

Câu 1(2đ) : a) Trục căn thức ở mẫu của các biểu thức sau: $\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm M $(-2; \frac{1}{4})$. Tìm hệ số a.

Câu 2 (2đ) : Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+1} = 7-x$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Câu 3 (2đ) : 1) Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx + 4 = 0$ (1)

Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2.$$

2) Một xe lửa cần vận chuyển một lượng hàng. Người lái xe tính rằng nếu xếp mỗi toa 15 tấn hàng thì còn thừa lại 5 tấn, còn nếu xếp mỗi toa 16 tấn thì có thể chở thêm 3 tấn nữa. Hỏi xe lửa có mấy toa và phải chở bao nhiêu tấn hàng.

Câu 4: (3đ) : Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O;R) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ $MI \perp AB$, $MK \perp AC$ ($I \in AB, K \in AC$)

a) Chứng minh: AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ $MP \perp BC$ ($P \in BC$). Chứng minh: $MPK = MBC$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1 đ) : Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh:

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca).$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ GIỚI THIỆU THI VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC : 2020 – 2021

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM :

Câu (Bài)	Ý (Phần)	Nội Dung	Điểm
Câu 1 (2đ)	a)	a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$	0,25
		$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$	0,25
		$= \frac{5+\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2-1} = \frac{5+\sqrt{5}}{4}$	0,5
	b)	b) Thay $x = -2$ và $y = \frac{1}{4}$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $\frac{1}{4} = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow 4a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{16}$	0,5 0,5
Câu 2 (2 đ)	a)	a) $\sqrt{2x+1} = 7-x \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x \geq 0 \\ 2x+1 = (7-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \text{ (1)} \\ x^2-16x+48=0 \end{cases}$	0,5
		Giải phương trình: $x^2 - 16x + 48 = 0$ ta được hai nghiệm là 4 và 12. Đối chiếu với điều kiện (1) thì chỉ có $x = 4$ là nghiệm của phương trình đã cho. Vậy $S = \{ 4 \}$	0,25
	b)	b) $\begin{cases} 2x+3y=2 \\ x-y=\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=4 \\ 6x-6y=1 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x=5 \\ x-y=\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy nghiệm hpt là $9 (x, y) = (\frac{1}{2} , \frac{1}{3})$	0,5 0,25
1)	1)	1) Ta có: $\Delta' = m^2 - 4$ Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} (*)$.	0,,25
		Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1x_2 = 4$. Suy ra:	0,25

Câu 3 (2đ)		$(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$ $\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 0$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 8 + 4m = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -2 \end{cases}$ Đối chiếu với điều kiện (*) ta thấy chỉ có nghiệm $m_2 = -2$ thỏa mãn. Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm. 2) : Gọi x là số toa xe lửa và y là số tấn hàng phải chở Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, y > 0$. Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 15x = y - 5 \\ 16x = y + 3 \end{cases}$ Giải ra ta được: $x = 8, y = 125$ (thỏa mãn) Vậy xe lửa có 8 toa và cần phải chở 125 tấn hàng	0,25 0,25 0,25 0,5 0,25
Câu 4 (3đ)		a) a) Ta có: $\angle AIM = \angle AKM = 90^\circ$ (gt), suy ra tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn đường kính AM. b) b) Tứ giác CPMK có $\angle MPC = \angle MKC = 90^\circ$ (gt). Do đó CPMK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MPK = \angle MCK$ (1). tiếp tuyến của (O) nên ta có $\angle MCK = \angle MBC$ (cùng chắn MC) (2). Từ (1) và (2) suy ra $\angle MPK = \angle MBC$ (3) c) c) Chứng minh tương tự câu b ta có BPMI là tứ giác nội tiếp. Suy ra: $\angle MIP = \angle MBP$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $\angle MPK = \angle MIP$. Tương tự ta chứng minh được $\angle MKP = \angle MPI$. Suy ra: $\angle MPK \sim \angle MIP \Rightarrow \frac{MP}{MK} = \frac{MI}{MP}$ $\Rightarrow MI \cdot MK = MP^2 \Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP = MP^3$. Do đó $MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất (4) - Gọi H là hình chiếu của O trên BC, suy ra OH là hằng số (do BC cố định).	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25

		Lại có: $MP + OH \leq OM = R \Rightarrow MP \leq R - OH$. Do đó MP lớn nhất bằng $R - OH$ khi và chỉ khi O, H, M thẳng hàng hay M nằm chính giữa cung nhỏ BC (5). Từ (4) và (5) suy ra $\max (MI.MK.MP) = (R - OH)^3 \Leftrightarrow M$ nằm chính giữa cung nhỏ BC.	0,25
Câu 5 (1đ)		Ta có: $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$ $\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (1).	0,25
		Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác nên ta có: $a^2 < a.(b + c) \Rightarrow a^2 < ab + ac$.	0,25
		Tương tự: $b^2 < ab + bc$; $c^2 < ca + bc$. Suy ra: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ (2).	
		Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.	0,25