

Câu 1. (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình:

a) $(x-1)(x+2) = 4$

b) $\begin{cases} 2x = y + 3 \\ 2y = -x + 2 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số)

Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$[x_1^2 - 2m(x_1 - 1) - 4] \cdot (1 - 2x_2) = 5$$

b) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 7m - 1 \end{cases}$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) thỏa mãn: $2x^2 - y^2 = 17$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

b) Lớp 9A được phân công trồng 420 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh, Nhưng khi thực hiện trồng cây 12 bạn phải đi làm công việc khác nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 4 cây nữa mới trồng hết số cây được giao. Tính số học sinh lớp 9A

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho góc vuông xAy trên cạnh Ax lấy điểm B cố định, trên cạnh Oy lấy điểm C di động. Một đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC. Gọi tiếp điểm của đường tròn (O) với các cạnh AB, AC, BC lần lượt là M, N, P. Hai đường thẳng NP và AO cắt nhau tại I

a) Chứng minh tứ giác AMON là hình vuông

b) Chứng minh tứ giác OMIP nội tiếp và I là điểm cố định khi C di động trên Ay.

c) Các tia BO, CO lần lượt cắt các cạnh AC, AB tại E và F. Chứng minh $\frac{BE}{BO} = 2 \cdot \frac{CO}{CF}$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho 3 số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn: $\sqrt{\frac{xy}{z}} + \sqrt{\frac{xz}{y}} + \sqrt{\frac{yz}{x}} = 3$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \frac{2016}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$

----- Hết -----

Số báo danh:.....

Họ và tên thí sinh:.....

	$2x^2 - y^2 = 17 \Rightarrow 2(m+2)^2 - (1-2m)^2 = 17 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$	0,25
	Suy ra: $m = 1$ hoặc $m = 5$	0,25

Câu 3 (1,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.
- b) Lớp 9A được phân công trồng 420 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh, Nhưng khi thực hiện trồng cây 12 bạn phải đi làm công việc khác nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 4 cây nữa mới trồng hết số cây được giao. Tính số học sinh lớp 9A

Ý	Nội dung trình bày	Điểm
a) (1,0đ)	Với $x > 0, x \neq 1$ ta có $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right)$	0,25
	$= \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$= \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	$= \frac{x+1}{\sqrt{x}}$	0,25
b) (1,0đ)	Đặt ẩn và đk cho ẩn, biểu thị các đại lượng chưa biết theo ẩn và đại đã biết	0,25
	Lập đúng PT	0,25
	Giải đúng PT	0,25
	Đổi chiều ĐK, Kết luận	0,25

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho góc vuông xAy trên cạnh Ax lấy điểm B cố định, trên cạnh Oy lấy điểm C di động. Một đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC. Gọi tiếp điểm của đường tròn (O) với các cạnh AB, AC, BC lần lượt là M, N, P. Hai đường thẳng NP và AO cắt nhau tại I

- a) Chứng minh tứ giác AMON là hình vuông
- b) Chứng minh tứ giác OMIP nội tiếp và I là điểm cố định khi C di động trên Ay.
- c) Các tia BO, CO lần lượt cắt các cạnh AC, AB tại E và F. Chứng minh $\frac{BE}{BO} = 2 \cdot \frac{CO}{CF}$

Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1) (1,0đ)		0,25
	Vì (O) tiếp xúc với AM, AC tại M,N nên $ON \perp AN; OM \perp AM$	0,25
	Xét tứ giác OMAN có 3 góc vuông và $OM = ON$ nên OMAN là hình vuông	0,5
b) (1,0đ)	Chứng minh: $\triangle OMI = \triangle ONI$ (c.g.c)	0,25
	Suy ra $\angle OMI = \angle ONI$ mà $\angle OPN = \angle ONI$ (tam giác ONP cân) nên $\angle OPN = \angle OMI$ Suy ra tứ giác OMIP nội tiếp	0,25
	Chứng minh tứ giác OMBP nội tiếp, suy ra tứ giác OMBI nội tiếp dẫn đến $\angle OIB = 90^\circ; \angle IAB = 45^\circ \Rightarrow \triangle AIB$ vuông cân tại I	0,25
	Do AB cố định, tam giác AIB vuông cân nên I là điểm cố định	0,25
c) (1,0đ)	Chứng minh được các hệ thức: $BM = \frac{AB + BC - AC}{2}; CN = \frac{AC + BC - AB}{2}$	0,25
	Ta có $OM \parallel AE$ (cùng vuông với AB) nên $\frac{BO}{BE} = \frac{BM}{AB} = \frac{AB + BC - AC}{2AB}$	0,25
	Tương tự: $\frac{CO}{CF} = \frac{CN}{AC} = \frac{AC + BC - AB}{2AC}$	
	Ta có: $\frac{BO}{BE} \cdot \frac{CO}{CF} = \frac{AB + BC - AC}{2AB} \cdot \frac{AC + BC - AB}{2AC} = \frac{BC^2 - (AB^2 + AC^2) + 2AB \cdot AC}{4AB \cdot AC}$	0,25
	Do tam giác ABC vuông tại A nên $BC^2 - (AB^2 + AC^2) = 0$ suy ra $\frac{BO}{BE} \cdot \frac{CO}{CF} = \frac{2AB \cdot AC}{4AB \cdot AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BO}{BE} = 2 \cdot \frac{CO}{CF}$	0,25

Câu 5 (1,0 điểm) Cho 3 số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn: $\sqrt{\frac{xy}{z}} + \sqrt{\frac{xz}{y}} + \sqrt{\frac{yz}{x}} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \frac{2016}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$

	Nội dung trình bày	Điểm
	<p>Ta có $\sqrt{\frac{xy}{z}} + \sqrt{\frac{xz}{y}} \geq 2\sqrt{\sqrt{\frac{xy}{z}} \cdot \frac{xz}{y}} = 2\sqrt{x}$. Dấu "=" khi y = z.</p> <p>Tương tự: $\sqrt{\frac{xy}{z}} + \sqrt{\frac{yz}{x}} \geq 2\sqrt{y}$ (2); $\sqrt{\frac{xz}{y}} + \sqrt{\frac{yz}{x}} \geq 2\sqrt{z}$ (3)</p>	0,25
	<p>Cộng theo vế ta có $\sqrt{\frac{xy}{z}} + \sqrt{\frac{xz}{y}} + \sqrt{\frac{yz}{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$</p> <p>hay $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \leq 3$, Dấu "=" khi x = y = z.</p>	0,25
	<p>Đặt $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = t \Rightarrow P = t + \frac{2016}{t} (t \leq 3)$</p> <p>$P = P = t + \frac{9}{t} + \frac{2007}{t}$, Ta có $t + \frac{9}{t} \geq 6$, dấu "=" khi t = 3,</p> <p>$t \leq 3 \Rightarrow \frac{2007}{t} \geq 669$. dấu "=" khi t = 3,</p>	0,25
	<p>Suy ra $P \geq 6 + 669 = 675$. Vậy P đạt GTNN là 675 khi t = 3</p> <p>$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 3 \Rightarrow x = y = z = 1$</p>	0,25

----- Hết -----