

Bài 1(1,5 điểm)

a) Cho biết $a = 2 + \sqrt{3}$ và $b = 2 - \sqrt{3}$. Tính giá trị biểu thức: $P = a + b - ab$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Bài 2: (2,5điểm)

1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$

2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$$
. Tìm m nguyên sao cho HPT có nghiệm duy nhất (x;y)

thỏa mãn $A = 3x - y$ đạt GT nguyên.

Bài 3: (điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi $m = 6$.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = 3$.

2. Giải bài toán bằng cách lập pt sau: Hai xe ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B cách nhau 60 km. Xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 10 km/h nên đã đến nơi sớm hơn 18 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 4: (3điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $AE \cdot AF = AC^2$.

c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5:(1điểm) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác. Chứng minh:

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2} (a + b + c)$$

.....Hết.....

Bài	ý	Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5điểm)	a)	Ta có: $a + b = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$ $a \cdot b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$. Suy ra $P = 3$.	0,25đ 0,50đ
	b)	$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,75đ
Bài 2 (2,5điểm)	1.a)	$P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \quad (x > 0; x \neq 1)$ $= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}}$ $= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x}$	1,0đ
	1.b)	Với $x > 0, x \neq 1$ thì $\frac{x - 1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x - 1) > x \Leftrightarrow x > 2$. Vậy với $x > 2$ thì $P > \frac{1}{2}$.	0,50đ
	2.	$\begin{cases} mx - y = 3 & (1) \\ 2x + my = 9 & (2) \end{cases}$ Từ (1) ta có $y = mx - 3$ thay vào (2) ta được: $2x + m(mx - 3) = 9$ $\Leftrightarrow (m^2 + 2)x = 3m + 9$ $\Leftrightarrow x = \frac{3m + 9}{m^2 + 2} \quad (\text{do } m^2 + 2 > 0)$ $\Rightarrow y = \frac{9m - 6}{m^2 + 2}$ $A = 3x - y = \frac{33}{m^2 + 2}$ Để A nguyên thì $m^2 + 2$ là ước của 33, mà $m^2 + 2 \geq 0$ nên $\begin{cases} m^2 + 2 = 11 \\ m^2 + 2 = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9 \\ m^2 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m = \pm \sqrt{31} \end{cases}$ Do m là số nguyên nên $m = 3$ hoặc $m = -3$	0,50đ 0,25đ 0,25đ
Bài 3 (2điểm)	1.a)	Với $m = 6$, ta có phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$ $\Delta = 25 - 4 \cdot 6 = 1$. Suy ra phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 3; x_2 = 2$.	0,50đ
	1.b)	Ta có: $\Delta = 25 - 4 \cdot m$ Để phương trình đã cho có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{25}{4}$ (*) Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 5$ (1); $x_1 x_2 = m$ (2). Mặt khác theo bài ra thì	0,25đ 0,25đ

		$ x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$ $\Leftrightarrow 5^2 - 4m = 9 \Leftrightarrow m = 4(t/m)$	0,50đ
	2.	Gọi vận tốc ô tô 1 là x (km/h, $x > 10$) Vận tốc ô tô 2 là : $x - 10$ (km/h) Thời gian ô tô 1 là: $\frac{60}{x}$ (h) Thời gian ô tô 2 là : $\frac{60}{x - 10}$ (h) Theo bài ta có phương trình: $\frac{60}{x - 10} - \frac{60}{x} = \frac{18}{60}$ Giải pt ta được $x_1 = 50$ (t/m); $x_2 = -40$ (loại) Vậy vận tốc 2 ô tô là 50km/h và 40km/h	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Bài 4 (3điểm)			0,25đ
	a)	Tứ giác BEFI có: $\angle BIF = 90^\circ$ (gt) $\angle BEF = \angle BEA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Suy ra tứ giác BEFI nội tiếp đường tròn đường kính BF	0,75đ
	b)	Vì $AB \perp CD$ nên $AC = AD$, suy ra $\angle ACF = \angle AEC$. Xét $\triangle ACF$ và $\triangle AEC$ có góc A chung và $\angle ACF = \angle AEC$. Suy ra: $\triangle ACF \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AE \cdot AF = AC^2$	0,25đ 0,25đ 0,50đ
	c)	Theo câu b) ta có $\angle ACF = \angle AEC$, suy ra AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ (1). Mặt khác $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra $AC \perp CB$ (2). Từ (1) và (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$, mà CB cố định nên tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung nhỏ BC.	0,50đ 0,50đ
Bài 5 (2điểm)		Chứng minh bất đẳng thức: $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$, ta có: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \geq a + b$ (2) Tương tự, ta được: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \geq b + c$ (3) và $\sqrt{2} \cdot \sqrt{c^2 + a^2} \geq c + a$ (4) Lấy (2) + (3) + (4) theo từng vế và rút gọn, suy ra (1) đúng, đpcm.	0,25đ 0,75đ

Thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.