Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

Rèn luyện kĩ năng giải đề với ***đề thi thử môn toán 2022 đề số 15*** thuộc bộ đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán do Đọc tài liệu tổng hợp để chuẩn bị thật tốt cho kì thi sắp tới. Đề thi được phát triển dựa trên cấu trúc đề minh họa Bộ Giáo dục và có tính phân hóa cao, đánh giá năng lực học sinh, đây là một đề thi mà các em nên thử sức ngay lúc này.

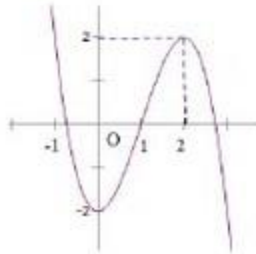
Dưới đây là nội dung chi tiết đề thi:

(Xem và tải tài liệu theo file đính kèm)

Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

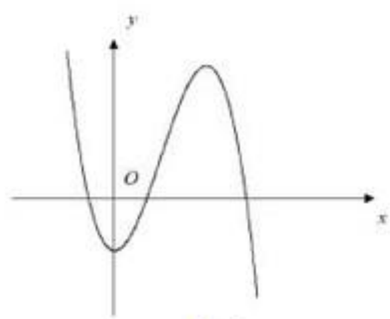
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

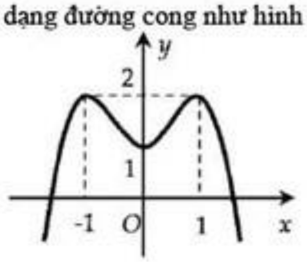


A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y=-x^3-2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x^2+1\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **C.** $y'=\dfrac{2x\ln 2}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(10a^2\right)$ bằng

A. $20\log a$. **B.** $1+2\log a$. **C.** $1+(\log a)^2$. **D.** $10\log a$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{x^2+1}-2m^2=0$ có nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **B.** $m>0$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\ne 0$.

Câu 12. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2}\ge\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2]$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 13. $\int(2x+\cos x)dx$ bằng:

A. $2x^2-\sin x+C$. **B.** $2x^2+\sin x+C$. **C.** $x^2-\sin x+C$. **D.** $x^2+\sin x+C$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{4x-3}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $2\ln(4x-3)+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln(4x-3)+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}\ln(4x-3)+C$. **D.** $4\ln(4x-3)+C$.

Câu 15. Nếu $\int\limits_3^4 f(x)dx=2$ và $\int\limits_5^4 g(x)dx=6$ thì $\int\limits_3^5 f(x)dx$.

A. -12. **B.** -4. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 16. Cho $I=\int\limits_0^2 f(x)dx=3$. Khi đó $J=\int\limits_0^2\left[4f(x)-3\right]dx$ bằng:

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\int_0^m\left(4x^3+2x\right)dx=3-m^2$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 18. Cho số phức $w=3+4i$. Môđun của w bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 19. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;3)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức $z = i(2-i)$.

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 21. Cho số phức $z = a+bi$ thỏa mãn $|z-1+2i| = |z-3-4i|$ và $z+2i\bar{z}$ là số thực. Tổng $a+b$ bằng:

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 22. Xét một khối chóp có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp này là

A. 30. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 90.

Câu 23. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lập phương đó là

A. $4a^3$. **B.** a^3 **C.** $8a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$

Câu 24. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

A. 45π **B.** 15π **C.** 60π **D.** 180π

Câu 25. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích khối cầu đó.

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 108π.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3), R=16$. **B.** $I(-1;2;-3), R=4$.

C. $I(1;-2;3), R=4$. **D.** $I(1;-2;3), R=16$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3;2;1)$, $\vec{b}(-2;0;1)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{a}+\vec{b}$ có độ dài bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c-d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2} = (2;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (2;-3;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (-2;3;-5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-2;3;4)$.

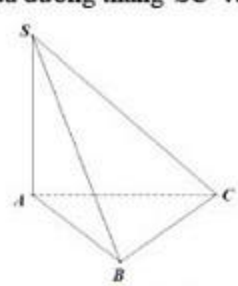
Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của điểm M.

A. -6. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x-y+z=0$; $(Q): 2x-z+1=0$. Đường thẳng qua $A(1;-2;0)$, song song với (P) và (Q) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{2}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng?



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_6. **B.** C_6^4. **C.** A_6^4. **D.** 6^4.

Câu 34. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

A. $\frac{7}{15}$. **B** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=12$ và $u_5=9$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó là

A. $d=\frac{4}{3}$. **B.** $d=3$. **C.** $d=\frac{3}{4}$. **D.** $d=-3$.

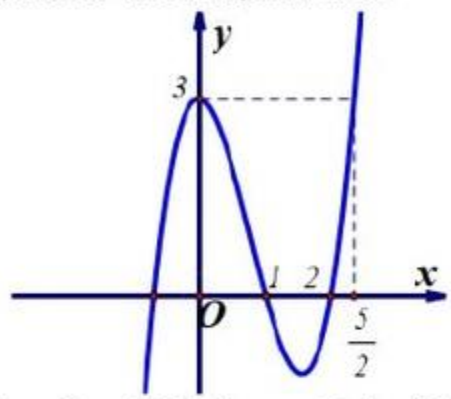
Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 37. Cho các số thực dương a,b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a=\log_b 16$ và $ab=64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2\frac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\frac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 32.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2\left[f(x+m)+1\right]<\log_{\sqrt{3}} f(x+m)$ đúng với mọi $x\ge 1$

A. $0<m<\frac{3}{2}$. **B.** $m<\frac{3}{2}$. **C.** $m\ge\frac{3}{2}$. **D.** $m>\frac{3}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(2;4)$, thỏa mãn $f(3)=\frac{1}{e^2}$ và $f^3(x)+e^{-2x}=3e^{-x}\sqrt{f(x)}\cdot f'(x), \forall x\in(2;4)$. Khi đó $f\left(\frac{5}{2}\right)$ thuộc khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 40. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2(m+1)z+m^2+1=0$, với m là tham số thực. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}$ là M_0 đạt tại $m=m_0$. Tính $T=M_0+m_0$.

A. $T=2\sqrt{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $2\sqrt{2}+2$. **D.** $2\sqrt{2}-2$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA = AB = 2$ và SA vuông góc với đáy. Gọi T là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCDST$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$. **D.** 3.

Câu 42. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình chữ nhật có chu vi bằng 12cm. Thể tích lớn nhất mà hình trụ có thể nhận được là

A. $16\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $64\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $32\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $8\pi\left(cm^3\right)$.

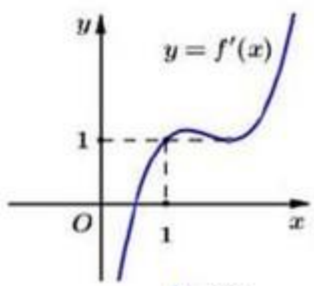
Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua điểm $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(BC'D)$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x + 1) + e^{-\sin x}$ có bao nhiêu điểm cực đại trên đoạn $[-99\pi; 99\pi]$



A. 199. **B.** 198. **C.** 397. **D.** 396.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Số giá trị nguyên của m để phương trình $\frac{f(f(x))}{f(x)-2} = m$ có 5 nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 19. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1} - x^2\right)\left(3^y - x\right) < 0$?

A. 181. **B.** 167. **C.** 165. **D.** 61.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e(b,c,d,e \in \mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là 1,4 và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 + i| = |\overline{z_2} - 1 + 2i|$. Biết $u = \frac{z_1 - z_2}{1 + 2i}$ là số thuần ảo. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$. Tính $S = ab$.

A. $S = 795$. **B.** $S = 159$. **C.** $S = 318$. **D.** $S = 276$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y + 6z + 24 = 0$. Xét hai điểm $M, N \in (S)$ sao cho $MN = 8$ và $OM^2 - ON^2 = -112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Đáp án đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

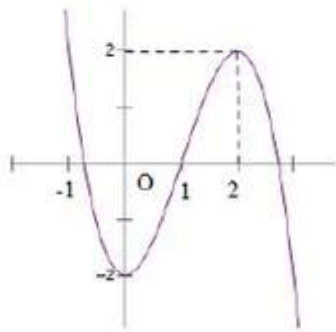
Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3C	4C	5D	6A	7B	8A	9A	10B	11A	12A	13D	14B	15B
16A	17A	18D	19C	20B	21A	22B	23C	24B	25B	26B	27D	28B	29D	30B
31C	32B	33C	34A	35D	36D	37B	38D	39D	40A	41B	42D	43B	44A	45B
46C	47A	48B	49A	50B										

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

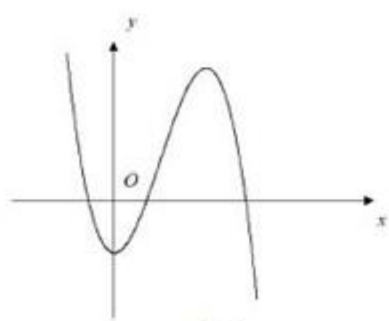
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

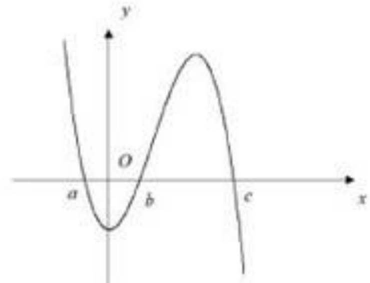
Câu 3. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



• Từ đồ thị đã cho, ta giả sử hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành lần lượt là a,b,c $(a<b<c)$.

• Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	CD	↘	CT	↗	CD	↘	$-\infty$

• Từ đó ta suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

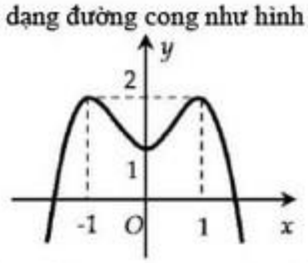
Chọn C

• $y'=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Ta có: $y(0)=2; y(2)=-2; y(3)=2$

Vậy $\underset{[0;3]}{Min}\, y=y(2)=-2$

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y=-x^3-2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đồ thị hàm số đã cho có dạng $y=ax^4+bx^2+c$

$y'=4ax^3+2bx$

Từ đồ thị, ta có: $\begin{cases} c=1 \\ a+b+c=2 \\ 4a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=-1 \\ b=2 \end{cases}$

Vậy đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có dạng đường cong như hình vẽ.

Câu 6. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

$y=x^3-3x+2 \Rightarrow y'=3x^2-3 \Rightarrow y''=6x$.

$y''=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y=2$.

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(0;2)$.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=-1$.

Vậy đồ thị có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1; y=1$.

• Mặt khác ta lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=-\infty$.

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

• Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Câu 8. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}=a^{\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{4}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x^2+1)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{(x^2+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **C.** $y'=\dfrac{2x\ln 2}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(x^2+1)\ln 2}$.

Lời giải

Với $y=\log_2(x^2+1) \Rightarrow y'=\dfrac{2x}{(x^2+1).\ln 2}$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(10a^2)$ bằng

A. $20\log a$. **B.** $1+2\log a$. **C.** $1+(\log a)^2$. **D.** $10\log a$.

Lời giải

$\forall a>0$ thì $\log(10a^2)=\log 10+\log a^2=1+2\log a$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{x^2+1}-2m^2=0$ có nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **B.** $m>0$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\ne 0$.

Lời giải

Chọn A

Đkxđ: $x\in\mathbb{R}$.

Ta có: $2^{x^2+1}-2m^2=0\Leftrightarrow m^2=2^{x^2}$ (1)

Có $x^2\ge 0\Rightarrow 2^{x^2}\ge 2^0$ hay $2^{x^2}\ge 1$.

Để phương trình (1) có nghiệm khi $m^2\ge 1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

Câu 12. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2}\ge\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2]$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{x+2}\ge\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}\Leftrightarrow 5^{x+2}\ge 5^{2x}\Leftrightarrow x+2\ge 2x\Leftrightarrow x\le 2$.

Vậy tập nghiệm $S=(-\infty;2]$.

Câu 13. $\int(2x+\cos x)dx$ bằng:

A. $2x^2-\sin x+C$. **B.** $2x^2+\sin x+C$. **C.** $x^2-\sin x+C$. **D.** $x^2+\sin x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int(2x+\cos x)dx=x^2+\sin x+C$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{4x-3}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $2\ln(4x-3)+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln(4x-3)+C$. **C.** $\frac{1}{4}\ln(4x-3)+C$. **D.** $4\ln(4x-3)+C$.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=2.\frac{1}{4}\ln|4x-3|+C=\frac{1}{2}\ln(4x-3)+C$.

Câu 15. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_5^4 g(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -12. **B.** -4. **C.** -8. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\int_3^5 f(x)dx = \int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx$

$\int_3^5 f(x)dx = \int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx = \int_3^4 f(x)dx - \int_5^4 f(x)dx = 2-6 = -4$.

Câu 16. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x)-3]dx$ bằng:

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $J = \int_0^2 [4f(x)-3]dx = \int_0^2 4f(x)dx - \int_0^2 3dx = 4.3 - 3x|_0^2 = 12 - 3.2 + 3.0 = 6$.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\int_0^m (4x^3+2x)dx = 3-m^2$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét: $\int_0^m (4x^3+2x)dx = 3-m^2 \Leftrightarrow (x^4+x^2)\Big|_0^m = 3-m^2 \Leftrightarrow m^4+m^2 = 3-m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Suy ra: Có 2 giá trị m thỏa đề bài.

Câu 18. Cho số phức $w = 3+4i$. Môđun của w bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Môđun của w bằng: $|w| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

Câu 19. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 4-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;3)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có điểm biểu diễn số phức $z = 4-3i$ có toạ độ là $(4;-3)$.

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức $z = i(2-i)$.

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $z = i(2-i) = 1+2i$. Vậy phần ảo của số phức z là 2.

Câu 21. Cho số phức $z = a+bi$ thỏa mãn $|z-1+2i| = |z-3-4i|$ và $z+2i\bar{z}$ là số thực. Tổng $a+b$ bằng:

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

• Ta có:

$|z-1+2i|=|z-3-4i| \Leftrightarrow |a-1+(b+2)i|=|a-3+(b-4)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2+(b+2)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}$

$\Leftrightarrow a+3b=5 \quad (1)$

• Mặt khác: $z+2i\bar{z}=a+bi+2i(a-bi)=a+2b+(2a+b)i$ là số thực nên $2a+b=0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} a+3b=5 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$

Tổng $a+b=1$.

Câu 22. Xét một khối chóp có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp này là

A. 30. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 90.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.5.6=10$.

Câu 23. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lập phương đó là

A. $4a^3$. **B.** a^3 **C.** $8a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 24. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

A. 45π **B.** 15π **C.** 60π **D.** 180π

Lời giải

Chọn B

• Thể tích khối nón tròn xoay là $x>5 \Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.3^2.5=15\pi$.

Câu 25. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích khối cầu đó.

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 108π.

Lời giải

Thể tích của khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi.R^3=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3), R=16$. **B.** $I(-1;2;-3), R=4$.

C. $I(1;-2;3), R=4$. **D.** $I(1;-2;3), R=16$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a=-1, b=2, c=-3, d=-2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1,2,-3)$, bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+3^2+2}=4$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3;2;1)$, $\vec{b}(-2;0;1)$. Vectơ $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ có độ dài bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}=(3-2;2+0;1+1)=(1;2;2) \Rightarrow |\vec{u}|=3$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c-d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Ta có, mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ có tâm $I(2;0;0)$ và có bán kính $R=\sqrt{2}$.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(1;1;0)$ nên đi qua A và nhận $\overrightarrow{AI}=(1;-1;0)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng này là: $(x-1)-(y-1)=0 \Leftrightarrow -x+y=0$.

Vậy $a=-1;c=0;d=0 \Rightarrow a+c-d=-1$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-3;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(-2;3;-5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;4)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+5=0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-3;-4)$ nên (α) cũng có véc tơ pháp tuyến $-\vec{n}=(-2;3;4)=\overrightarrow{n_4}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của điểm M.

A. -6. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Do M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2 nên thay $x=2$ vào đẳng thức $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}$

ta được $\dfrac{2-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2} \Leftrightarrow y=-4$.

Vậy tung độ của điểm M là -4.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P):x-y+z=0$; $(Q):2x-z+1=0$. Đường thẳng qua $A(1;-2;0)$, song song với (P) và (Q) có phương trình là

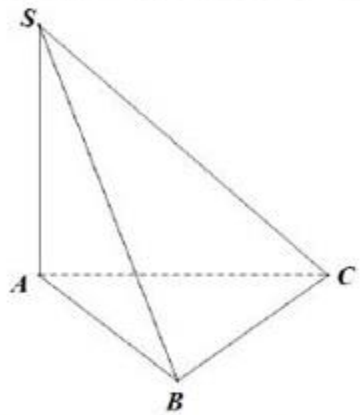
A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

- Gọi Δ là đường thẳng cần lập.
- Mặt phẳng (P) và (Q) có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;1)$, $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(2;0;-1)$.
- Do đường thẳng Δ song song với (P) và (Q) nên đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;3;2)$.
- Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;3;2)$ có phương trình là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{2}$ và $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng?



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Xét ΔSAC vuông tại A: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a}{\sqrt{2a^2+a^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA}=30°$.

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_6. **B.** C_6^4. **C.** A_6^4. **D.** 6^4.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4}$.

Chọn 4 chữ số từ 6 chữ số đã cho và sắp xếp vào 4 vị trí từ a_1 đến a_4 có A_6^4 cách.

Vậy có A_6^4 số.

Câu 34. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

A. $\dfrac{7}{15}$. **B** $\dfrac{8}{15}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố: "2 người được chọn có đúng một người nữ"

Khi đó $n(A)=C_3^1C_7^1=21$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{21}{C_{10}^2}=\dfrac{7}{15}$.

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=12$ và $u_5=9$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó là

A. $d=\dfrac{4}{3}$. **B.** $d=3$. **C.** $d=\dfrac{3}{4}$. **D.** $d=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_5 = u_4 + d \Leftrightarrow d = u_5 - u_4 = 9 - 12 = -3$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y' = x^2 - 2mx + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 37. Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\frac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 32.

Lời giải

Chọn B

- $\log_2 a = \log_b 16 \Leftrightarrow \log_2 \frac{64}{b} = 4\log_b 2 \Leftrightarrow 6 - \log_2 b = \frac{4}{\log_2 b}$

$\Leftrightarrow (\log_2 b)^2 - 6\log_2 b + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 b = 3 - \sqrt{5} \\ \log_2 b = 3 + \sqrt{5} \end{array}\right.$

- Với: $\log_2 b = 3 - \sqrt{5} \Rightarrow \log_2 a = 6 - \left(3 - \sqrt{5}\right) = 3 + \sqrt{5}$

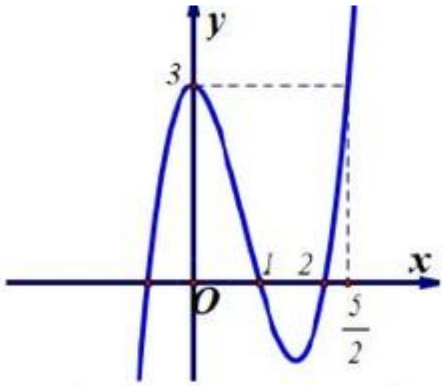
$\log_2 \frac{a}{b} = \log_2 a - \log_2 b = 3 + \sqrt{5} - \left(3 - \sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$

- Với: $\log_2 b = 3 + \sqrt{5} \Rightarrow \log_2 a = 6 - \left(3 + \sqrt{5}\right) = 3 - \sqrt{5}$

$\log_2 \frac{a}{b} = \log_2 a - \log_2 b = 3 - \sqrt{5} - \left(3 + \sqrt{5}\right) = -2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$

Vậy với các số a, b thỏa mãn ycbt thì ta luôn có: $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2\left[f\left(x+m\right)+1\right]<\log_{\sqrt{3}} f\left(x+m\right)$ đúng với mọi $x\ge 1$

A. $0<m<\frac{3}{2}$. **B.** $m<\frac{3}{2}$. **C.** $m\ge\frac{3}{2}$. **D.** $m>\frac{3}{2}$.

Lời giải

Đặt $\log_{\sqrt{3}} f\left(x+m\right)=t\Rightarrow f\left(x+m\right)=\left(\sqrt{3}\right)^t$

Suy ra

$\log_2\left[\left(\sqrt{3}\right)^t+1\right]<t\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}\right)^t+1<2^t$

$\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^t+\left(\frac{1}{2}\right)^t<1\Leftrightarrow t>2$

Khi đó ta được $f\left(x+m\right)>3$.

Yêu cầu bài toán ta có: $x+m>\frac{5}{2},\forall x\ge 1$.

$\Leftrightarrow m>\frac{5}{2}-x,\forall x\ge 1\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(2;4)$, thỏa mãn $f(3)=\frac{1}{e^2}$ và $f^3(x)+e^{-2x}=3e^{-x}\sqrt{f(x)}\cdot f'(x),\forall x\in(2;4)$. Khi đó $f\left(\frac{5}{2}\right)$ thuộc khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt

$g(x)=\sqrt{f^3(x)}\Rightarrow g'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{f(x)}\cdot f'(x)\Rightarrow g^2(x)+e^{-2x}=2e^{-x}g'(x)\Leftrightarrow\left[e^x g(x)\right]^2+1=2e^x g'(x)$.

Có $\left(e^x g(x)\right)'=e^x g(x)+e^x g'(x)\Rightarrow e^x g'(x)=\left(e^x g(x)\right)'-e^x g(x)$.

Vậy $\left[e^x g(x)\right]^2+1=2\left[\left(e^x g(x)\right)'-e^x g(x)\right]\Leftrightarrow\left(e^x g(x)+1\right)^2=2\left(e^x g(x)\right)'\Leftrightarrow\frac{\left(e^x g(x)\right)'}{\left(e^x g(x)+1\right)^2}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\int_{\frac{5}{2}}^{3}\frac{\left(e^x g(x)\right)'}{\left(e^x g(x)+1\right)^2}dx=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\frac{1}{2}dx=\frac{1}{4}\Leftrightarrow-\frac{1}{e^x g(x)+1}\Bigg|_{\frac{5}{2}}^{3}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow-\frac{1}{e^3 g(3)+1}+\frac{1}{e^{\frac{5}{2}}g\left(\frac{5}{2}\right)+1}=\frac{1}{4}$

Vì

$$e^3g(3)=e^3\sqrt{f^3(3)}=e^3\sqrt{\left(\frac{1}{e^2}\right)^3}=1\Rightarrow -\frac{1}{1+1}+\frac{1}{e^{\frac{5}{2}}\sqrt{f^3\left(\frac{5}{2}\right)}+1}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow f\left(\frac{5}{2}\right)=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3e^{\frac{5}{2}}}\right)^2}\approx 0,09\in(0;1)$$

Câu 40. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2(m+1)z+m^2+1=0$, với m là tham số thực. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}$ là M_0 đạt tại $m=m_0$. Tính $T=M_0+m_0$.

A. $T=2\sqrt{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $2\sqrt{2}+2$. **D.** $2\sqrt{2}-2$.

Lời giải

Chọn A

Theo vi - ét và đẳng thức $|z_1|^2+|z_2|^2=\frac{|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2}{2}$.

Ta có $|z_1|+|z_2|=\sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2+2|z_1z_2|}=\sqrt{\frac{|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2}{2}+2|z_1z_2|}$.

Và

$$\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}=\frac{|z_1|+|z_2|}{|z_1z_2|}=\frac{\sqrt{\frac{|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2}{2}+2|z_1z_2|}}{|z_1z_2|}$$

$$=\frac{\sqrt{\frac{4(m+1)^2+\left|4(m+1)^2-4\left(m^2+1\right)\right|}{2}+2\left(m^2+1\right)}}{m^2+1}$$

$$=g(m)=\frac{2\sqrt{m^2+m+1+|m|}}{m^2+1}\le\max_{\mathbb{R}}g(m)=g(\sqrt{2}-1)=1+\sqrt{2}$$

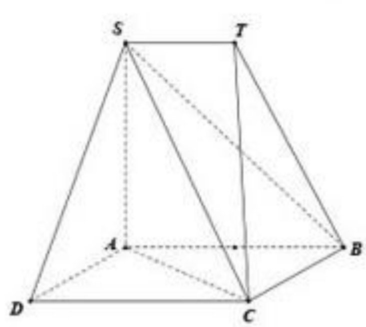
Do đó $M_0=1+\sqrt{2},m_0=\sqrt{2}-1\Rightarrow T=2\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA=AB=2$ và SA vuông góc với đáy. Gọi T là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{ST}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCDST$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Khối đa diện $ABCDST$ được chia thành hai khối chóp: $S.ABCD$ và $C.SBT$.



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.2.4=\frac{8}{3}$.

Xét khối chóp $C.SBT$.

Ta có $S_{SBT}=\frac{1}{2}S_{SAB}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.2.2=1$.

Có $\begin{cases}CB\perp AB\\ CB\perp SA\end{cases}\Rightarrow CB\perp(SAB)\Rightarrow CB\perp(SBT)$.

Suy ra $V_{C.SBT}=\frac{1}{3}CB.S_{SBT}=\frac{1}{3}.2.1=\frac{2}{3}$.

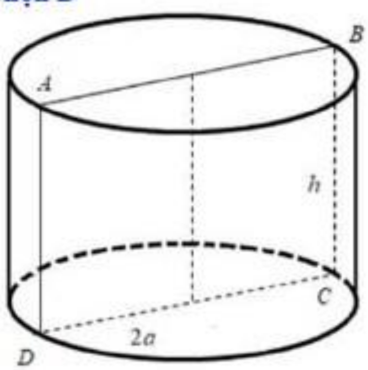
Vậy $V_{ABCDST}=V_{S.ABCD}+V_{C.SBT}=\frac{8}{3}+\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$.

Câu 42. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình chữ nhật có chu vi bằng 12cm. Thể tích lớn nhất mà hình trụ có thể nhận được là

A. $16\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $64\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $32\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $8\pi\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình trụ có bán kính đáy là a và chiều cao $h\ (a,h>0)$.

Thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ (như hình vẽ).

Theo giả thiết ta có: $2(2a+h)=12\Leftrightarrow h=6-2a\Rightarrow 0<a<3$ (vì $h>0$).

Thể tích khối trụ là: $V=\pi a^2h=\pi a^2(6-2a)=2\pi a^2(3-a)$

Xét hàm số: $f(a)=a^2(3-a)\Leftrightarrow f(a)=-a^3+3a^2,\ a\in(0;3)$.

Có $f'(a)=-3a^2+6a$; $f'(a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

a	0		2		3
$f'(a)$		+	0	−	
$f(a)$	0	↗	4	↘	0

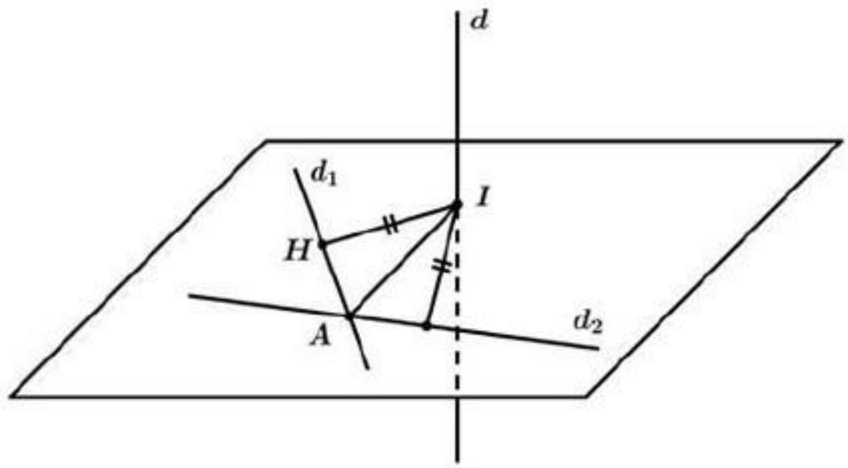
Suy ra $\max\limits_{(0;3)}f(a)=f(2)=4$.

Vậy, $V_{max}=2\pi.4=8\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+z-5=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua điểm $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải



Theo bài ra ta có: $(P)\perp d$. Và $(P)\cap d = I(1;2;1) \Rightarrow AI=\sqrt{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d_1 ta có $HI=3$.

Trong tam giác vuông HAI ta có $\sin\hat{A}=\frac{HI}{AI}=\frac{3}{\sqrt{14}} \Rightarrow \hat{A}\approx 58^0 \Rightarrow 2\hat{A}>90^0$

$\Rightarrow \varphi = 180^0-2\hat{A} \Rightarrow \sin\varphi=\sin 2\hat{A}$.

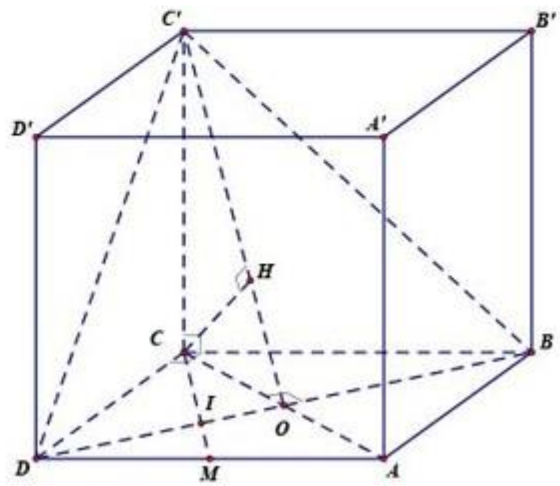
Do $0<\hat{A}<90^0 \Rightarrow \cos\hat{A}=\sqrt{1-\sin^2\hat{A}}=\sqrt{1-\frac{9}{14}}=\sqrt{\frac{5}{14}}$.

Vậy ta có $\sin\varphi=\sin 2\hat{A}=2\sin\hat{A}\cos\hat{A}=2.\frac{3}{\sqrt{14}}.\sqrt{\frac{5}{14}}=\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(BC'D)$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Trong $(ABCD)$, gọi I là giao điểm của CM và DB, O là giao điểm của AC và DB.

Trong tam giác OCC', dựng $CH \perp OC'$ (1).

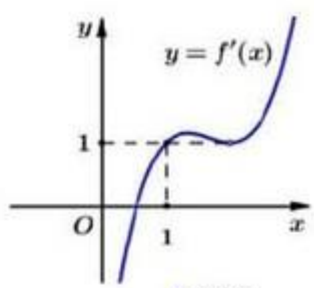
Ta có: $\begin{cases} DB \perp OC \\ DB \perp CC' \end{cases}, \Rightarrow DB \perp (OCC') \Rightarrow DB \perp CH$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $CH \perp (BC'D)$.

Do đó: $d(M,(BC'D)) = d(C,(BC'D)).\dfrac{IM}{IC} = d(C,(BC'D)).\dfrac{MD}{BC} = \dfrac{1}{2}CH$.

Trong $\Delta OCC'$ vuông tại C, ta có $\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CC'^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{CC'^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{3}{a^2}$,

suy ra $CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy $d(M,(BC'D)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 45. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x + 1) + e^{-\sin x}$ có bao nhiêu điểm cực đại trên đoạn $[-99\pi; 99\pi]$



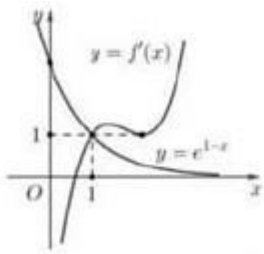
A. 199. **B.** 198. **C.** 397. **D.** 396.

Lời giải

Chọn B

Có $g'(x) = \cos x \cdot f'(\sin x + 1) - \cos x \cdot e^{-\sin x} = \cos x\left[f'(\sin x + 1) - e^{-\sin x}\right]$

Đặt $t = \sin x + 1 \Leftrightarrow -\sin x = 1 - t \Rightarrow f'(t) - e^{1-t}$ vậy ta vẽ thêm đồ thị hàm số $y = e^{1-x}$ và quan sát đồ thị suy ra $f'(x) - e^{1-x}$ cùng dấu với $(x-1)$



do đó $f'(\sin x + 1) - e^{-\sin x}$ cùng dấu với $(\sin x + 1) - 1 = \sin x$ do đó $g'(x)$ cùng dấu với $\cos x \cdot \sin x = \frac{1}{2}\sin(2x)$ đổi dấu từ dương sang âm 198 lần trên đoạn $[-99\pi; 99\pi]$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Số giá trị nguyên của m để phương trình $\dfrac{f(f(x))}{f(x)-2} = m$ có 5 nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 19. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(0;0);(2;-4) \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2$.

Đặt $t = f(t) \Rightarrow m = \dfrac{f(t)}{t-2} = \dfrac{t^3 - 3t^2}{t-2} = g(t)(*)$.

Ta có $g'(t) = \dfrac{t\left(2t^2 - 9t + 12\right)}{(t-2)^2} \Rightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-4	0		2		$+\infty$
$g'(t)$	$-$		0	$+$	‖	$+$	
$g(t)$	$+\infty$ $\searrow$	$56/3$	0	$\nearrow$ $+\infty$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

TH1: Nếu $m < 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow t = a \in (2;+\infty) \Leftrightarrow f(x) = a \in (2;+\infty) \Rightarrow 1n_0$ (loại)

TH3: $0 < m < \dfrac{56}{3} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = c \in (-4;0) \\ t = d \in (0;2) \\ t = e \in (2;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = c \in (-4;0) \Rightarrow 3n_0 \\ f(x) = d \in (0;2) \Rightarrow 1n_0 \\ f(x) = e \in (2;+\infty) \Rightarrow 1n_0 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

TH4: $m = \dfrac{56}{3} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -4 \\ t = f \in (2;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -4 \Rightarrow 2n_0 \\ f(x) = f \in (2;+\infty) \Rightarrow 1n_0 \end{array}\right.$ (loai)

TH5: $m > \dfrac{56}{3} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = g \in (-\infty;-4) \\ t = h \in (0;2) \\ t = k \in (2;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g \in (-\infty;-4) \Rightarrow 1n_0 \\ f(x) = h \in (0;2) \Rightarrow 1n_0 \\ f(x) = k \in (2;+\infty) \Rightarrow 1n_0 \end{array}\right.$ (loai)

Vậy $0 < m < \dfrac{56}{3} \Rightarrow m \in \{1, \ldots, 18\}$.

Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1}-x^2\right)\left(3^y-x\right)<0$?

A. 181. **B.** 167. **C.** 165. **D.** 61.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a=\dfrac{1}{\ln 2}$ và $b=\dfrac{1}{\ln 3}(a>1>b>0)$.

Ta xét hai trường hợp của bài toán

- $\begin{cases}2^{y+1}>x^2\\3^y<x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y+1)\ln 2>2\ln x\\y\ln 3<\ln x\end{cases}\Leftrightarrow 2a\ln x-1<y<b\ln x$.

Do $a>1>b>0$ nên $2a\ln x-1>b\ln x-1$ (vì $\ln x\geq 0$ do $x\geq 1$). Suy ra $b\ln x-1<y<b\ln x$ nên với mỗi x có nhiều nhất 1 giá trị y thỏa mãn, mâu thuẫn giả thiết bài toán.

- $\begin{cases}2^{y+1}<x^2\\3^y>x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y+1)\ln 2<2\ln x\\y\ln 3>\ln x\end{cases}\Leftrightarrow b\ln x<y<2a\ln x-1$. Giả sử các giá trị y thỏa mãn là $y_0+1,y_0+2,\ldots,y_0+10$ với $y_0\in\mathbb{Z}$. Khi đó

$$\begin{cases}y_0\leq b\ln x<y_0+1\\y_0+10<2a\ln x-1\leq y_0+11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_0\leq \log_3 x<y_0+1\\y_0+11<2\log_2 x\leq y_0+12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^{y_0}\leq x<3^{y_0+1}\\2^{\frac{y_0+11}{2}}<x\leq 2^{\frac{y_0+12}{2}}\end{cases}$$

Do đó $\left[\begin{array}{l}3^{y_0}\leq 2^{\frac{y_0+12}{2}}<3^{y_0+1}\\2^{\frac{y_0+11}{2}}<3^{y_0+1}\leq 2^{\frac{y_0+12}{2}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4,06<y_0\leq 5,5\\3,6<y_0\leq 4,06\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y_0=5\\y_0=4.\end{array}\right.$

- Với $y_0=5$ thì $\begin{cases}243\leq x<729\\256<x\leq 362,03\end{cases}$ nên $243\leq x\leq 362$ nên có 120 giá trị x thỏa mãn.

- Với $y_0=4$ thì $\begin{cases}81\leq x<243\\181,01<x\leq 256\end{cases}$ nên $182\leq x\leq 242$ nên có 61 giá trị x thỏa mãn.

Vậy có tất cả $120+61=181$ giá trị x thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e(b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là 1,4 và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=n\ (m<n<p)\\x=p\end{array}\right.\Rightarrow\begin{cases}f(m)=1\\f(n)=9\\f(p)=4\end{cases}$

$S=\displaystyle\int_m^n\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx-\int_n^p\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx$

$=2\sqrt{f(x)}\Big|_m^n-2\sqrt{f(x)}\Big|_n^p=2\left(\sqrt{f(n)}-\sqrt{f(m)}\right)+2\left(\sqrt{f(n)}-\sqrt{f(p)}\right)$

$=2\left(\sqrt{9}-1\right)+2\left(\sqrt{9}-\sqrt{4}\right)=6$

Câu 49. Cho hai số phức z_1,z_2 thoả mãn $|z_1-3-4i|=1$ và $|z_2+i|=|\overline{z_2}-1+2i|$. Biết $u=\dfrac{z_1-z_2}{1+2i}$ là số thuần ảo. Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$. Tính $S=ab$.

A. $S=795$. **B.** $S=159$. **C.** $S=316$. **D.** $S=270$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1=a+bi, z_2=m+ni$ khi đó $\dfrac{z_1-z_2}{1+2i}$ là số thuần ảo nên

$$\frac{z_1-z_2}{1+2i}=ki,(k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow z_1-z_2=-2k+ki\Leftrightarrow(a-m)+(b-n)i=-2k+ki\Leftrightarrow\begin{cases}a-m=-2k\\b-n=k\end{cases}(1)$$

Và $|z_1-z_2|=|ki(1+2i)|=|k|\sqrt{5}$, ta cần tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|k|$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}(a-3)^2+(b-4)^2=1\\\sqrt{m^2+(n+1)^2}=\sqrt{(m-1)^2+(2-n)^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-3)^2+(b-4)^2=1\\m=2-3n\end{cases}(2)$.

Kết hợp (1) và (2) suy ra:

$(-2k+2-3n-3)^2+(k+n-4)^2=1\Leftrightarrow 10n^2+2n(7k-1)+5k^2-4k+16=0.$

Ta có điều kiện $\Delta_n'\geq 0\Leftrightarrow(7k-1)^2-10\left(5k^2-4k+16\right)\geq 0\Leftrightarrow 13-\sqrt{10}\leq k\leq 13+\sqrt{10}$.

Suy ra $\max|z_1-z_2|=(13+\sqrt{10})\sqrt{5};\min|z_1-z_2|=(13-\sqrt{10})\sqrt{5}$.

Vậy $a=(13+\sqrt{10})\sqrt{5}, b=(13-\sqrt{10})\sqrt{5}$ và $S=795$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+12y+6z+24=0$. Xét hai điểm $M,N\in(S)$ sao cho $MN=8$ và $OM^2-ON^2=-112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(2;-6;-3), R=5$.

Ta có

$$OM^2-ON^2=\overrightarrow{OM}^2-\overrightarrow{ON}^2=(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IO})^2-(\overrightarrow{IN}-\overrightarrow{IO})^2=\underbrace{IM^2-IN^2}_{0}-2\overrightarrow{IO}(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN})=-2\overrightarrow{IO}(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN})$$

$$=-2\overrightarrow{IO}\cdot\overrightarrow{NM}=-2IO\cdot NM\cdot\cos(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{NM})=-2.7\cdot 8\cdot\cos(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{NM})=-112$$

$$\Leftrightarrow\cos(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{NM})=1\Leftrightarrow\overrightarrow{IO}=k\cdot\overrightarrow{NM},(k>0).$$

Khi đó $d(O,MN)=d(I,MN)=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{MN}{2}\right)^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

**Nguồn: Thầy Nguyễn Bảo Vương*

-/-

Mong rằng với đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 15 trên đây sẽ giúp các em ôn tập thật tốt chuẩn bị cho kì thi quan trọng sắp tới. Đừng quên còn rất nhiều đề thi thử toán 2022 của các tỉnh thành trên cả nước được Đọc tài liệu cập nhật liên tục để các em ôn luyện. Chúc các em học tốt!