

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x(2x-3)=5$

b)
$$\begin{cases} 2(x-1)+y=3 \\ x-3(y+2)=-14 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Cho hàm số bậc nhất $y=(m-2)x+m^2-2m+3$ có đồ thị là (d). Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua giao điểm của 2 đường thẳng sau:

$2x+y=5$ và $y=-1+4x$

b) Rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{5\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)+1$

với $x>0$ và $x\neq 4$.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Một đội công nhân theo kế hoạch phải sản xuất 120 sản phẩm, nhưng đến khi thực hiện công việc không những 2 công nhân được điều đi làm việc khác mà đội còn được giao thêm 30 sản phẩm nữa. Vì vậy, để hoàn thành công việc được giao mỗi công nhân còn lại phải làm nhiều hơn 5 sản phẩm nữa so với kế hoạch. Tính số công nhân của đội lúc đầu. (Biết rằng năng suất mỗi công nhân như nhau).

b) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m=0$ (mlà tham số)

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm cùng dấu x_1, x_2 đồng thời biểu thức sau đạt

giá trị nhỏ nhất: $A=\frac{x_1^2+x_2^2-3(x_1+x_2)+6}{x_1x_2}$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài (O) kẻ 2 tiếp tuyến MC, MD và cát tuyến MAB với đường tròn (A, B, C, D thuộc đường tròn và dây AB không đi qua O; A nằm giữa M và B). Gọi I là trung điểm của AB, H là giao điểm của MO và CD.

a) Chứng minh 5 điểm M, O, I, C, D cùng nằm trên một đường tròn;

b) Gọi E là giao điểm của 2 đường thẳng CD và OI, S là giao điểm của MI và EH. Chứng minh OS vuông góc với EM và $MH.MO+EI.EO=ME^2$

c) Kẻ dây BN song song với CD. Chứng minh ba điểm A, H, N thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hai số dương x, y thay đổi thoả mãn $xy=12$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{2}{x}+\frac{6}{y}+\frac{9}{3x+y}$.

----- Hết -----

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2điểm)	a) $x(2x-3)=5 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5=0$	0,25
	Có $a-b+c=0$	0,25
	nên phương trình có 2 nghiệm là $x_1=-1, x_2=\frac{5}{2}$	0,5
	b) $\begin{cases} 2(x-1)+y=3 \\ x-3(y+2)=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=-8 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+3y=15 \\ x-3y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=7 \\ 2x+y=5 \end{cases}$	0,25
Câu 2 (2điểm)	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(1;3)$	0,5
	Giao điểm của 2 đường thẳng $2x+y=5$ và $y=-1+4x$ là nghiệm hệ pt $\begin{cases} 2x+y=5 \\ y=-1+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ Giao điểm 2 đt là $M(1;3)$	0,25
	Do hàm số đã cho là hàm số bậc nhất nên $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$	0,25
	(d) đi qua giao điểm 2 đường thẳng nên $3=(m-2)1+m^2-2m+3 \Leftrightarrow m^2-m-2=0 \Leftrightarrow m=-1; m=2$	0,25
	Đối chiếu ĐK kết luận $m=-1$	0,25
	b) $A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{5\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)+1$ $A=\frac{\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}:\frac{x-4-x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+1$	0,25
	$A=\frac{-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}:\frac{-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+1$	0,25

	$A = \frac{-4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-4} + 1$	0,25
	$A = \sqrt{x} - 1 + 1 = \sqrt{x}$ Vậy $A = \sqrt{x}$, với $x > 0$ và $x \neq 4$	0,25
Câu 3 (2điểm)	a) Gọi số công nhân của đội lúc đầu là x (x nguyên dương, $x > 2$) Số công nhân thực tế tham gia làm việc là: $x - 2$ Theo kế hoạch mỗi công nhân phải sản xuất $\frac{120}{x}$ (sản phẩm) Thực tế mỗi công nhân phải sản xuất $\frac{150}{x-2}$ (sản phẩm)	0,25
	Theo bài ra ta có phương trình : $\frac{150}{x-2} - \frac{120}{x} = 5$	0,25
	Đưa về phương trình bậc 2, giải phương trình ta được $x_1 = 12$; $x_2 = -10$	0,25
	Đổi chiếu điều kiện và kết luận Vậy số công nhân lúc đầu của đội là 12 người.	0,25
	a) $\Delta' = [-(m+1)]^2 - m = (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ $\Delta' > 0 \Rightarrow$ Phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m . Áp dụng hệ thức Vi - ét ta có $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m + 2$; $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m$	0,25
	Phương trình có nghiệm cùng dấu khi $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m > 0$ $A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 3(x_1 + x_2) + 6}{x_1 x_2}$ $= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 - 3(x_1 + x_2) + 6}{x_1 x_2}$	0,25
	$A = \frac{(2m+2)^2 - 2m - 3(2m+2) + 6}{m}$ $= \frac{4m^2 + 4}{m} = 4(\frac{m^2 + 1}{m})$	0,25

	$(m-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 \geq 2m$ $\Leftrightarrow \frac{m^2 + 1}{m} \geq 2 \Rightarrow 4 \frac{m^2 + 1}{m} \geq 8$	
	Dấu = xảy ra khi $m = 1$ (thỏa mãn). Vậy $m = 1$ thì A đạt GTNN là 8	0,25
Câu 4 (3 điểm)	Vẽ hình đúng	0,25
	a) Vì MC, MD là 2 tiếp tuyến $\Rightarrow MC \perp CO, MD \perp DO$	0,25
	Vì I là trung điểm của AB $\Rightarrow OI \perp AB$	0,25
	$\Rightarrow C, D, I$ cùng nhìn MO dưới 1 góc vuông	0,25
	$\Rightarrow C, D, I, M, O$ cùng nằm trên 1 đường tròn đường kính MO	0,25
	b) Vì MC, MD là 2 tiếp tuyến $\Rightarrow MC = MD, MO$ là phân giác của $\angle CMD$ $\Rightarrow \triangle MCD$ cân tại M $\Rightarrow MO$ là trung trực của CD $\Rightarrow MO \perp CD$	0,25
	$\Rightarrow EH$ và MI là 2 đường cao của $\triangle MOE$. S là trực tâm tam giác OME $\Rightarrow OS \perp EM$	0,25
	Gọi giao điểm OS với ME là K ta có $OK \perp EM$ Xét $\triangle MHE$ và $\triangle MKO$ có $\angle OME$ là góc chung $\angle MHE = \angle OKM = 90^\circ \Rightarrow \triangle MHE \sim \triangle MKO \Rightarrow MH \cdot MO = MK \cdot ME$ Tương tự $EI \cdot EO = EK \cdot ME$	0,25
	$\Rightarrow MH \cdot MO + EI \cdot EO = EK \cdot ME + MK \cdot ME = ME^2$	0,25
	c) Gọi F là giao điểm của MO và BN Ta có $BN \parallel CD$, mà $CD \perp MO \Rightarrow MO \perp BN \Rightarrow FB = FN$ $\Rightarrow HF$ vừa là đường cao, trung tuyến của $\triangle HBN$	0,25

	$\Rightarrow \Delta HBN$ cân tại H và HF là phân giác $\Rightarrow H_3 = H_2$ (1)	
	Mặt khác ta có $MH \cdot MO = MC^2$ (Hệ thức lượng) Xét $\Delta MCA \sim \Delta MBC$ có $\angle CMA$ chung, $\angle MCA = \angle CBA = \frac{1}{2} \angle AOC$ $\Rightarrow \Delta MCA \sim \Delta MBC$ (g.g) $\Rightarrow MA \cdot MB = MC^2$ $\Rightarrow MH \cdot MO = MA \cdot MB \Rightarrow \frac{MH}{MA} = \frac{MB}{MO}$, mà ΔMHA và ΔMBO có $\angle HMA$ chung $\Rightarrow \Delta MHA \sim \Delta MBO$ (c.g.c) $\Rightarrow H_1 = B_4 \Rightarrow AHOB$ là tứ giác nội tiếp	0,25
	$\Rightarrow A_4 = H_2$. Ta có $OA = OB \Rightarrow \Delta AOB$ cân tại O $\Rightarrow A_4 = B_4 \Rightarrow H_1 = H_2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow H_1 = H_3 \Rightarrow H_1 + \angle MHN = 180^\circ$ $\Rightarrow A, H, N$ thẳng hàng.	0,25
Câu 5 (1 điểm)	$D = \frac{6x+2y}{xy} + \frac{9}{3x+y} = \frac{3x+y}{6} + \frac{9}{3x+y}$ $= \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{3x+y}{6} + \frac{9}{3x+y} \right) + \frac{5}{8} \cdot \frac{3x+y}{6}$	0,25
	* Ta có $\frac{3}{8} \cdot \frac{3x+y}{6} + \frac{9}{3x+y} \geq 2 \sqrt{\frac{3}{8} \cdot \frac{3x+y}{6} \cdot \frac{9}{3x+y}} = \frac{3}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $\frac{3}{8} \cdot \frac{3x+y}{6} = \frac{9}{3x+y}$	0,25
	* Mặt khác ta lại có $\frac{5}{8} \cdot \frac{3x+y}{6} \geq \frac{5}{8} \cdot \frac{\sqrt{3xy}}{3} = \frac{5}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi $3x=y$ và $xy = 12$	0,25
	Do đó $D \geq \frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi $x = 2$ và $y = 6$. * Vậy giá trị nhỏ nhất của D là $\frac{11}{4}$ khi $x = 2$ và $y = 6$.	0,25

Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

----- Hết -----

*** Lưu ý:** Học sinh làm theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa

