

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2021 -ĐỀ 16

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y							

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $-\infty; 0$. **B.** $-1; 1$. **C.** $0; 1$. **D.** $-1; 0$.

Câu 2. Nguyên hàm $\int \cos 2x dx$ bằng

- A.** $\sin 2x + C$. **B.** $-\sin 2x + C$. **C.** $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. **D.** $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2m - 2y - 2m + 3z + 3m^2 + 7 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; -1; 4)$. Mặt phẳng trung trực của AB là:

- A.** $-x - y + 2z + 3 = 0$. **B.** $x + y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x + y - 2 = 0$.

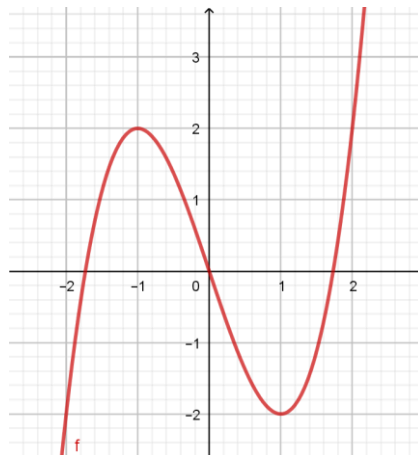
Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo góc giữa đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 30° .

Câu 6. Cho một hình cầu có diện tích bề mặt bằng 16π , bán kính khối cầu đã cho bằng:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau ?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 10. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$.

- A.** $I = -11$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 13$. **D.** $I = 27$.

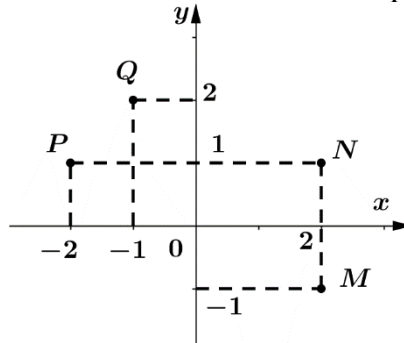
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;3;4)$.

Câu 12. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 6z_1 + 5z_2$

- A.** $\bar{z} = 51 + 40i$. **B.** $\bar{z} = 51 - 40i$. **C.** $\bar{z} = 48 + 37i$. **D.** $\bar{z} = 48 - 37i$.

Câu 13. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?



- A.** N . **B.** P . **C.** M . **D.** Q .

Câu 14. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và $y = 1 - 2x$ là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A.** $\vec{n}_4 = (2;3;5)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-2;3;5)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2;-3;5)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2;-3;0)$.

Câu 16. Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 3. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** 12. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 4.

- Câu 18.** Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn là Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?
A. 48. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 6.
- Câu 19.** Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $a+6i=2-2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a+b$ bằng
A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 5.
- Câu 20.** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $4\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 21.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$.
A. $x=7$. **B.** $x=9$. **C.** $x=8$. **D.** $x=10$.
- Câu 22.** Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là
A. $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$. **B.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$. **C.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$. **D.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x-1}$.
- Câu 23.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y=x^3+2x+1$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.
- Câu 24.** Cho hàm số $y=x^3+3x^2-6x+1$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết hoành độ tiếp điểm bằng 1.
A. $y=3x-4$. **B.** $y=3x-7$. **C.** $3x-5$. **D.** $y=3x-6$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$		$\searrow -5$		$\nearrow +\infty$

Phương trình $f(x)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26. Đặt $\log_3 5 = a$. Khi đó $\log_{15} 75$ bằng

- A.** $\frac{a+1}{2a+1}$. **B.** $\frac{2a+1}{a-1}$. **C.** $\frac{2a-1}{a+1}$. **D.** $\frac{2a+1}{a+1}$.

Câu 27. Cho khối cầu bán kính bằng 5, cắt khối cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một hình tròn có bán kính bằng 4. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của khối cầu đã cho.

- A.** $V = \frac{21\sqrt{3}\pi}{4}$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{21}\pi}{3}$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 12\pi$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = a$, và $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A.** 30° . **B.** 75° . **C.** 60° . **D.** 45° .

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

- A.** $m \geq -1$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $m \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 12$. Thể tích khối chóp $ABCC'B'$ bằng

- A.** 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 31. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt giá trị cực đại tại $x = 3$.

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 5$ **C.** $m = -7$. **D.** $m = 1$

Câu 32. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc α tạo bởi hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ có số đo bằng.

- A.** $\alpha = 90^\circ$. **B.** $\alpha = 30^\circ$. **C.** $\alpha = 60^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.

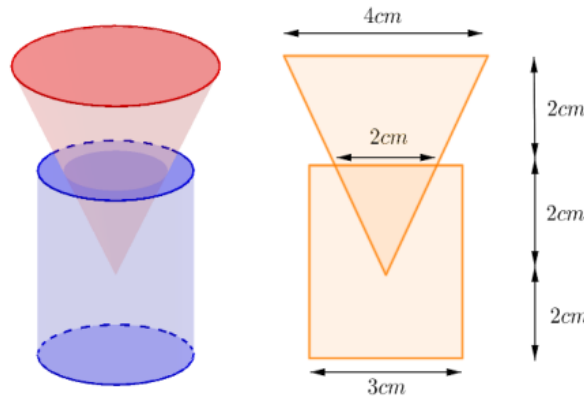
Câu 33. Cho số phức $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = a + b$.

- A.** $S = -1$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = -5$.

Câu 34. Năm 2020, một doanh nghiệp X có tổng doanh thu là 150 tỉ đồng. Dự kiến trong 10 năm tiếp theo, tổng doanh thu mỗi năm sẽ tăng thêm 12% so với năm liền trước. Theo dự kiến đó thì kể từ năm nào, tổng doanh thu của doanh nghiệp X vượt quá 360 tỉ đồng?

- A.** 2026. **B.** 2027. **C.** 2028. **D.** 2029.

Câu 35. Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H) , một mặt phẳng đi qua trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ dưới. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



- A. $V = 13\pi$. B. $V = \frac{41\pi}{3}$. C. $V = 17\pi$. D. $V = 23\pi$.

Câu 36. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. $\frac{34}{3}$. B. 6. C. $\frac{1}{3}$. D. 12.

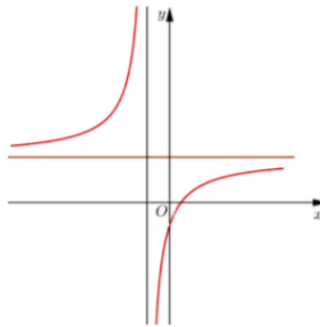
Câu 37. Cho phương trình $\log_2^2 x^2 - \log_{\sqrt{2}}(2x) - 1 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$ ta được phương trình nào sau đây.

- A. $4t^2 - 2t - 3 = 0$. B. $2t^2 - 2t - 3 = 0$. C. $4t^2 - 2t - 5 = 0$. D. $t^2 - 2t - 3 = 0$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 39. Hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



- A. $bd > 0, ad > 0$. B. $bd < 0, ab > 0$. C. $ad > 0, ab < 0$. D. $ab < 0, ad < 0$.

Câu 40. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $m.16^x - (2m+1).12^x + m.9^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1)$?

- A. 6. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = 2a$, $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $16\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $20\pi a^2$. D. $18\pi a^2$.

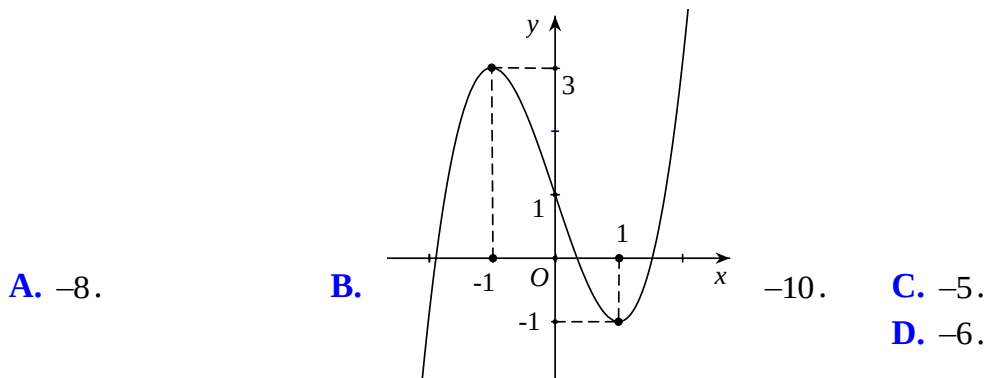
Câu 43. Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

- A. $\frac{36}{285}$. B. $\frac{18}{285}$. C. $\frac{72}{285}$. D. $\frac{144}{285}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

- A. $\frac{\sqrt{39}a}{12}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m để phương trình $f(\cos x) = 3\cos x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tổng các phần tử của S bằng



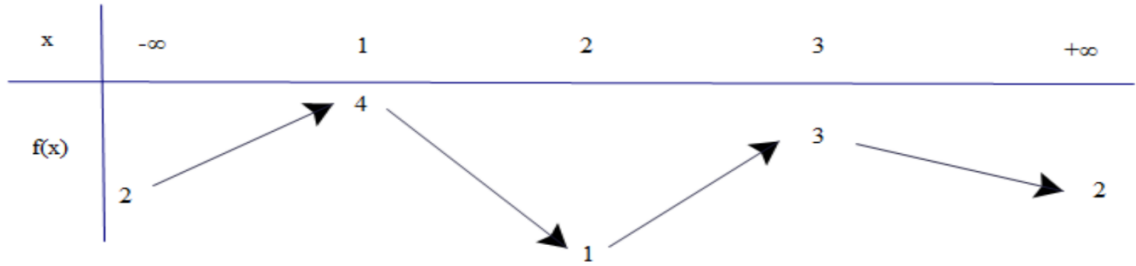
Câu 46. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình thoi có cạnh bằng $4a$, $AA' = 6a$, $\angle BCD = 120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của $AB', B'C, BD'$. Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K .

- A. $9a^3$. B. $16a^3\sqrt{3}$. C. $9a^3\sqrt{3}$. D. $12a^3\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w} - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$.

- A. $\sqrt{13} - 3$ B. $\sqrt{17} - 3$ C. $\sqrt{17} + 3$ D. $\sqrt{13} + 3$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} + \log_2 [f^2(x) - 4f(x) + 5] = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng

- A.** 33. **B.** 49. **C.** 34. **D.** 50.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x + 3^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để bất phương trình $f(f(x)) \geq x$ đúng với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$.

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 50. Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ thỏa mãn

$$\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} = 0.$$

Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + 3b + 2c$

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 10.

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.B	5.A	6.A	7.A	8.B	9.C	10. C
11.A	12.D	13.D	14.C	15.D	16.D	17.D	18.A	19.A	20.C
21.B	22.B	23.A	24.A	25.D	26.D	27.C	28.C	29.C	30.D
31.B	32.C	33.A	34.C	35.B	36.D	37.A	38.C	39.C	40.D
41.C	42.C	43.A	44.C	45.B	46.C	47.C	48.D	49.B	50.A

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $-\infty; 0$. **B.** $-1; 1$. **C.** $0; 1$. **D.** $-1; 0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $-1; 0$.

Câu 2. Nguyên hàm $\int \cos 2x dx$ bằng

- A.** $\sin 2x + C$. **B.** $-\sin 2x + C$. **C.** $-\frac{1}{2}\sin 2x + C$. **D.** $\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2m - 2y - 2m + 3z + 3m^2 + 7 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 + 2m - 2y - 2m + 3z + 3m^2 + 7 = 0$.

Suy ra $a = 0$, $b = -m + 2$, $c = m + 3$, $d = 3m^2 + 7$.

Để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu thì $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Do đó

$$\begin{aligned} & -m + 2^2 + m + 3^2 - 3m^2 - 7 > 0 \\ \Leftrightarrow & m^2 - 4m + 4 + m^2 + 6m + 9 - 3m^2 - 7 > 0 \\ \Leftrightarrow & -m^2 + 2m + 6 > 0 \\ \Leftrightarrow & 1 - \sqrt{7} < m < 1 + \sqrt{7} \end{aligned}$$

Vì m là số tự nhiên nên ta tìm được các giá trị m thỏa yêu cầu bài toán là:
 $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 0), B(0; -1; 4)$. Mặt phẳng trung trực của AB là:

A. $-x - y + 2z + 3 = 0$. **B.** $x + y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có trung điểm của AB là $I(1; 0; 2)$.

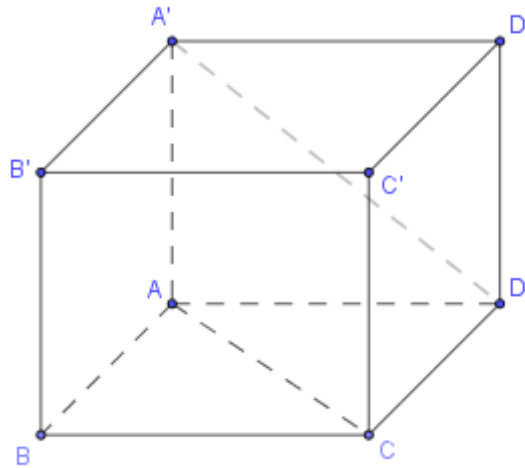
Mặt phẳng trung trực AB qua I và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 4)$ nên có phương trình:

$$-2(x-1) - 2y + 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 3 = 0$$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo góc giữa đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

A. 60° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 30° .

Lời giải



Tam giác $DA'C'$ đều nên $60^\circ = \angle DA'C' = (\overrightarrow{A'D}; \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{A'D}; \overrightarrow{AC})$ vì $AC \parallel A'C'$.

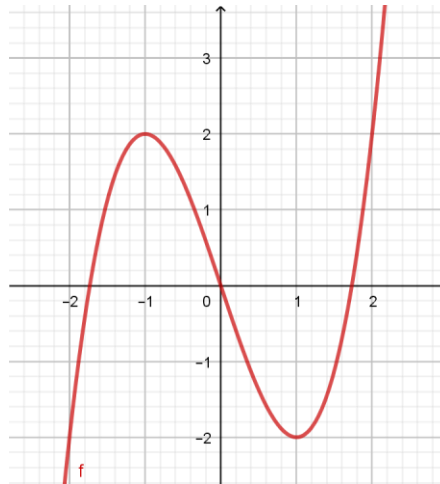
Câu 6. Cho một hình cầu có diện tích bề mặt bằng 16π , bán kính khối cầu đã cho bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có, giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c}$ vì vậy suy ra hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau ?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Đồ thị hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$

Câu 10. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$.

- A.** $I = -11$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 13$. **D.** $I = 27$.

Lời giải

Ta có $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$ suy ra $\int_{-2}^5 g(x)dx = -3$.

$$\text{Khi đó } I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - 4 \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_{-2}^5 dx = 8 + 12 - 7 = 13.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;3;4)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(2;3;0)$.

Câu 12. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 6z_1 + 5z_2$

- A.** $\bar{z} = 51 + 40i$. **B.** $\bar{z} = 51 - 40i$. **C.** $\bar{z} = 48 + 37i$. **D.** $\bar{z} = 48 - 37i$.

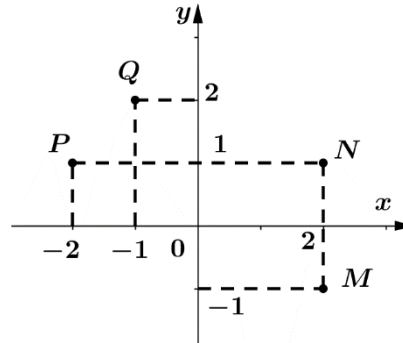
Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = 6z_1 + 5z_2 = 6(3 + 2i) + 5(6 + 5i) = 48 + 37i$.

Suy ra $\bar{z} = 48 - 37i$.

Câu 13 (NB) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?



- A.** N . **B.** P . **C.** M . **D.** Q .

Lời giải

Chọn D

Vì $z = -1 + 2i$ nên điểm biểu diễn số phức z có tọa độ $(-1;2)$, đối chiếu hình vẽ ta thấy đó là điểm Q .

Câu 14. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và $y = 1 - 2x$ là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường đã cho là:

$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$ (Có thể dùng máy tính giải pt bậc 3)

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x + 2 = 0(VN) \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của hai đường đã cho là 1

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (2; 3; 5)$. B. $\vec{n}_3 = (-2; 3; 5)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng (P) có phương trình: $(P): 2x - 3y + 5 = 0$ thì mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (2; -3; 0)$.

Câu 16. Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 dx = x \Big|_0^3 = 3 - 0 = 3$.

Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 3. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 12. B. 8. C. 3. D. 4.

Lời giải

Gọi V , S , h lần lượt là thể tích của khối lăng trụ, diện tích đáy và chiều cao của hình lăng trụ.

Từ giả thiết ta có $V = 12$, $S = 3$. Do $V = S.h \Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{12}{3} = 4$.

Câu 18. Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn là Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?

- A. 48. B. 120. C. 24. D. 6.

Lời giải

Ta coi hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau là một nhóm X .

Xếp X và 3 bạn còn lại vào vị trí có $4!$ cách xếp.

Ứng với mỗi cách xếp ở trên, có $2!$ cách xếp hai bạn Lan và Hồng trong nhóm X .

Theo quy tắc nhân ta có $4! \cdot 2! = 48$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19. Cho a , b là hai số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -4. D. 5.

Lời giải

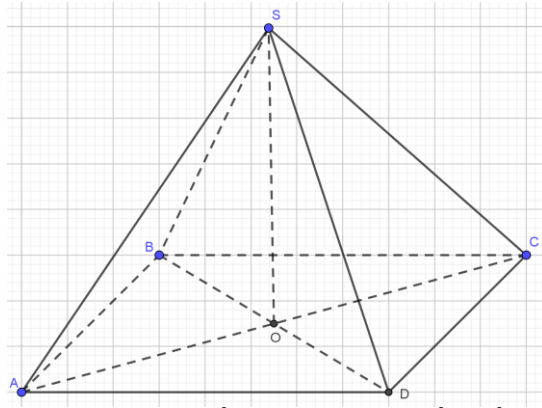
Chọn A

Ta có $a + 6i = 2 - 2bi \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 6 = -2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$.

Câu 20. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 2. Gọi $O = AC \cap BD$, ta có SO là đường cao của hình chóp, $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \sqrt{2} \cdot 2^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 21. [**Mức độ 2**] Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

- A.** $x = 7$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ta có: $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3$

$$\Leftrightarrow x = 8 + 1 = 9 \text{ (Nhận).}$$

Câu 22. [**Mức độ 2**] Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A.** $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$. **B.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.
C. $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$. **D.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Vận dụng công thức đạo hàm của hàm hợp $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$, ta có:

$$y' = (x^2 - 3x)' \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow y' = (2x - 3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3.$$

Câu 23. [**Mức độ 1**] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = x^3 + 2x + 1$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

A. $y = x^3 + 2x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Vì cơ số 3 của hàm số lôgarit lớn hơn 1 nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ (Loại)

C. Vì cơ số của hàm số mũ $0 < \frac{1}{2} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (Loại)

D. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$. (Loại).

Câu 24. [**Mức độ 1**] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 6x + 1$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết hoành độ tiếp điểm bằng 1.

- A.** $y = 3x - 4$. **B.** $y = 3x - 7$. **C.** $3x - 5$. **D.** $y = 3x - 6$.

Lời giải

Với $x=1$ thì $y=-1 \Rightarrow M(1;-1) \in (C)$

$$y = x^3 + 3x^2 - 6x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - 6$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có phương trình:

$$y = y'(1)(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = 3(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = 3x - 4$$

Câu 25. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$		

Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Xét sự tương giao giữa đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$, ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Do đó phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm.

Câu 26. [Mức độ 2] Đặt $\log_3 5 = a$. Khi đó $\log_{15} 75$ bằng

A. $\frac{a+1}{2a+1}$.

B. $\frac{2a+1}{a-1}$.

C. $\frac{2a-1}{a+1}$.

D. $\frac{2a+1}{a+1}$.

Ta có:

$$\log_{15} 75 = \frac{\log_3 75}{\log_3 15} = \frac{\log_3 3 \cdot 5^2}{\log_3 3 \cdot 5} = \frac{\log_3 3 + \log_3 5^2}{\log_3 3 + \log_3 5} = \frac{1 + 2\log_3 5}{1 + \log_3 5} = \frac{2a+1}{a+1}.$$

Câu 27. [Mức độ 2] Cho khối cầu bán kính bằng 5, cắt khối cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một hình tròn có bán kính bằng 4. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của khối cầu đã cho.

A. $V = \frac{21\sqrt{3}\pi}{4}$.

B. $V = \frac{4\sqrt{21}\pi}{3}$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = 12\pi$.

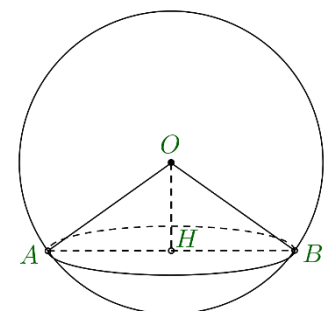
Lời giải

Theo giả thiết, ta có: $OA = 5$, $AH = 4$,

Suy ra $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3$

Diện tích hình tròn $S = \pi r^2 = \pi \cdot AH^2 = 16\pi$

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot OH = \frac{1}{3} \cdot 16\pi \cdot 3 = 16\pi$



Câu 28. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác

vuông cân tại A , $BC = a$, và $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Số đo

đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

ABC
góc giữa

A. 30° .

B. 75° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Xét tam giác ABC , ta có:

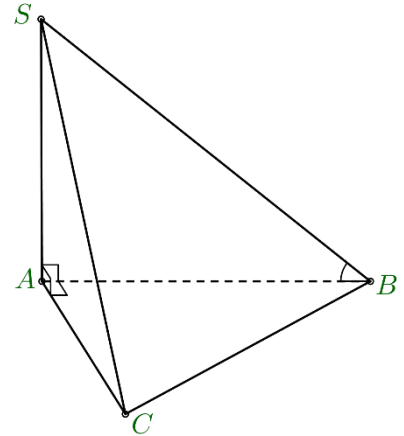
$$2AB^2 = BC^2 = a^2 \Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có: AB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) nên

$$(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$$

Xét tam giác vuông SAB , ta có:

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ.$$



Câu 29. [Mức độ 3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

A. $m \geq -1$.

B. $m = -2$.

C. $m \leq -1$.

D. $m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$ khi $(-3;0)$ nằm trong khoảng hai nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq -3 < 0 \leq 2m - 1 \\ 2m - 1 \leq -3 < 0 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2m - 1 \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Câu 30. [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V = 12$. Thể tích khối chóp $ABCC'B'$ bằng

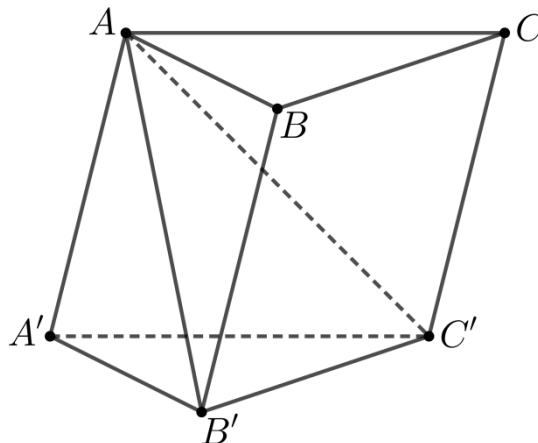
A. 3.

B. 6.

C. 9.

D. 8.

Lời giải



$$\text{Ta có: } V = V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{3}V + V_{A.BCC'B'}.$$

Do đó: $V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}.12 = 8.$

Câu 31. [Mức độ 3] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt giá trị cực đại tại $x = 3$.

A. $m = -1.$

B. $m = 5$

C. $m = -7.$

D. $m = 1$

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; và: $y'' = 2x - 2m$

Giả sử $x = 3$ là điểm cực đại, khi đó ta có: $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$

Với $m = 5$, hàm số trở thành: $y = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $y' = x^2 - 10x + 21$

Xét dấu y' ta thấy $x = 3$ là điểm cực đại của hàm số. Vậy $m = 5$, chọn B.

Câu 32. [Mức độ 3] Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc α tạo bởi hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ có số đo bằng.

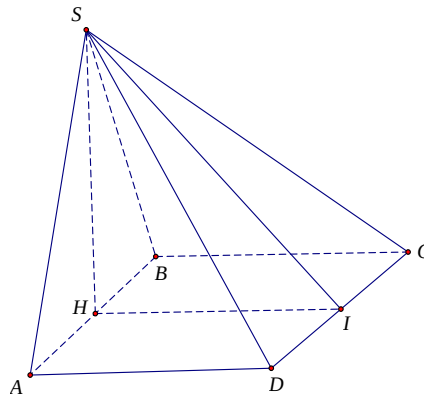
A. $\alpha = 90^\circ.$

B. $\alpha = 30^\circ.$

C. $\alpha = 60^\circ.$

D. $\alpha = 45^\circ.$

Lời giải



- Gọi H là trung điểm AB , do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. Lại do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên: $SH \perp (ABCD)$.

- Gọi I là trung điểm CD . Dễ thấy góc α là góc SIH .

- Trong đó: SH là đường cao của tam giác đều cạnh $2a$ nên $SH = a\sqrt{3}$, $HI = AD = a$.

- Khi đó: $\tan \alpha = \tan SIH = \frac{SH}{HI} = \sqrt{3}$, suy ra $\alpha = 60^\circ$. Chọn C.

Câu 33. Cho số phức $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z|(2 + i) = z - 1 + i(2z + 3)$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -1.$

B. $S = 1.$

C. $S = 7.$

D. $S = -5.$

Lời giải

Chọn A

$$|z|(2 + i) = z - 1 + i(2z + 3) \Leftrightarrow |z|(2 + i) + 1 - 3i = z(1 + 2i) \Leftrightarrow (1 + 2|z|) + (|z| - 3)i = z(1 + 2i)$$

Suy ra: $(1 + 2|z|)^2 + (|z| - 3)^2 = 5|z|^2 \Leftrightarrow |z| = 5$

Khi đó, ta có: $5(2 + i) = z - 1 + i(2z + 3) \Leftrightarrow z(1 + 2i) = 11 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{11 + 2i}{1 + 2i} = 3 - 4i$

Vậy $S = a + b = 3 - 4 = -1$.

Câu 34. [Mức độ 2] Năm 2020, một doanh nghiệp X có tổng doanh thu là 150 tỉ đồng. Dự kiến trong 10 năm tiếp theo, tổng doanh thu mỗi năm sẽ tăng thêm 12% so với năm liền trước. Theo dự kiến đó thì kể từ năm nào, tổng doanh thu của doanh nghiệp X vượt quá 360 tỉ đồng?

A. 2026.

B. 2027.

C. 2028.

D. 2029.

Lời giải

Ta có: tổng doanh thu của doanh nghiệp X tại năm thứ n là:

$$T = 150(1 + 0,12)^n = 150 \cdot 1,12^n.$$

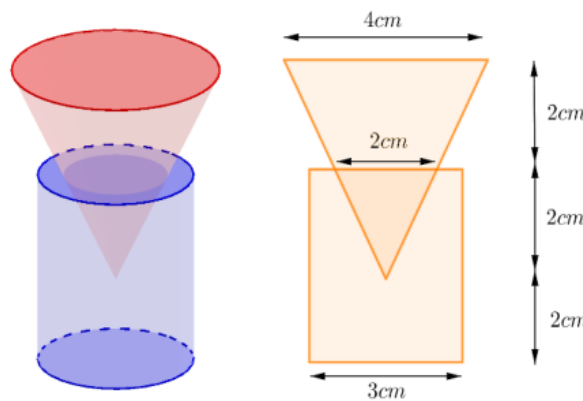
Để tổng doanh thu vượt quá 360 tỉ đồng

$$\Rightarrow 150 \cdot 1,12^n > 360 \Leftrightarrow n > \log_{1,12} \left(\frac{360}{150} \right) \Rightarrow n > 7,725.$$

Do n nguyên nên $\Rightarrow n = 8$

Vậy kể từ năm 2028 doanh thu của doanh nghiệp X sẽ vượt quá 360 tỉ đồng.

Câu 35. [Mức độ 2] Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng đi qua trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ dưới. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



A. $V = 13\pi$.

B. $V = \frac{41\pi}{3}$.

C. $V = 17\pi$.

D. $V = 23\pi$.

Lời giải

Thể tích nút chai gồm thể tích của hình trụ và thể tích của hình nón cụt.

$$\text{Thể tích hình trụ là: } V_T = \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^2 \cdot 4 = 9\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Hình nón cụt có bán kính đáy lớn $R = 2\text{ cm}$, chiều cao $h = 4\text{ cm}$; bán kính đáy nhỏ $R' = 1\text{ cm}$, chiều cao $h' = 2\text{ cm}$.

$$\text{Thể tích của nón cụt là: } V_{N.C} = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 4 - \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{14\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Vậy thể tích nút chai là: } V_{(H)} = 9\pi + \frac{14\pi}{3} = \frac{41\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 36. [Mức độ 3] Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $\frac{34}{3}$.

B. 6.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 12.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $\log_3 x = t$, phương trình trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ (2).

Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi phương trình (2) có 2 nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 4-2\sqrt{2}] \cup [4+2\sqrt{2}; +\infty).$$

Theo giả thiết $x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$.

Theo viết ta có $t_1 + t_2 = m+2 = 3 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $m=1$, phương trình (2) có dạng $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 3 \\ t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 9 \end{cases}$.

Vậy $x_1 + x_2 = 12$.

Câu 37: [Mức độ 2] Cho phương trình $\log_2^2 x^2 - \log_{\sqrt{2}}(2x) - 1 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$ ta được phương trình nào sau đây.

A. $4t^2 - 2t - 3 = 0$. **B.** $2t^2 - 2t - 3 = 0$. **C.** $4t^2 - 2t - 5 = 0$. **D.** $t^2 - 2t - 3 = 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x^2 - \log_{\sqrt{2}}(2x) - 1 = 0 \Leftrightarrow (2\log_2 x)^2 - 2\log_2(2x) - 1 = 0$

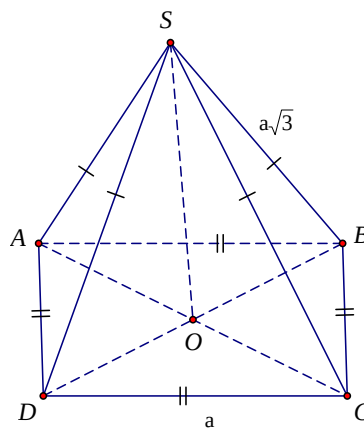
$$\Leftrightarrow 4\log_2^2 x - 2(1 + \log_2 x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$$

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình trở thành: $4t^2 - 2t - 3 = 0$.

Câu 38: [Mức độ 2] Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải



Giả sử $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{3}$, điểm O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có: $\triangle SAC$ cân tại S và O là trung điểm của AC nên $SO \perp AC$.

$\triangle SBD$ cân tại S và O là trung điểm của BD nên $SO \perp BD$.

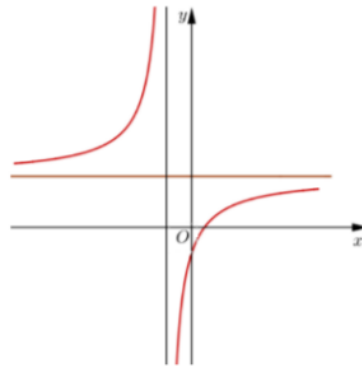
Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$.

$$AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$

Câu 39. [**Mức độ 2**] Hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $bd > 0, ad > 0$. **B.** $bd < 0, ab > 0$. **C.** $ad > 0, ab < 0$. **D.** $ab < 0, ad < 0$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương.

Mặt khác, từ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ suy ra đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

Từ đó suy ra : $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$.

Từ hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ suy ra đồ thị có các đường tiệm cận ngang và đứng lần

lượt $y = \frac{a}{c}; x = -\frac{d}{c}$.

Từ đồ thị hàm số suy ra $\begin{cases} \frac{a}{c} > 0 \\ -\frac{d}{c} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac > 0 \\ dc > 0 \end{cases} \Rightarrow adc^2 > 0 \Rightarrow ad > 0$.

Câu 40. [**Mức độ 3**] Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \sqrt{x+7} > x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+7 > (x+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ -3 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$.

Câu 41. [Mức độ 3] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $m.16^x - (2m+1).12^x + m.9^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1)$?

A. 6.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Xét bất phương trình :

$$m.16^x - (2m+1).12^x + m.9^x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m.\left(\frac{16}{9}\right)^x - (2m+1).\left(\frac{12}{9}\right)^x + m \leq 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x$. Với $x \in (0;1) \Rightarrow t \in \left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Khi đó bất phương trình (1) trở thành $mt^2 - (2m+1)t + m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2} \quad (2)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$ trên khoảng $\left(1; \frac{4}{3}\right)$ có $f'(t) = \frac{-t^2+1}{(t-1)^4} < 0, \forall t \in \left(1; \frac{4}{3}\right)$

Khi đó bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1) \Leftrightarrow$ bất phương trình (2)

nghiệm đúng với mọi $t \in \left(1; \frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow m \leq f\left(\frac{4}{3}\right) = 12$.

Vậy số các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn bài toán là 12.

Câu 42. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = 2a$, $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

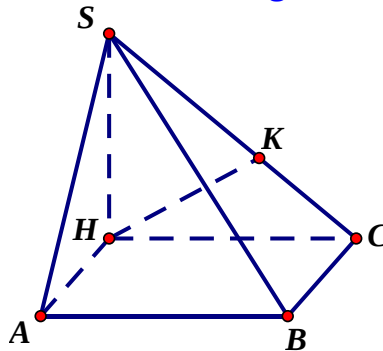
A. $16\pi a^2$.

B. $12\pi a^2$.

C. $20\pi a^2$.

D. $18\pi a^2$.

Lời giải



Do $SAB = SCB = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có đường kính là SB .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAH) \Rightarrow AB \perp AH \quad (1)$

Tương tự ta chứng minh được $CB \perp (SCH) \Rightarrow CB \perp CH \quad (2)$

Từ (1), (2) và $AB = BC$ ta có $ABCH$ là hình vuông $\Rightarrow AH \parallel BC \Rightarrow AH \parallel (SBC)$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = d(H; (SBC)) = a\sqrt{3}$.

Dựng $HK \perp SC (K \in SC)$.

Khi đó $HK \subset (SCH), CB \perp (SCH) \Rightarrow HK \perp CB$.

$$\Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow d(H; (SBC)) = HK = a\sqrt{3}.$$

Xét ΔSHC vuông tại H có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2}$ mà

$$HK = a\sqrt{3}, HC = AB = 2a \Rightarrow SH = 2a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = 4a.$$

Xét ΔSBC vuông tại C có $SB = \sqrt{SC^2 + BC^2} = 2a\sqrt{5}.$

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = a\sqrt{5}$ và diện tích $S = 20\pi a^2.$

Câu 43. [Mức độ 4] Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{36}{385}.$

B. $\frac{18}{385}.$

C. $\frac{72}{385}.$

D. $\frac{144}{385}.$

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^3 C_9^3 C_6^3.$

Để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá:

- Chọn 2 học sinh giỏi và xếp vào 1 trong 4 nhóm: $C_5^2.C_4^1.$
- Xếp 3 học sinh giỏi còn lại vào 3 nhóm còn lại: $3!.$
- Xếp 4 học sinh khá vào 4 nhóm (mỗi nhóm 1 học sinh): $4!.$
- Xếp 3 học sinh trung bình: $3!.$

$$\Rightarrow n(A) = C_5^2.C_4^1.3!.4!.3! \Rightarrow p(A) = \frac{36}{385}.$$

Câu 44. [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

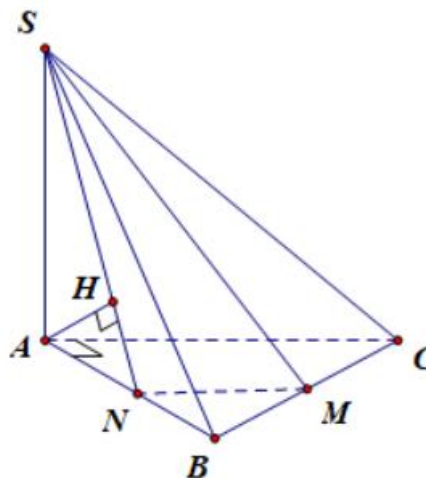
A. $\frac{\sqrt{39}a}{12}.$

B. $\frac{\sqrt{2}a}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}.$

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}.$

Lời giải



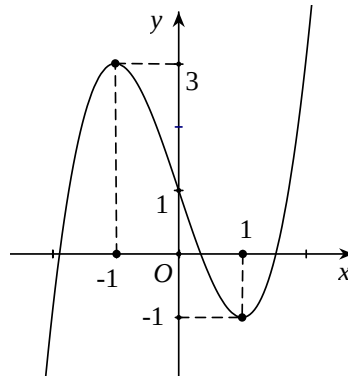
Gọi N là trung điểm AB . Kẻ $AH \perp SN$.

Ta có $\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH.$

Từ đó suy ra $AH \perp (SMN) \Rightarrow d(SM; AC) = d(AC; (SMN)) = d(A; (SMN)) = AH$.

Lại có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{13}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{39}a}{13}$.

Câu 45. [Mức độ 4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m để phương trình $f(\cos x) = 3\cos x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. -8.

B. -10.

C. -5.

D. -6.

Lời giải

Đặt $t = \cos x$, với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $t \in (0; 1]$ nên phương trình trở thành $f(t) = 3t + m$.

Số nghiệm của phương trình $f(t) = 3t + m$ là số giao điểm của đồ thị (C) hàm số $y = f(t)$ với $t \in (-1; 1)$ và đường thẳng $d: y = 3t + m$.

Ta thấy d song song hoặc trùng với đường thẳng $d': y = 3t$

- d đi qua điểm $A(0; 1) \Leftrightarrow 1 = 0 + m \Leftrightarrow m = 1$
- d đi qua điểm $B(1; -1) \Leftrightarrow -1 = 3 + m \Leftrightarrow m = -4$.

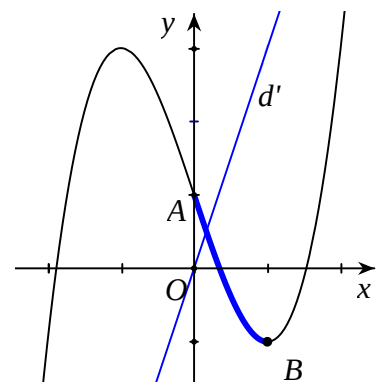
Do đó

Phương trình $f(\cos x) = 3\cos x + m$ có nghiệm thuộc khoảng

$$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$\Leftrightarrow$ Phương trình trở thành $f(t) = 3t + m$ có nghiệm $t \in (0; 1]$

$\Leftrightarrow d$ cắt đồ thị (C) hàm số $y = f(t)$ với $t \in (0; 1]$



$$\Leftrightarrow -4 \leq m < 1.$$

$$\text{Suy ra } S = \{-4; -3; -2; -1\}.$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng -10 .

Câu 46. [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình thoi có cạnh bằng $4a$, $AA' = 6a$, $BCD = 120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của $AB', B'C, BD'$. Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K .

- A. $9a^3$. B. $16a^3\sqrt{3}$. C. $9a^3\sqrt{3}$. D. $12a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là giao điểm của AA', BB', CC' và mặt phẳng (MNK) .

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$: $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{4}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{4}V$.

Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của khối tứ diện $A.A_1MK$, $B.B_1MN$, $C.C_1NK$.

Ta có:

$$\begin{aligned} * V_1 &= V_{A.A_1MK} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta A_1MK} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} S_{\Delta A_1B_1C_1} \right) \cdot AA_1 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta A_1B_1C_1} \cdot AA_1 = \frac{1}{12} V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{48} V. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * V_2 &= V_{B.B_1MN} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta B_1MN} \cdot BB_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} S_{\Delta B_1A_1C_1} \right) \cdot BB_1 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta B_1A_1C_1} \cdot BB_1 = \frac{1}{12} V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{48} V. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * V_3 &= V_{C.C_1NK} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta C_1NK} \cdot CC_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} S_{\Delta C_1B_1A_1} \right) \cdot CC_1 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{\Delta C_1B_1A_1} \cdot CC_1 = \frac{1}{12} V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{48} V \end{aligned}$$

.

*

$$V = S_{ABCD} \cdot A'A = 2S_{\Delta BCD} \cdot A'A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (4a) \cdot (4a) \cdot \sin 120^\circ \cdot (6a) = 48a^3\sqrt{3}$$

.

Do đó, thể tích khối đa diện lồi $ABCMNK$:

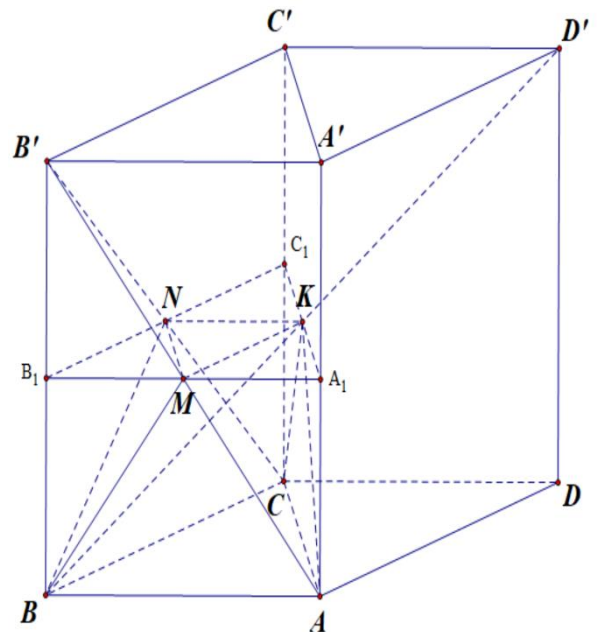
$$V_{ABCMNK} = \frac{1}{4}V_{ABCD.A'B'C'D'} - (V_1 + V_2 + V_3) = \frac{1}{4}V - 3 \cdot \frac{1}{48}V = \frac{3}{16}V = \frac{3}{16} \cdot 48a^3\sqrt{3} = 9a^3\sqrt{3}.$$

Kết luận: $V_{ABCMNK} = 9a^3\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w}-2-3i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

- A. $\sqrt{13}-3$ B. $\sqrt{17}-3$ C. $\sqrt{17}+3$ D. $\sqrt{13}+3$

Lời giải



Chọn B

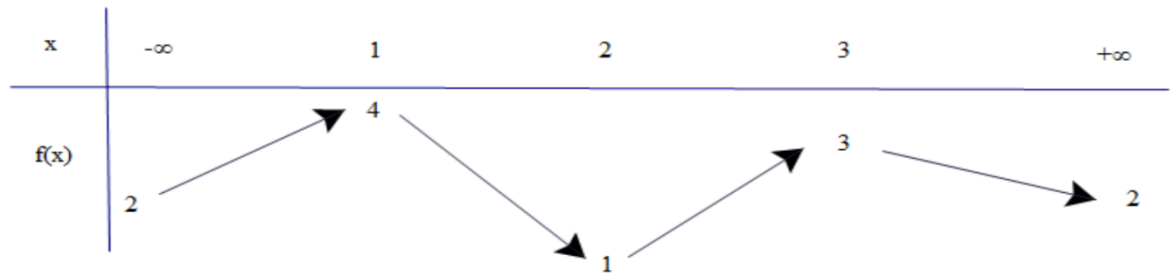
Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + iy$ thì M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, bán kính $R_1 = 1$.

$N(x'; y')$ biểu diễn số phức $w = x' + iy'$ thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; -3)$, bán kính $R_2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN .

Ta có $\overline{I_1 I_2} = (1; -4) \Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{17} > R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

$$\Rightarrow MN_{\min} = I_1 I_2 - R_1 - R_2 = \sqrt{17} - 3$$

Câu 48. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} + \log_2 [f^2(x) - 4f(x) + 5] = m \text{ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng}$$

A. 33.

B. 49.

C. 34.

D. 50.

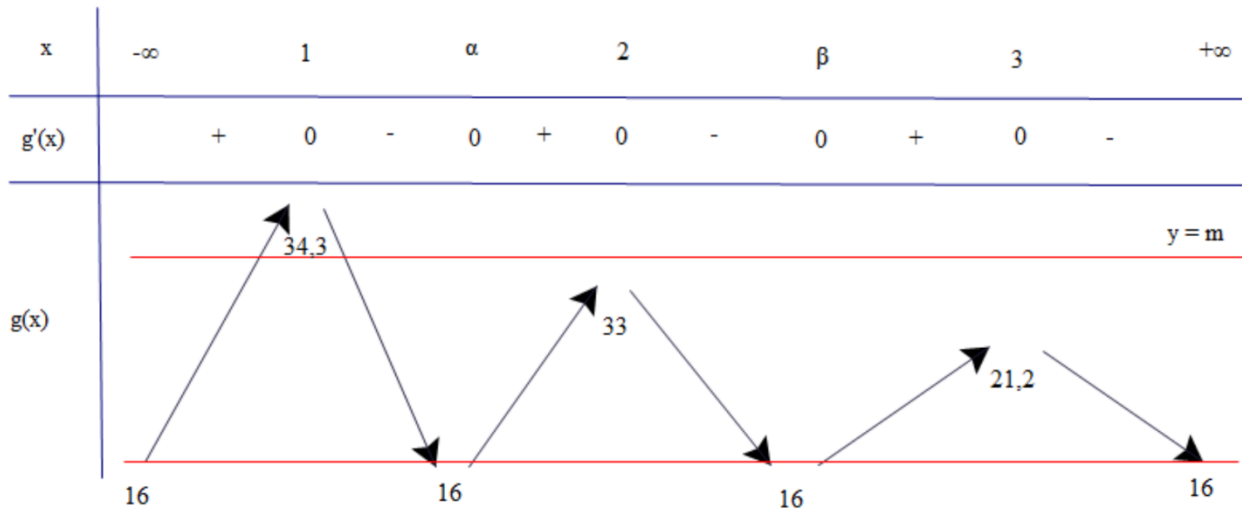
Lời giải

Xét $g(x) = 2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} + \log_2 [f^2(x) - 4f(x) + 5]$. Ta có:

$$* 1 \leq f(x) \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} * g'(x) &= \left(f(x) + \frac{4}{f(x)} \right)' 2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} \cdot \ln 2 + \frac{(f^2(x) - 4f(x) + 5)'}{(f^2(x) - 4f(x) + 5) \cdot \ln 2} \\ &= f'(x) \left(1 - \frac{4}{f^2(x)} \right) 2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} \cdot \ln 2 + \frac{f'(x) \cdot (2f(x) - 4)}{(f^2(x) - 4f(x) + 5) \cdot \ln 2} \\ &= f'(x) (f(x) - 2) \left[\left(\frac{f(x) + 2}{f^2(x)} \right) 2^{f(x) + \frac{4}{f(x)}} \cdot \ln 2 + \frac{2}{(f^2(x) - 4f(x) + 5) \cdot \ln 2} \right] \end{aligned}$$

$$* g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, x = 2, x = 3 \\ x = \alpha \in (1, 2); x = \beta \in (2, 3) \end{cases}$$



$$* \text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 < m < 34,3 \\ m = 16 \end{cases} \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{16, 34\}$$

Kết luận: Tổng các giá trị nguyên của tham số m là 50.

- Câu 49. [Mức độ 4]** Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x + 3^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để bất phương trình $f(f(x)) \geq x$ đúng với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$.
- A.** 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $f(f(x)) \geq x \Leftrightarrow f(f(x)) + f(x) \geq f(x) + x \Leftrightarrow g(f(x)) \geq g(x)$,

với $g(t) = f(t) + t \Rightarrow g'(t) = f'(t) + 1 = 3t^2 + \frac{1}{2} > 0 \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $g(f(x)) \geq g(x) \Leftrightarrow f(x) \geq x \Leftrightarrow x^3 - \frac{1}{2}x + 3^m \geq x \Leftrightarrow 3^m \geq \frac{3}{2}x - x^3 = h(x)$.

$h'(x) = \frac{3}{2} - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	2
y'	+	0	-
y		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	

Để $f(f(x)) \geq x$ đúng với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$ thì $3^m \geq h(x) \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow 3^m \geq \max_{(0; 2)} h(x)$.

Từ đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 3^m \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m \geq \log_3 \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -0,32$.

Do m nguyên thuộc đoạn $[-5; 5]$ nên $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. [**Mức độ 3**] Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ thỏa mãn $\log_a^2(bc) + \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 + 4 + \sqrt{9-c^2} = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + 3b + 2c$ gần với giá nào nhất sau đây:

A. 8.

B. 9.

C. 7.

D. 10.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức $(x+y)^2 \geq 4xy$, ta được

$$\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 \geq b^4c^4 \Rightarrow \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 \geq 4\log_a(bc) \text{ (vì } a > 1, b, c > 0).$$

Do đó

$$\log_a^2(bc) + \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 + 4 + \sqrt{9-c^2} \geq [\log_a(bc) + 2]^2 + \sqrt{9-c^2} \geq 0 \forall a > 1, b, c > 0.$$

$$\text{Dấu } = \text{ xảy ra khi } \begin{cases} b^3c^3 = \frac{bc}{4} \\ \log_a(bc) = -2 \\ c^2 = 9 \\ a > 1 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } T = a + 3b + 2c = \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 6 \approx 7,91.$$

Vậy giá trị của T gần 8 nhất.