < 4-m < 2 \\ -2 < 3-m < 2 \\ 2 \leq 4-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m < 6 \\ 1 < m \leq 2. \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 2)$ và $B(5; 13; 10)$. Có bao nhiêu điểm $I(a; b; c)$ với a, b, c là các số nguyên sao cho có mặt cầu tâm I đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) ?

(A) 8.

(B) 4.

(C) 10.

(D) 6.

Lời giải.

Gọi C là giao điểm của AB với mặt phẳng (Oxy) thì $C(0; 3; 0)$. Ta có $CA = 3$ và $CB = 15$. Gọi M là tiếp điểm của mặt cầu tâm I với mặt phẳng (Oxy) thì $M(a; b; 0)$ và

$$a^2 + (b-3)^2 = CM^2 = CA \cdot CB = 65 = 1^2 + 8^2 = 4^2 + 7^2. \quad (1)$$

Ta có $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ và $T(3; 9; 6)$ là trung điểm AB nên phương trình trung trực của mặt phẳng AB là

$$(x - 3) + 2(y - 9) + 2(z - 6) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 33 = 0.$$

Do I nằm trên mặt phẳng trung trực của AB nên

$$a + 2b + 2c = 33 \Rightarrow 2(b + c) = 33 - a \quad (2)$$

Từ (2) suy ra a lẻ. Từ đó, ta tìm được 8 điểm thỏa mãn bài toán là $(1; 11; 5)$, $(1; -5; 21)$, $(-1; 11; 6)$, $(-1; -5; 22)$, $(7; 7; 6)$, $(7; -1; 14)$, $(-7; 7; 13)$, $(-7; -1; 21)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 46.

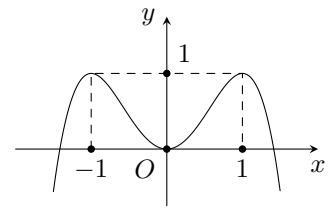
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các nghiệm thực của phương trình $f'(f(e^x)) = 0$. Số phần tử của S là

A 3.

B 4.

C 7.

D 6.



Lời giải.

Đặt $t = e^x > 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$f'(f(t)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = -1 \\ f(t) = 0 \\ f(t) = 1. \end{cases}$$

Mỗi phương trình $f(t) = -1$, $f(t) = 0$, $f(t) = 1$ đều có 1 nghiệm dương và các nghiệm này đôi một khác nhau. Suy ra phương trình $f'(f(e^x)) = 0$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = \sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A' , B , D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S = \frac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

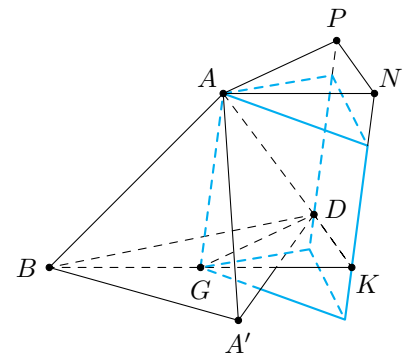
B $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

C $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

D 1.

Lời giải.

Gọi G là giao điểm của AC' và mặt phẳng $(A'BD)$. Dễ thấy G là trọng tâm tam giác $A'BD$ và $\frac{AG}{AC'} = \frac{1}{3}$ nên $AG = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Lấy điểm K đối xứng với B qua G . Dựng hình lăng trụ $GDK.APN$. Dễ thấy khoảng cách giữa các cạnh bên của hình lăng trụ $GDK.APN$ chính là khoảng cách từ các đỉnh A' , B , D đến đường thẳng AG . Do đó bằng cách dựng các mặt phẳng đi qua A , G và vuông góc với các cạnh bên của lăng trụ



$GDK.APN$, đồng thời cắt các mặt phẳng chứa các mặt bên của lăng trụ này, ta được một lăng trụ mới (xem hình) là lăng trụ đứng có chiều cao là AG , tam giác đáy có độ dài các cạnh là các khoảng cách từ A' , B , D đến AC' . Khối lăng trụ mới và khối lăng trụ $GDK.APN$ có cùng

thể tích nên thể tích của chúng cùng là $V = AG \cdot S = \frac{\sqrt{2}}{12}$. Mặt khác, thể tích khối lăng trụ $GDK.APN$ bằng thể tích khối tứ diện $A.A'BD$ và bằng $\frac{1}{6}$ thể tích khối hộp đã cho nên thể tích khối hộp là $6V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x) = [f'(x)]^2 - 2f''(x)f(x) + [f'''(x)]^2$ có 3 điểm cực trị $x_1 < x_2 < x_3$ và $g(x_1) = 2, g(x_2) = 5, g(x_3) = 1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x) = \frac{f(x)}{g(x) + 1}$ và trục Ox bằng

(A) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

(B) $\frac{\ln 6}{2}$.

(C) $\ln 6$.

(D) $2 \ln 6$.

Lời giải.

Ta có $f'''(x) = 1$ nên

$$g'(x) = 2f''(x)f'(x) - 2f'''(x)f(x) - 2f''(x)f'(x) = -2f(x).$$

Ta có $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ nên phương trình $h(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 cũng là ba điểm cực trị của hàm số $g(x)$ nên diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_3} \left| \frac{f(x)}{g(x) + 1} \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) dx}{g(x) + 1} \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} \frac{f(x) dx}{g(x) + 1} \right| = \frac{1}{2} \left(\left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x) dx}{g(x) + 1} \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} \frac{g'(x) dx}{g(x) + 1} \right| \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left| \int_2^5 \frac{dt}{t + 1} \right| + \left| \int_5^1 \frac{dt}{t + 1} \right| \right) = \frac{1}{2} (|\ln 6 - \ln 3| + |\ln 2 - \ln 6|) = \frac{\ln 6}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 49. Biết nửa khoảng $S = [p^m; p^n]$ ($p, m, n \in \mathbb{N}^*$) là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2-2x} - 27)(5^{x^2} - y) \leq 0$. Tổng $m + n + p$ bằng

(A) $m + n + p = 46$.

(B) $m + n + p = 66$.

(C) $m + n + p = 14$.

(D) $m + n + p = 30$.

Lời giải.

Trường hợp 1. $y < 1$. Suy ra $5^{x^2} - y > 0$. Do đó bất phương trình trở thành

$$3^{x^2-2x} - 27 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow x \in [-1; 3].$$

Trường hợp này không có đủ 6 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu. **Trường hợp 2.** $y = 1$. Suy ra $5^{x^2} - 1 \geq 0$, do đó bất phương trình trở thành

$$\begin{cases} 3^{x^2-2x} - 27 \leq 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 3].$$

Trường hợp này không có đủ 6 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu. **Trường hợp 3.** $y > 1$. Ta có

$$3^{x^2-2x} - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{và} \quad 5^{x^2} - y = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\log_5 y}.$$

- Nếu $\sqrt{\log_5 y} \leq 3$ hay $-3 \leq -\sqrt{\log_5 y}$, tập nghiệm của bất phương trình là $[-\sqrt{\log_5 y}; -1] \cup [\sqrt{\log_5 y}; 3]$ hoặc $[-1; -\sqrt{\log_5 y}] \cup [\sqrt{\log_5 y}; 3]$. Tuy nhiên, các tập này không thể chứa được nhiều hơn 5 số nguyên.
- Nếu $\sqrt{\log_5 y} > 3$ hay $-\sqrt{\log_5 y} < -3$, tập nghiệm của bất phương trình là $[-\sqrt{\log_5 y}; -1] \cup [3; \sqrt{\log_5 y}]$. Tập này chứa đúng 6 số nguyên khi và chỉ khi

$$4 \leq \sqrt{\log_5 y} < 5 \Leftrightarrow 5^{16} \leq y < 5^{25}.$$

Suy ra $p = 5, m = 16, n = 25$. Vậy $m + n + p = 46$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 50. Xét số phức z có phần thực âm và thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 3 - i| + |z - \sqrt{3}i| + |z + \sqrt{3}i|$ bằng

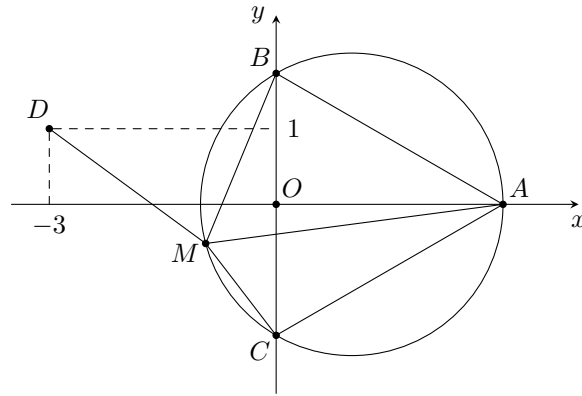
(A) 6.

(B) $\sqrt{37}$.

(C) $4 + \sqrt{17}$.

(D) $3 + \sqrt{17}$.

Lời giải.



Gọi M là điểm biểu diễn số phức z . Xét $A(3; 0)$, $B(0; \sqrt{3})$, $C(0; -\sqrt{3})$, $D(-3; 1)$. Khi đó tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn $I(1; 0)$, bán kính $R = 2$. Từ giả thiết quỹ tích các điểm M là cung nhỏ BC của đường tròn tâm $(I; 2)$. Ta dễ dàng chứng minh được $MB + MC = MA$ nên

$$P = MD + MB + MC = MD + MA \geq AD = \sqrt{37}.$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm khác A của đoạn thẳng AD và đường tròn $(I; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

———— HẾT ————