

[Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 13](#)

Tham khảo và rèn luyện kỹ năng giải đề với *đề thi thử môn toán 2022 đề số 13* thuộc bộ [đề thi thử THPT Quốc gia 2022](#) môn Toán do Đọc tài liệu tổng hợp. Với các đề thi được phát triển dựa trên cấu trúc đề minh họa Bộ Giáo dục và có tính phân hóa cao, đánh giá năng lực học sinh.

Dưới đây là nội dung chi tiết đề thi:

Đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 13

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$			4			3	$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 4 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số là

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 0 .

Câu 4. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. 3 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận ngang là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $y = -\frac{3}{4}$. D. $y = \frac{3}{4}$.

Câu 6. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

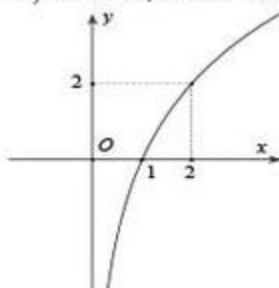
Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(16a)$ bằng:

- A. $4\log_2 a$. B. $(\log_2 a)^4$. C. $\frac{1}{4} + \log_2 a$. D. $4 + \log_2 a$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x)$ là

A. $\frac{1}{(x^2+x) \cdot \ln 3}$ B. $\frac{(2x+1) \cdot \ln 3}{x^2+x}$ C. $\frac{2x+1}{(x^2+x) \cdot \ln 3}$ D. $\frac{\ln 3}{(x^2+x)}$

Câu 9. Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới:



A. $a = \sqrt{2}$ B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = 2$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $5^{x-2} = \frac{1}{125}$ là

A. $x = -1$ B. $x = 3$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2} \geq 125$ là

A. $[3; +\infty)$ B. $[-1; 1]$ C. $[-3; 3]$ D. $(-\infty; 1]$

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \cos x$ là

A. $-e^x - \sin x + C$ B. $e^x - \sin x + C$ C. $e^x + \sin x + C$ D. $-e^x + \sin x + C$

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $x \ln x + x + C$ B. $\frac{\ln^2 x}{2} + C$ C. $\frac{1}{x} + C$ D. $x \ln x - x + C$

Câu 14. Cho $\int_1^3 f(x) dx = -2$ và $\int_3^5 f(x) dx = 5$. Tính tích phân $\int_1^5 f(x) dx$

A. 7 B. 3 C. -7 D. -10

Câu 15. Tích phân $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng

A. e^4 B. $e^4 - 1$ C. $4e^4$ D. $3e^4 - 1$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x) dx = 2$. Tính phân $\int_0^1 xf(3x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ B. 18 C. $\frac{2}{9}$ D. 6

Câu 17. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Mô đun của số phức $z + 1 - i$ bằng

A. 10 B. 5 C. $\sqrt{10}$ D. $5\sqrt{2}$

Câu 18. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $w = \overline{z_1 z_2} + z_2$ có phần thực bằng

A. 7 B. 9 C. 4 D. 3

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $1 + i$ B. $5 - 5i$ C. $5 - 2i$ D. $5 + 4i$

Câu 20. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ D. $a^3 \sqrt{3}$

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số

$$\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$$

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 22. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh bằng l và bán kính r bằng

- A. $2\pi rl$. B. πr^2 . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. πrl .

Câu 23. Thể tích của hình nón có bán kính đáy $r=2$ và đường cao $h=3$ là

- A. 6π . B. 2π . C. 4π . D. 12π .

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tọa độ tâm I là

- A. $I(0;1;-2)$. B. $I(0;1;2)$. C. $I(0;-1;2)$. D. $I(1;1;-2)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 30° . D. 120° .

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

$$(P): 2x + y + z - 3 = 0?$$

- A. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 1; 1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$ và $C(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $x - y - 2z - 3 = 0$. B. $x + y - 2z - 3 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - y - 2z + 1 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -3; 4)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{2}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 5z - 4 = 0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 7t \\ z = -4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 7t \\ z = 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 7t \\ z = 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 7t \\ z = 4t \end{cases}$.

Câu 30. Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là

- A. 45. B. 90. C. 100. D. 20.

Câu 31. Chọn ngẫu nhiên một số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{3}{20}$. B. $\frac{1}{20}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{10}$.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng u_4 bằng

- A. 1. B. 9. C. 24. D. 11.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8\ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

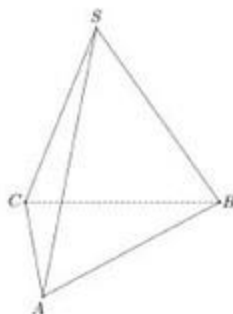
Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$).

Tổng $a+b$ bằng

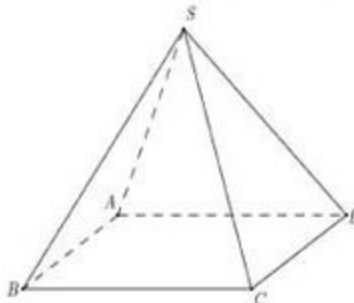
- A. -10. B. 10. C. 4. D. -4.

- Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.
- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $2 < m < \frac{5}{2}$.
- Câu 36.** Cho hai hàm số $y = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2}$ và $y = e^{-x} - 2019 + 2022m$, (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt là
- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.
- Câu 37.** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm trong khoảng $(-3; 3)$ là:
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.
- Câu 38.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x$ với mọi $x > 0$
- Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$.
- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 39.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$ và $(1+2i)z$ là số thuần ảo?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 40.** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + m = 0 (m \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu số thực m thỏa mãn $|z_1^2 - z_2 + m| + \frac{1}{|z_2^2 - z_1 + m|} = \frac{5}{2}$
- A. 0. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 41.** Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khi chóp đã cho thành 2 phần. Thể tích của phần chứa đỉnh S bằng
- A. $\frac{3\sqrt{14}a^3}{32}$. B. $\frac{5\sqrt{14}a^3}{72}$. C. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{96}$. D. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{72}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 3a$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .
- A. $36\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $18\pi a^2$. D. $48\pi a^2$.
- Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$
- $d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là
- A. $\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. D. $\sqrt{2}$.

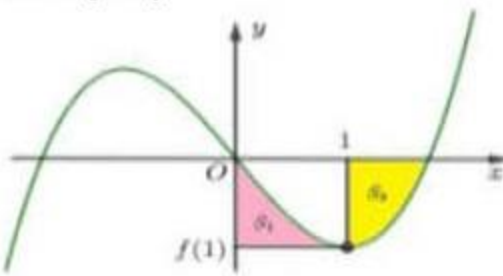
- Câu 44.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{4}$ (tham khảo hình vẽ minh họa). Góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng đáy (ABC) bằng



- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 45.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên bằng a và diện tích đáy bằng a^2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $a\sqrt{6}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m + 2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2022]$ để hàm số $y = |f(x - 2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?
- A. 2021. B. 2022. C. 4040. D. 2023.
- Câu 47.** Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức sau.
- $$\log_{2023}(x^4 - 2x^2 + 2023)^{y^2 + 2022} = 2y + 2021.$$
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 48.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và thỏa mãn $[f(x) + 1]$ và $[f(x) - 1]$ lần lượt chia hết cho $(x - 1)^2$ và $(x + 1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2 + 8S_1$



- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 4. D. 9.

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $-5 + \sqrt{73}$. B. $5 - \sqrt{21}$. C. $20 - 2\sqrt{73}$. D. $20 - 4\sqrt{21}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}; S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R \text{ tiếp}$$

xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

- A. 2,1. B. 2,2. C. 2,3. D. 2,4.

Sau khi thử sức trong 90 phút với đề thi thử môn toán 2022 số 13 trên, các em hãy cùng đối chiếu lại bài làm của mình với bảng đáp án và lời giải chi tiết dưới đây:

Đáp án đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 13

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2D	3B	4A	5C	6B	7D	8C	9A	10A	11C	12C	13D	14B	15B
16C	17B	18D	19B	20A	21C	22A	23C	24A	25D	26D	27D	28A	29C	30A
31D	32B	33A	34D	35D	36B	37A	38D	39C	40B	41D	42A	43B	44C	45A
46A	47D	48C	49C	50A										

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$			0		-3	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$-\infty$			3		4		3	$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn D

y' đổi dấu từ + sang - khi đi qua điểm $x = 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. Khi đó giá trị cực đại của hàm số $y(0) = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Số điểm cực đại của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào việc đạo hàm đổi dấu từ + sang - thì hàm số sẽ đạt cực đại. Khi đó hàm số có 2 cực đại.

Câu 4. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x + 1 = x^3 - 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận ngang là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $y = -\frac{3}{4}$. D. $y = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x \neq -\frac{5}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4-3x}{4x+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{4}{x} - 3}{4 + \frac{5}{x}} = -\frac{3}{4}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận ngang là $y = -\frac{3}{4}$.

Câu 6. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

• Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

• Vậy tập xác định là: $D = (1; +\infty)$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(16a)$ bằng:

- A. $4\log_2 a$. B. $(\log_2 a)^4$. C. $\frac{1}{4} + \log_2 a$. D. $4 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(16a) = \log_2 16 + \log_2 a = 4 + \log_2 a$.

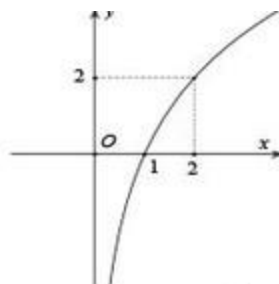
Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x)$ là

- A. $\frac{1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$ B. $\frac{(2x+1) \cdot \ln 3}{x^2 + x}$ C. $\frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$ D. $\frac{\ln 3}{(x^2 + x)}$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 + x)'}{(x^2 + x) \cdot \ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}.$$

Câu 9. Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới:



A. $a = \sqrt{2}$

B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $a = \frac{1}{2}$

D. $a = 2$

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đồ thị ta có: $\log_a 2 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $5^{x-2} = \frac{1}{125}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

$$5^{x-2} = \frac{1}{125} \Leftrightarrow 5^{x-2} = 5^{-3} \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2} \geq 125$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. $[-1; 1]$.

C. $[-3; 3]$

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } 5^{12-x^2} \geq 125 \Leftrightarrow 12-x^2 \geq 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2} \geq 125$ là $[-3; 3]$.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \cos x$ là

A. $-e^x - \sin x + C$.

B. $e^x - \sin x + C$.

C. $e^x + \sin x + C$.

D. $-e^x + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn C

• Ta có $\int (e^x + \cos x) dx = e^x + \sin x + C$

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $x \ln x + x + C$.

B. $\frac{\ln^2 x}{2} + C$.

C. $\frac{1}{x} + C$.

D. $x \ln x - x + C$.

Lời giải

Chọn D

• Ta tìm $I = \int f(x) dx = \int \ln x dx, x \in (0; +\infty)$.

• Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$.

• Khi đó: $I = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$.

Câu 14. Cho $\int_1^3 f(x)dx = -2$ và $\int_3^5 f(x)dx = 5$. Tính tích phân $\int_1^5 f(x)dx$

- A.** 7. **B.** 3. **C.** -7. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 3.$

Câu 15. Tích phân $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng

- A. e^4 . B. $e^4 - 1$. C. $4e^4$. D. $3e^4 - 1$.

Lời giải

Chon B

$$\text{C6} \quad \int_0^2 2e^{2x} dx = \int_0^2 e^{2x} d(2x) = e^{2x} \Big|_0^2 = e^4 - 1.$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_0^3 xf(x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$ B. 18 C. $\frac{2}{9}$ D. 6

Lời giải

Chon C

• Đặt: $t = 3x \Rightarrow x = \frac{t}{3} \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$

♦ Đổi căn: $x=0 \Rightarrow t=0; x=1 \Rightarrow t=3$.

• Khi đó: $\int_0^1 xf(3x)dx = \frac{1}{9} \int_0^3 tf(t)dt = \frac{2}{9}$

Câu 17. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Mô đun của số phức $z + 1 - i$ bằng

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$|z+1-i| = |3-2i+1-i| = |4-3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Câu 18. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $w = z_1 \overline{z_2} + z_2$ có phần thực bằng

- A.** 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = z_1 \overline{z_2} + z_2 = (2+3i)(2+i) + (2-i) = 3+7i$

Suy ra w có phần thực bằng 3.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A.** $1+i$. **B.** $5-5i$. **C.** $5-2i$. **D.** $5+4i$.

Lời giải

Chon B

$$z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (2 - 3i) = 5 - 5i.$$

Câu 20. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

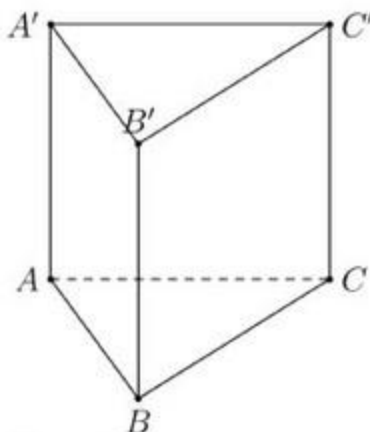
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Trong ΔABC ta có $S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ tam giác đều là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số

$$\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$$

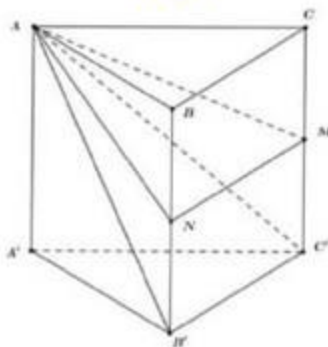
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải



Đặt $V_{ABC.A'B'C'} = V$.

$$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = \frac{1}{3} V \Rightarrow V_{ABCC'B'} = V - \frac{1}{3} V = \frac{2}{3} V.$$

$$V_{ABCMN} = \frac{1}{3} S_{BCMN} \cdot d(A, (BCC'B')) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{BCC'B'} \cdot d(A, (BCC'B')) = \frac{1}{2} V_{ABCC'B'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{3} V.$$

Vậy $\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$.

Câu 22. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh bằng l và bán kính r bằng

- A. $2\pi rl$. B. πr^2 . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. πrl .

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl$.

- Câu 23. Thể tích của hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và đường cao $h = 3$ là
A. 6π . B. 2π . C. 4π . D. 12π .

Lời giải

Chọn C

♦ Áp dụng công thức: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

♦ Thể tích hình nón là: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 4\pi$.

- Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tọa độ tâm I là
A. $I(0;1;-2)$. B. $I(0;1;2)$. C. $I(0;-1;2)$. D. $I(1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ là $I(0;1;-2)$.

- Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;1)$ và $\vec{v} = (-2;1;1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng
A. 60° . B. 150° . C. 30° . D. 120° .

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$.

- Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$?
A. $\vec{n}_2 = (2;1;-1)$. B. $\vec{n}_3 = (2;-1;1)$. C. $\vec{n}_4 = (2;0;-3)$. D. $\vec{n}_1 = (2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ là $\vec{n}_1 = (2;1;1)$.

- Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;1)$ và $C(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là
A. $x - y - 2z - 3 = 0$. B. $x + y - 2z - 3 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-1;1;2)$.

♦ phẳng (P) qua A vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ là một VTPT, khi đó phương trình (P) là:
 $-(x-1) + (y-2) + 2z = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 1 = 0$.

- Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-3;4)$. Phương trình đường thẳng AB là
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng AB đi qua $A(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1; -4; 2)$ nên có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 5z - 4 = 0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 7t \\ z = -4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 7t \\ z = 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 7t \\ z = 4t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 7t \\ z = 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) thì với mỗi điểm $M(x, y, z) \in d$ là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3z + 4 \\ 3(2y - 3z + 4) + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3z + 4 \\ 8y - 14z + 8 = 0 \end{cases}$$

Đặt $z = 4t \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 7t - 1 \\ z = 4t \end{cases}$

Câu 30. Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 45.

B. 90.

C. 100.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

• Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 31. Chọn ngẫu nhiên một số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{3}{20}$.

B. $\frac{1}{20}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$.

Gọi A là biến cố số được chọn chia hết cho 3, khi đó $A = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$. Vậy $n(A) = 6$.

Khi đó xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng u_4 bằng

A. 1.

B. 9.

C. 24.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 3 + 3.2 = 9$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8\ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

• Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$y' = 2x + \frac{8}{x} - m$$

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq 2x + \frac{8}{x}, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Đặt } f(x) = 2x + \frac{8}{x}, f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2 - 8}{x^2}$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	8	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $m \leq 8$

Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}, (a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0)$.

Tổng $a+b$ bằng

A. -10.

B. 10.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

• Ta có $f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$.

• Trường hợp 1: Với $m < -4$ thì $f'(x) < 0$

$$\text{Khi đó } \min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{2-m}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (loại).}$$

• Trường hợp 2: Với $m = -4$. Khi đó $f(x) = 2$ là hàm không đổi (không thỏa đề bài).

• Trường hợp 3: Với $m > -4$ thì $f'(x) > 0$.

$$\text{Khi đó } \min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(-1) = -2 - m = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3}$$

♦ Theo đề bài suy ra $a = -7, b = 3$.

♦ Vậy $a + b = -4$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $2 < m < \frac{5}{2}$.

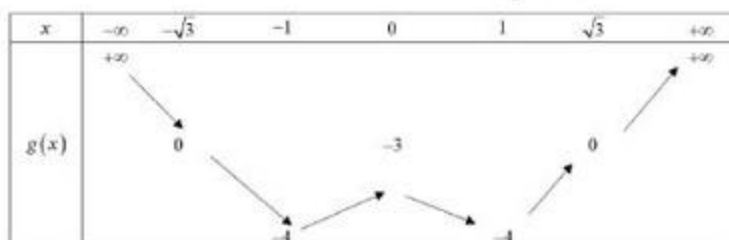
Lời giải

Chọn D

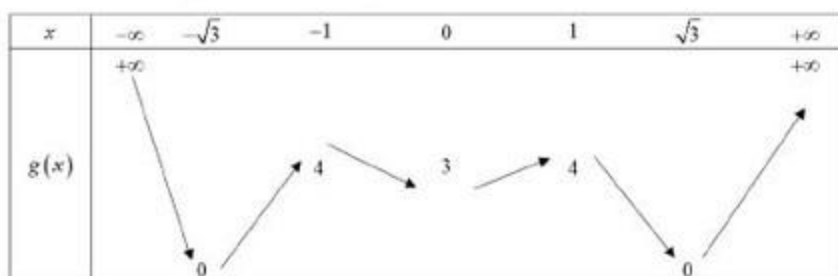
Xét $g(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$g'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$



Đồ thị hàm số $f(x) = |x^4 - 2x^2 - 3|$ là:



Để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

$$\Leftrightarrow 3 < 2m - 1 < 4$$

$$\Leftrightarrow 4 < 2m < 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < m < \frac{5}{2}$$

Câu 36. Cho hai hàm số $y = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2}$ và $y = e^{-x} - 2019 + 2022m$, (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt là

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0\}$

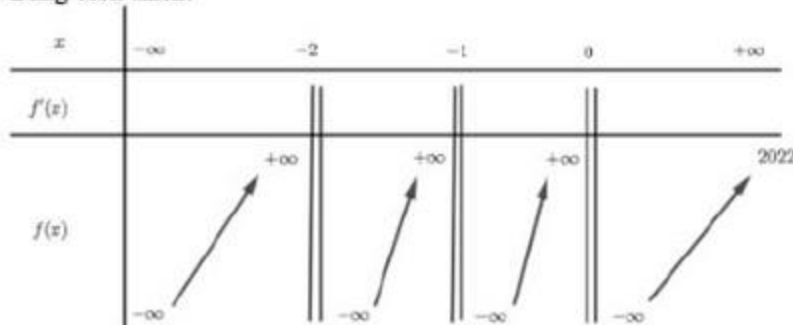
Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = e^{-x} - 2019 + 2022m$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} - e^{-x} + 2019 = 2022m$$

Xét: $f(x) = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} - e^{-x} + 2019$

Có: $f'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + e^{-x} > 0 \forall x \in D$

Bảng biến thiên:



Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì: $2022m \geq 2022 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Câu 37. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm trong khoảng $(-3; 3)$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x+2m > 0$

$$2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m \Leftrightarrow 2^x = \log_2(x+2m) + 2m$$

Đặt $t = \log_2(x+2m) \Rightarrow \begin{cases} 2^t = x+2m \\ 2^x = t+2m \end{cases} \Rightarrow 2^t - 2^x = x - t \Rightarrow 2^t + t = 2^x + x \quad (1)$

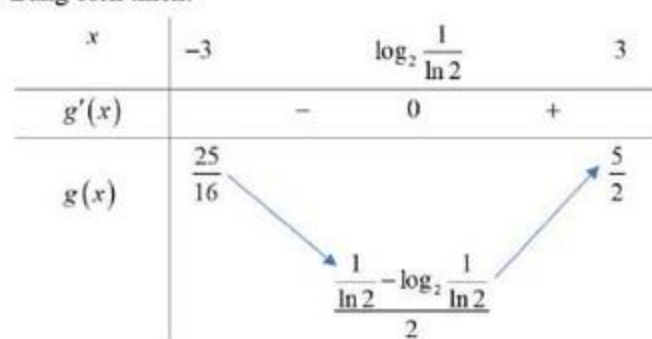
Xét hàm số $f(u) = 2^u + u$ có $f'(u) = 2^u \ln 2 + 1 > 0$ suy ra $f(u)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương trình (1) có dạng

$$f(x) = f(t) \Leftrightarrow x = t \Leftrightarrow x = \log_2(x+2m) \Leftrightarrow 2^x = x+2m \Leftrightarrow m = \frac{2^x - x}{2}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{2^x - x}{2}$ với $x \in (-3; 3)$. Có $g'(x) = \frac{2^x \ln 2 - 1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{1}{\ln 2}$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên có 2 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm trong khoảng $(-3;3)$ là $\begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $2f(x)+xf\left(\frac{1}{x}\right)=x$ với mọi $x>0$

Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx$.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{7}{4}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

• Ta có $2f(x)+xf\left(\frac{1}{x}\right)=x$ (1)

• Đặt $\frac{1}{x}=t \Rightarrow x=\frac{1}{t}$ khi đó điều kiện đề bài cho trở thành

$2f\left(\frac{1}{t}\right)+\frac{1}{t}f(t)=\frac{1}{t} \Leftrightarrow 2t.f\left(\frac{1}{t}\right)+f(t)=1$ (2)

• Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} 4f(t)+2t.f\left(\frac{1}{t}\right)=2x \\ f(t)+2t.f\left(\frac{1}{t}\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow f(t)=\frac{1-2t}{-3}$.

• Lấy tích phân cận từ $\frac{1}{2}$ đến 2 ta được: $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1-2x}{-3} dx = \frac{3}{4}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|2z-\bar{z}|=\sqrt{13}$ và $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi$ với $a,b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$|2z-\bar{z}|=\sqrt{13} \Leftrightarrow |2(a+bi)-(a-bi)|=\sqrt{13} \Leftrightarrow |a+3bi|=\sqrt{13}$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+9b^2}=\sqrt{13} \Leftrightarrow a^2+9b^2=13$ (1)

$(1+2i)z=(1+2i)(a+bi)=a+2ai+bi-2b=a-2b+(2a+b)i$ là số thuần ảo nên có

$a-2b=0 \Leftrightarrow a=2b$ thay vào (1) ta được $13b^2=13 \Leftrightarrow b=\pm 1$.

Vậy có hai số phức là $z=2+i$ và $z=-2-i$.

Câu 40. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+m=0(m \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu số thực

m thỏa mãn $\left|z_1^2-z_2+m\right|+\frac{1}{\left|z_2^2-z_1+m\right|}=\frac{5}{2}$

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} z_1^2 - z_1 + m = 0 \\ z_2^2 - z_2 + m = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1^2 + m = z_1 \\ z_2^2 + m = z_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1^2 - z_2 + m| = |z_1 - z_2| \\ |z_2^2 - z_1 + m| = |z_2 - z_1| \end{cases}$$

Mặt khác

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{|z_1 - z_2|^2} = \sqrt{|(z_1 - z_2)^2|} = \sqrt{|(z_1 + z_2)^2 - 4z_1z_2|} = \sqrt{|1 - 4m|}$$

Vậy theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\sqrt{|1 - 4m|} + \frac{1}{\sqrt{|1 - 4m|}} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \sqrt{|1 - 4m|} = 2; \sqrt{|1 - 4m|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{16}; m = \frac{5}{16}; m = -\frac{3}{4}; m = \frac{5}{4}$$

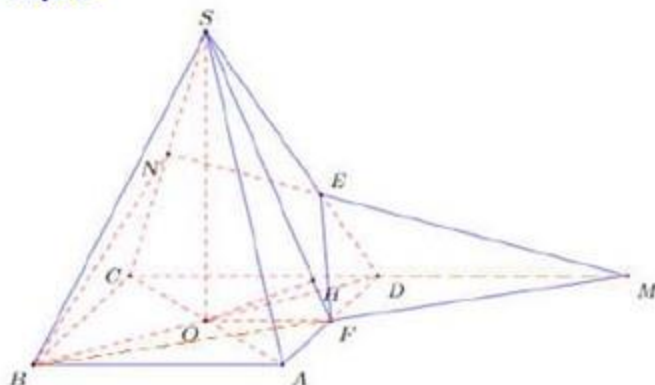
Vậy có bốn giá trị của m .

Câu 41. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khi chóp đã cho thành 2 phần. Thể tích của phần chứa đỉnh S bằng

A. $\frac{3\sqrt{14}a^3}{32}$ B. $\frac{5\sqrt{14}a^3}{72}$ C. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{96}$ D. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{72}$

Lời giải

Chọn D



Giả sử các điểm như hình vẽ. $F = (BMN) \cap AD$; Kẻ $OH \perp SF$;

Gọi $E = SD \cap MN \Rightarrow E$ là trọng tâm $\triangle SCM$, $DF \parallel BC \Rightarrow F$ là trung điểm BM .

$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SD^2 - DO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

$$\Rightarrow SF = \sqrt{SO^2 + OF^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$\bullet d(M; (SBC)) = 4 \cdot d(O; (SAD)) = 4OH = 4 \frac{SO \cdot OF}{SF} = \frac{2a\sqrt{210}}{15}; S_{\triangle SAD} = \frac{1}{2} \cdot SF \cdot AD = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$$

$$\bullet \frac{V_{MEFD}}{V_{MNBC}} = \frac{ME}{MN} \cdot \frac{MF}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{MEFD} = \frac{1}{6} V_{MNBC}$$

$$\Rightarrow V_{BFDCE} = \frac{5}{6} V_{MNBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(M; (SBC)) \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4OH \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{\triangle SAD} = \frac{5a^3\sqrt{14}}{72}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{6} \Rightarrow V_{S.ABFEN} = V_{S.ABCD} - V_{BFDCNE} = \frac{7a^3 \sqrt{14}}{72}.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 3a$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

A. $36\pi a^2$.

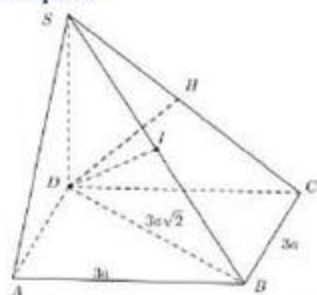
B. $6\pi a^2$.

C. $18\pi a^2$.

D. $48\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi SD là đường cao của hình chóp $S.ABC \Rightarrow SD \perp AB$ mà $AB \perp SA(gt)$ nên $AB \perp AD$.

Tương tự: $SD \perp BC$, mà $BC \perp SC(gt) \Rightarrow BC \perp CD$.

Tứ giác $ABCD$ có 4 góc vuông và $AB = BC$ nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Kẻ $DH \perp SC (H \in SC)$, mà $BC \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DH$.

$\Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = DH$.

Mặt khác $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = \frac{SD \cdot CD}{\sqrt{SD^2 + CD^2}} = a\sqrt{6}$.

$$\Rightarrow \frac{SD \cdot 3a}{\sqrt{SD^2 + (3a)^2}} = a\sqrt{6} \Rightarrow SD = 3\sqrt{2}a.$$

Do các đỉnh A, C, D cùng nhìn đoạn thẳng SB dưới một góc 90° nên tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ chính là trung điểm I của SB .

$$R = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{SD^2 + BD^2}}{2} = \frac{\sqrt{(3\sqrt{2}a)^2 + (3\sqrt{2}a)^2}}{2} = 3a.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi (3a)^2 = 36\pi a^2$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$ và

$d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\sqrt{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d và d' (khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d và d') với $M \in d$ và $N \in d'$.

Tọa độ của hai điểm M, N có dạng: $M(1+2t_1; -1-t_1; 1)$ và $N(2-t_2; -2+t_2; 3+t_2)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1-2t_1-t_2; -1+t_1+t_2; 2+t_2).$$

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = (2; -1; 0)$.

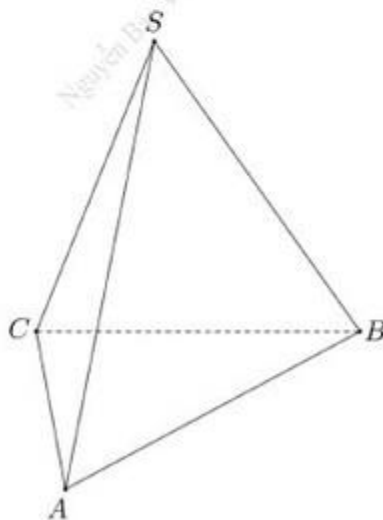
Đường thẳng d' có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2} = (-1; 1; 1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-2t_1-t_2) - (-1+t_1+t_2) = 0 \\ -(1-2t_1-t_2) + (-1+t_1+t_2) + (2+t_2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} \\ t_2 = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow MN = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 44.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{4}$ (tham khảo hình vẽ minh họa). Góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng đáy (ABC) bằng



A. 30° .

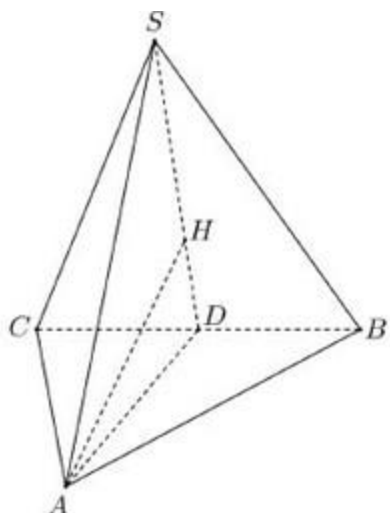
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Gọi D là trung điểm của BC $AD \perp BC$ và $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do $\triangle ABC$ đều cạnh a).

Hình chóp tam giác đều $S.ABC \Rightarrow \triangle SBC$ cân tại $S \Rightarrow SD \perp BC$.

Do $AD \perp BC$ và $SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD)$.

Kẻ $AH \perp SD$ tại $H \Rightarrow AH \perp BC$ (do $BC \perp (SAD)$).

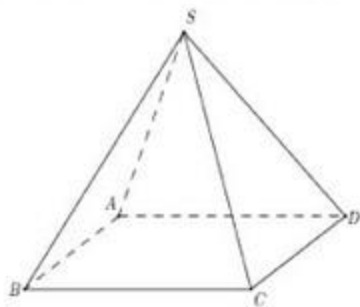
Vì $AH \perp SD$ và $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d_{(A, (SBC))} = \frac{3a}{4}$.

Như vậy: $\widehat{((SBC); (ABC))} = \widehat{SDA}$.

$\triangle AHD$ vuông tại $H \Rightarrow \sin \widehat{SDA} = \frac{AH}{AD} = \frac{3a}{4} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° .

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên bằng a và diện tích đáy bằng a^2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

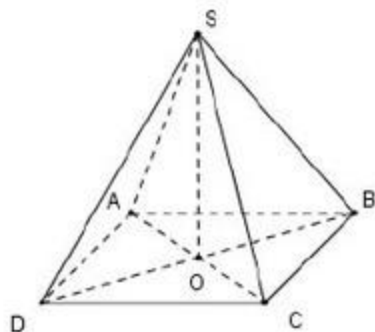
B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Do hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng a^2 nên $ABCD$ là hình vuông cạnh a , đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, xét tam giác vuông SOC ta có:

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \text{ vì } OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.OBC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{OBC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ vì } SBC \text{ là tam giác đều cạnh bằng } a.$$

$$\text{Ta có } d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2h \text{ vì } AC = 2OC.$$

$$\text{Mặt khác ta lại có thể tích khối chóp } S.OBC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{S_{SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = 2h = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

- Câu 46.** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m + 2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2022]$ để hàm số $y = |f(x-2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 2021.

B. 2022.

C. 4040.

D. 2023.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = |f(x-2021) - 2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất là 7 khi và chỉ khi phương trình $f(x-2021) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt hay phương trình $f(x) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt

Ta có $f(x) = 2022 \Leftrightarrow x^4 - 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x - m = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-1)[x^2 - 2x + m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x^2 - 2x + m = 0(*) \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = 2022$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 2 nghiệm phân biệt khác -1 và 1

tức là $\begin{cases} 1-m > 0 \\ 1^2 - 2 + m \neq 0 \\ 1^2 + 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -3 \end{cases}$ do m nguyên thuộc $[-2021; 2022]$ nên có 2021 giá trị thỏa mãn.

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức sau.

$$\log_{2022} (x^4 - 2x^2 + 2023)^{y^2 + 2022} = 2y + 2021.$$

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{2022} (x^4 - 2x^2 + 2023)^{y^2 + 2022} = (y^2 + 2022) \cdot \log_{2022} [(x^2 - 1)^2 + 2022] \geq y^2 + 2022$ (1)

Dấu bằng xảy ra khi $x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

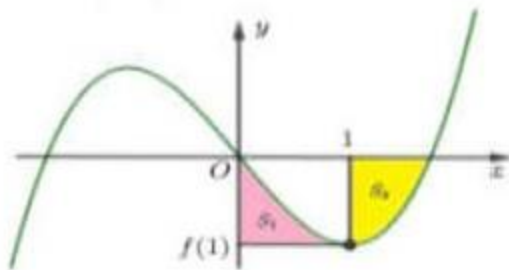
$y^2 + 2022 = (y^2 + 1) + 2021 \geq 2021$ (2) Dấu bằng xảy ra khi $y = 1$.

Từ (1), (2) ta có $\log_{2022} (x^4 - 2x^2 + 2023)^{y^2 + 2022} = 2y + 2021$ khi $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy có hai cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức

$$\log_{2022} (x^4 - 2x^2 + 2023)^{y^2 + 2022} = 2y + 2021.$$

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và thỏa mãn $[f(x) + 1]$ và $[f(x) - 1]$ lần lượt chia hết cho $(x - 1)^2$ và $(x + 1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2 + 8S_1$



A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 4.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Tim $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Theo giả thuyết:

$$\begin{cases} f(x) + 1 = a(x-1)^2(x+m) \Rightarrow f(1) + 1 = 0 \\ f(x) - 1 = a(x+1)^2(x+n) \Rightarrow f(-1) - 1 = 0 \\ f'(1) = 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 0, c = -\frac{1}{2}, d = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2.$$

$$\text{Tính } S_1 = \int_0^1 \left| \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 \right| dx = \frac{3}{8}; S_2 = \int_1^{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right| dx = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_2 + 8S_1 = 4.$$

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. $-5 + \sqrt{73}$.

B. $5 - \sqrt{21}$.

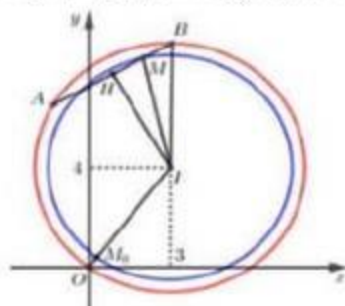
C. $20 - 2\sqrt{73}$.

D. $20 - 4\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .



Ta có: $|z_1 - z_2| = 6 \Rightarrow AB = 6$.

$$\begin{aligned} \text{Và } (z-6)(8-i\bar{z}) &= (x+yi-6)(8-xi-y) = [(x-6)+yi][(8-y)-xi] \\ &= [(x-6)(8-y)+xy] + [(8-y)y - (x-6)x]i = 8x+6y-48 - (x^2+y^2-6x-8y)i. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực nên $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$

Do đó $A, B \in (C): x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ là đường tròn tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$.

$$\text{Xét điểm } M \text{ thỏa mãn } \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{MO} + 3\overrightarrow{OB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}.$$

Gọi H là trung điểm AB , khi đó: $HI^2 = R^2 - HB^2 = 16$,

$$IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2}.$$

Suy ra: Điểm M thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R_1 = \frac{\sqrt{73}}{2}$.

$$\text{Ta có: } |z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$$

$$\Rightarrow |z_1 + 3z_2|_{\min} \Leftrightarrow 4OM_{\min} = 4|OI - R_1| = 4\left(5 - \frac{\sqrt{73}}{2}\right) = 20 - 2\sqrt{73}.$$

$$\text{Vậy } |z_1 + 3z_2|_{\min} = 20 - 2\sqrt{73}.$$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}; S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R \text{ tiếp}$$

xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1.

B. 2,2.

C. 2,3.

D. 2,4.

Lời giải

Ta có: (d_1) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$.

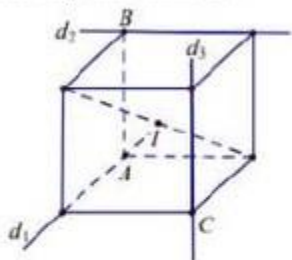
(d_2) đi qua điểm $B(3; -1; 2)$ có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 2; 2)$.

(d_3) đi qua điểm $C(4; 4; 1)$ có VTCP $\vec{u}_3 = (2; -2; 1)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0, \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = 0, \vec{u}_3 \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một vuông góc với nhau.

$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} \neq 0, [\vec{u}_2, \vec{u}_3] \cdot \vec{BC} \neq 0, [\vec{u}_3, \vec{u}_1] \cdot \vec{CA} \neq 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một chéo nhau.

Lại có: $\vec{AB} = (2; -2; 1); \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ và $\vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $(d_1), (d_2), (d_3)$ chứa 3 cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Vì mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ tiếp xúc với 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ nên bán kính

$$R = d(I, d_1) = d(I, d_2) = d(I, d_3) \Leftrightarrow R^2 = d^2(I, d_1) = d^2(I, d_2) = d^2(I, d_3)$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{[\vec{AI}, \vec{u}_1]}{|\vec{u}_1|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{BI}, \vec{u}_2]}{|\vec{u}_2|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{CI}, \vec{u}_3]}{|\vec{u}_3|} \right)^2, \text{ ta thấy } |\vec{u}_1|^2 = |\vec{u}_2|^2 = |\vec{u}_3|^2 = 9 \text{ và}$$

$$\vec{AI} = (a-1; b-1; c-1), [\vec{AI}, \vec{u}_1] = (-2b-c+3; 2a+2c-4; a-2b+1).$$

$$\vec{BI} = (a-3; b+1; c-2), [\vec{BI}, \vec{u}_2] = (2b-2c+6; -2a+c+4; 2a-b-7).$$

$$\vec{CI} = (a-4; b-4; c-1), [\vec{CI}, \vec{u}_3] = (b+2c-6; -a+2c+2; -2a-2b+16)$$

$$9R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 = [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 = [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2 \Rightarrow 27R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 + [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 + [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2$$

$$= 18(a^2 + b^2 + c^2) - 126a - 54b - 54c + 423 = 18\left(a - \frac{7}{2}\right)^2 + 18\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + 18\left(c - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{243}{2} \geq \frac{243}{2}$$

$$\Rightarrow R_{\min} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Khi đó $R \approx 2,12$.

*Nguồn: Thầy Nguyễn Bảo Vương

-/-

Mong rằng với đề thi thử THPT Quốc gia 2022 môn Toán đề số 13 trên đây sẽ giúp các em ôn tập thật tốt chuẩn bị cho kì thi quan trọng sắp tới. Đừng quên còn rất nhiều [đề thi thử toán 2022](#) của các tỉnh thành trên cả nước được Đọc tài liệu cập nhật liên tục để các em ôn luyện. Chúc các em học tốt!