

Câu 1 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

2) Giải phương trình $\frac{x}{x-3} = \frac{2x+3}{x(x-3)}$

Câu 2 (2 điểm)

1) Tìm m để hai đồ thị hàm số $y = 3x + m$ và $y = 2x - m + 4$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung .

2) Cho phương trình (ẩn x) $x^2 + 3x + 2m - 3 = 0$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + 4 = 2x_2$

Câu 3 (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} + 1} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right), (a > 0)$

2) Hai người cùng làm thì trong 4 ngày xong một công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm việc tiếp trong 1 ngày nữa thì xong một công việc. Hỏi mỗi người làm một mình bao lâu xong công việc.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm bên ngoài đường tròn , vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD không đi qua tâm O ($MC < MD$), gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh 4 điểm M, I, O, B nằm trên một đường tròn

b) Đường thẳng kẻ qua C song song với MA cắt AB , AD lần lượt tại N và K .

Chứng minh N là trung điểm của CK.

c) Gọi Q là giao điểm của CD và AB . chứng minh $\frac{MC}{MD} = \frac{QC}{QD}$

Câu 5 (1 điểm) Chứng minh rằng nếu $a + b \geq 2$ thì phương trình sau luôn có nghiệm $(x^2 + 2ax + b)(x^2 + 2bx + a) = 0$

-----Hết-----

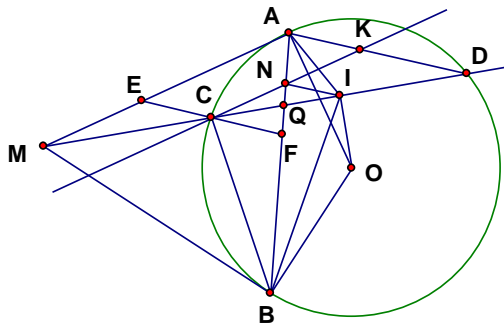
Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	Giải hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$	1
		$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2(2x - 3) = 8 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 7x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0.5
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$	0.25
	2	Giải phương trình $\frac{x}{x-3} = \frac{2x+3}{x(x-3)}$	1
		ĐK : $x \neq 0 ; x \neq 3$	0.25
		Biến đổi dẫn đến PT $x^2 - 2x - 3 = 0$	0.25
		Giải PT được : $x_1 = -1 ; x_2 = 3$	0.25
		Ta thấy $x = 3$ không thỏa mãn ĐK , $x = -1$ thỏa mãn ĐK. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm $x = -1$	0.25
2	1	Tìm m để hai đồ thị hàm số $y = 3x + m$ và $y = 2x - m + 4$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung .	1
		Ta có $a \neq a$ (vì $3 \neq 2$)	0.25
		Để hai đồ thị cắt nhau tại một điểm trên trục tung ta có $m = -m + 4 \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2$	0.5
		Vậy $m = 2$ thì hai đồ thị trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung	0.25
	2	Cho phương trình (ẩn x) $x^2 + 3x + 2m - 3 = 0$ Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 thỏa mãn $3x_1 + 4 = 2x_2$	1
		Có $\Delta = 9 - 4(2m - 3) = -8m + 21$, ĐK để phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $\Delta > 0 \Leftrightarrow -8m + 21 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{21}{8}$	0.25
		Theo định lí Vi ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \text{ (1)} \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 3 \text{ (2)} \end{cases}$,	0.25

		theo đề bài $3x_1 + 4 = 2x_2$ (3)	
		kết hợp (1) và (3) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ 3x_1 + 4 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$	0.25
		Thay $x_1 = -2$ và $x_2 = -1$ vào (2) ta được $2m - 3 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$ (thỏa mãn). Vậy $m = \frac{5}{2}$	0.25
3	1	Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} + 1} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right), (a > 0)$	1
		$A = \left(\frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}+1)} + \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) : \frac{a+\sqrt{a}+1}{a+1}$	0.25
		$= \left(\frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}+1)} + \frac{a+1}{(a+1)(2\sqrt{a}+1)} \right) : \frac{a+\sqrt{a}+1}{a+1}$	0.25
		$= \frac{a+2\sqrt{a}+1}{(a+1)(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{a+1}{a+\sqrt{a}+1} = \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{(a+1)(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{a+1}{a+\sqrt{a}+1}$	0.25
		$= \frac{\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}+1}$	0.25
	2	Hỏi mỗi người làm một mình bao lâu xong công việc.	1
		Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (ngày), thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (ngày). ĐK: $x > 0$ và $y > 0$	0.25
		Trong 1 ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc	
		Trong 1 ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc	
		Theo bài ra ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$,	0.25
		đặt $\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b$. Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} a + b = \frac{1}{4} \\ 10a + b = 1 \end{cases}$, giải hệ	
		phương trình ta được $a = \frac{1}{12}; b = \frac{1}{6}$ từ đó ta có nghiệm của hệ	0.25
		phương trình là $(x; y) = (12; 6)$	
		Ta thấy các giá trị $x = 12, y = 6$ thỏa mãn Đk đề bài. Vậy: Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 12 ngày, thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là 6 ngày	0.25

4		
a	<p>Chứng minh 4 điểm M,I,O,B nằm trên một đường tròn</p>	1
	<p>Vì I là trung điểm của CD (GT) $\Rightarrow OI \perp CD$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow MIO = 90^\circ$ Ta có $MBO = 90^\circ$ (theo tính chất của tiếp tuyến) $\Rightarrow MIO + MBO = 180^\circ$ \Rightarrow Tứ giác MIOB nội tiếp .Hay 4 điểm M,I,O,B nằm trên một đường tròn</p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>
b	<p>Chứng minh N là trung điểm của CK.</p>	1
	<p>Ta có $MAO = 90^\circ$ (theo tính chất của tiếp tuyến), $MIO = 90^\circ$ (c/m trên) $\Rightarrow A, I$ luôn nhìn MO dưới một góc vuông , nên 4 điểm M,A,I, O nằm trên một đường tròn Mà 4 điểm M,I,O,B nằm trên một đường tròn (c/m trên) \Rightarrow 5 điểm M,A,I,O,B nằm trên một đường tròn $\Rightarrow ABI = AMI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AI) Mà $NCI = AMI$ (đồng vị) $\Rightarrow NCI = NBI \Rightarrow$ Tứ giác NCBI nội tiếp $\Rightarrow NIC = NBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn CN) hay $NIC = ABC$ Mà $ADC = ABC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC) $\Rightarrow NIC = ADC$ mà chúng ở vị trí đồng vị $\Rightarrow NI \parallel KD$ Trong $\triangle CKD$ có I là trung điểm của CD (GT), $NI \parallel KD$ (c/m trên) $\Rightarrow N$ là trung điểm của CK</p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>
c	<p>chứng minh $\frac{MC}{MD} = \frac{QC}{QD}$</p>	1
	<p>Từ C kẻ một đường thẳng song song với AD cắt MA ,AB lần lượt tại E và F Xét $\triangle MAD$ có $CE \parallel AD$ theo định lí Ta let ta có : $\frac{MC}{MD} = \frac{CE}{AD}$ (1) Có $CE \parallel AD$ theo định lí Ta let ta có $\frac{QC}{QD} = \frac{CF}{AD}$ (2) Có $AE \parallel CK$ (GT) và $CE \parallel AK \Rightarrow AECK$ là hình bình hành $\Rightarrow CE = AK$ (3)</p>	<p>0.25 0.25</p>

	<p>Xét ΔKNA và ΔCNF có : $NCF = NKF$ (SL trong) $CN = NK$ (theo câu b), $CNF = KNA$ (đ.đỉnh) $\Rightarrow \Delta KNA = \Delta CNF \Rightarrow CF = AK$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow CE = CF$ (5) Từ (1),(2) , (5) $\Rightarrow \frac{MC}{MD} = \frac{QC}{QD}$</p>	0.25 0.25
5	<p>Chứng minh rằng nếu $a+b \geq 2$ thì phương trình sau luôn có nghiệm</p> $(x^2 + 2ax + b)(x^2 + 2bx + a) = 0$	1
	<p>PT $\Leftrightarrow x^2 + 2ax + b = 0$ (1) hoặc $x^2 + 2bx + a = 0$ (2) PT (1) có $\Delta_1 = a^2 - b$, PT (2) có $\Delta_2 = b^2 - a$ Ta có $\Delta_1 + \Delta_2 = a^2 + b^2 - a - b = a(a-1) + b(b-1)$ Đặt $a = m+1, b = n+1$ Vì $a+b \geq 2 \Rightarrow m+n \geq 0$ $\Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = (m+1)m + (n+1)n = m^2 + n^2 + (m+n) \geq 0$ (vì $m^2 + n^2 \geq 0, \forall m, n$ và $m+n \geq 0$) $\Rightarrow \Delta_1$ và Δ_2 ít nhất có một biệt thức không âm \Rightarrow có ít nhất một trong hai phương trình (1) và (2) có nghiệm . Vậy PT đã cho luôn có nghiệm, với $a+b \geq 2$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25