

Câu 1 (2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $|2x - 1| = 5$ b) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$ c) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + 4y = -14 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + 4\sqrt{x} \right) \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

b) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $360m^2$. Nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài đi 6m thì diện tích của mảnh đất không thay đổi. Tính chu vi ban đầu của mảnh đất.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 1$

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) : $y = 2x + m^2$ cắt Parabol (P) : $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 - y_2 + x_1^2 - 3x_2^2 + 2 = 0$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O ; R) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B và C là tiếp điểm) và cát tuyến AMN (M nằm giữa A và N) sao cho cung MBN nhỏ hơn cung MCN. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng MN. Đường thẳng BC cắt đoạn thẳng OA và tia OH thứ tự tại I và L. Chứng minh rằng :

- a) Bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn.
- b) $R^2 = OH \cdot OL$
- c) $MIN = 2 \cdot MCN$

Câu 5 (1,0 điểm)

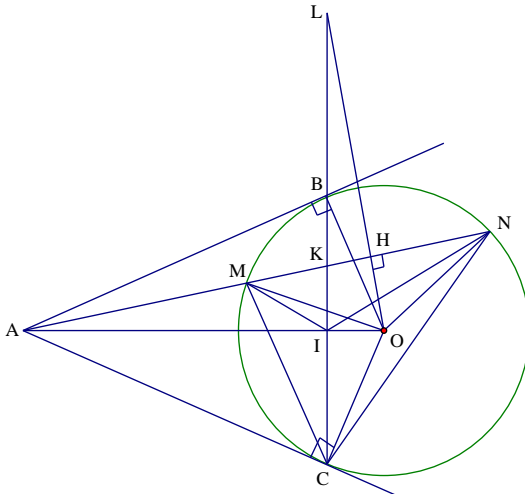
Cho các số dương a, b, c thoả mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng :

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq 3\sqrt{5}$$

..... Hết

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	a. (0,5 điểm). Giải phương trình $ 2x - 1 = 5$	
	$ 2x - 1 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 5 \\ 2x - 1 = -5 \end{cases}$	0,25
	Giải các phương trình tìm được $x = 3, x = -2$	0,25
	b. (0,75 điểm). Giải phương trình $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$	
	$2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$ Đặt $x^2 = t, t \geq 0$. Ta có phương trình $2t^2 - 3t - 2 = 0$	0,25
	Giải phương trình tìm được $t_1 = 2$ (t.m); $t_2 = -\frac{1}{2}$ (l)	0,25
Với $t = 2$, ta có $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Vậy PT có 2 nghiệm là $x = \pm\sqrt{2}$	0,25	
c. (0,75 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + 4y = -14 \end{cases}$		
Giải hệ phương trình $\Rightarrow \begin{cases} 8x + 4y = -4 \\ 3x + 4y = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$	0,5	
$\Rightarrow (x ; y) = (2 ; -5)$ Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm là $(x ; y) = (2 ; -5)$	0,25	
2 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm). Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + 4\sqrt{x} \right) \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.	
	$B = \frac{(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt{x} - 1)^2 + 4\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}}$	0,25
	$= \frac{x + 2\sqrt{x} + 1 - x + 2\sqrt{x} - 1 + 4\sqrt{x}(x - 1)}{x - 1} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}}$ $= \frac{4\sqrt{x} + 4x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}}{x - 1} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{4x\sqrt{x}}{x - 1} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{4}{x - 1}$	0,25 0,25 0,25
	Vậy $B = \frac{4}{x - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.	
b. (1,0 điểm)		
Gọi chiều rộng ban đầu của mảnh đất là x (m), $x > 0$ thì chiều dài ban đầu của mảnh đất là $\frac{360}{x}$ (m)	0,25	
Chiều rộng của mảnh đất sau khi tăng thêm 2m là : $x + 2$ (m)	0,25	

	<p>Chiều dài của mảnh đất sau khi giảm đi 6m là : $\frac{360}{x} - 6$ (m)</p> <p>Theo bài ra ta có phương trình $(x + 2)\left(\frac{360}{x} - 6\right) = 360$</p> <p>Biến đổi về được phương trình $x^2 + 2x - 120 = 0$</p> <p>Giải phương trình tìm được $x = 10$ (t.m) ; $x = -12$ (loại)</p> <p>Vậy chiều rộng ban đầu của mảnh đất là 10m, chiều dài ban đầu của mảnh đất là 36m. Chu vi ban đầu của mảnh đất là : $2(10 + 36) = 92m$.</p>	0,25
	<p>Vậy chiều rộng ban đầu của mảnh đất là 10m, chiều dài ban đầu của mảnh đất là 36m. Chu vi ban đầu của mảnh đất là : $2(10 + 36) = 92m$.</p>	0,25
3 (2,0 điểm)	<p>a. (1,0 điểm). Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 1$</p>	
	<p>Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng $y = ax + b$</p>	0,25
	<p>Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên ta có : $a = 2, b \neq -1$. Từ đó ta có $y = 2x + b$</p>	0,25
	<p>Vì đường thẳng $y = 2x + b$ đi qua điểm $M(-1; 4)$ nên ta có $2(-1) + b = 4 \Leftrightarrow b = 6$ (thỏa mãn $b \neq -1$)</p>	0,25
	<p>Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = 2x + 6$</p>	0,25
	<p>b. (1,0 điểm). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) : $y = 2x + m^2$ cắt Parabol (P) : $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 - y_2 + x_1^2 - 3x_2^2 + 2 = 0$.</p>	
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 = 0$ Vì $\Delta' = 1 + m^2 > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.</p>	0,25
	<p>Theo định lí Vi-ét ta có : $x_1 + x_2 = 2; x_1 x_2 = -m^2$ Ta lại có : $y_1 - y_2 + x_1^2 - 3x_2^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - 3x_2^2 + 2 = 0$ $\Leftrightarrow 2x_1^2 - 4x_2^2 = -2 \Leftrightarrow 2(2 - x_2)^2 - 4x_2^2 = -2$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x_2^2 + 4x_2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 1; x_2 = -5$</p>	0,25
<p>+) Với $x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1$. Suy ra : $-m^2 = 1$ (loại) +) Với $x_2 = -5 \Rightarrow x_1 = 7$. Suy ra : $-m^2 = -35 \Leftrightarrow m^2 = 35 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{35}$ Vậy $m = \pm\sqrt{35}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.</p>	0,25	
4	<p>a. (1,0 điểm). Chứng minh bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn</p>	

(3,0 điểm)		
	<p>Ta có $HM = HN$ (gt) $\Rightarrow OH \perp MN \Rightarrow AHO = 90^0$</p> <p>$OB \perp AB$ (AB là tiếp tuyến) $\Rightarrow ABO = 90^0$</p> <p>$OC \perp AC$ (AC là tiếp tuyến) $\Rightarrow ACO = 90^0$</p> <p>Ba điểm B, H, C cùng nhìn đoạn OA dưới một góc vuông nên 4 điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	b. (1,0 điểm). Chứng minh $R^2 = OH.OI$	
	<p>Chứng minh được $BC \perp OA$ và chỉ ra được hệ thức $OB^2 = OI.OA$ hay $R^2 = OI.OA$ (1)</p>	0,25
	<p>Chứng minh được $\Delta OHA \sim \Delta OIL$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OA}{OL} \Rightarrow OH.OI = OA.OI$ (2)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	Từ (1) và (2) suy ra $R^2 = OH.OI$ (đpcm)	
c. (1,0 điểm). Chứng minh $MIN = 2.MCN$		
Xét tam giác ABO có được $AB^2 = AI.AO$ (3)	0,25	
Xét đường tròn (O) chứng minh được $AB^2 = AM.AN$ (4)	0,25	
Từ (3) và (4) suy ra $AI.AO = AM.AN \Rightarrow \frac{AI}{AN} = \frac{AM}{AO}$	0,25	
<p>Từ đó chứng minh được $\Delta AMI \sim \Delta AON$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow \angle AMI = \angle AON \Rightarrow$ Tứ giác MNOI nội tiếp</p> <p>$\Rightarrow \angle MIN = \angle MON$ (cùng chắn cung MN) (5)</p> <p>Mà $\angle MON = 2.MCN$ (cùng chắn cung MN của (O)) (6)</p> <p>Từ (5) và (6) suy ra $MIN = 2.MCN$ (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>	
5 (1,0 điểm)	<p>Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng :</p> $\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq 3\sqrt{5}$	
	Ta có : $4(2a^2 + ab + 2b^2) = 5(a^2 + 2ab + b^2) + 3(a^2 - 2ab + b^2)$	0,25

$= 5(a+b)^2 + 3(a-b)^2 \geq 5(a+b)^2, \text{ vì } (a-b)^2 \geq 0$ <p>Vì a, b dương nên</p> $2\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \sqrt{5}(a+b) \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b) \quad (1)$	
<p>Học sinh chứng minh tương tự để có :</p> $\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c) \quad (2) \text{ và } \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a) \quad (3)$	0,25
<p>Cộng theo vế các bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được</p> $\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$ $\geq \frac{\sqrt{5}}{2}.2(a+b+c) = 3\sqrt{5}$	0,25
<p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a + b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1.$</p>	0,25

Lưu ý : Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa