

Câu 1 (2,0 điểm):

Giải các phương trình sau:

1) $\frac{1}{x-3} + 1 = \frac{6-x}{x-3}$

2) $\sqrt{x+1} = x-1$

Câu 2 (2,0 điểm):

1) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A(1; 2) và B(-2; 5)

2) Rút gọn biểu thức: $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x-1}\right)$ (với $x > 0, x \neq 1$)

Câu 3 (2,0 điểm):

1) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1). Tìm các giá trị của m để phương trình

(1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - x_2)^2 = 4$.

2) Hai người thợ cùng làm chung một công việc thì sau 16 giờ hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người làm trong bao lâu thì hoàn thành công việc.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. M là một điểm trên cung nhỏ AC, sao cho $AM > CM$. Từ M hạ ME vuông góc với AC, MF vuông góc với BC. P là trung điểm của AB, Q là trung điểm của FE.

1) Chứng minh tứ giác MECF nội tiếp.

2) Chứng minh $BM \cdot EF = BA \cdot FM$

3) Chứng minh $PM^2 = PQ^2 + QM^2$

Câu 5 (1,0 điểm): Tìm cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn: $2xy^2 + 2x + 3y^2 = 4$

----- Hết -----

I) HƯỚNG DẪN CHUNG.

- Thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp ứng được yêu cầu cơ bản vẫn cho đủ điểm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	ĐKXD: $x \neq 3$	0,25
		Biến đổi về dạng $1+x-3=6-x$	0,25
		Giải pt: $x=4$	0,25
		Đối chiếu và kết luận	0,25
	2	ĐKXD: $x \geq 1$	0,25
		$\sqrt{x+1} = x-1$ $\Rightarrow x+1 = (x-1)^2$	0,25
		$\Leftrightarrow x+1 = x^2 - 2x+1$ $\Leftrightarrow x(x-3) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (Không TMĐK)} \\ x=3 \text{ (TMĐK)} \end{cases}$	
		Vậy phương trình có nghiệm $x=3$	0,25
		2	Vì $x_A \neq x_B, y_A \neq y_B$ nên đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$ (d)
Điểm A, B thuộc đường thẳng (d) nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a+b=2 \\ -2a+b=5 \end{cases}$	0,25		
Giải hệ ta được $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$	0,25		
Vậy đường AB có dạng $y = -x + 3$	0,25		
Với $x > 0, x \neq 1$. Biến đổi $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right]$	0,25		
Biến đổi đến $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \left[\frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right]$	0,25		

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Biến đổi đến $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		Biến đổi đến $A = \frac{2}{\sqrt{x}}$.	0,25
1		Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1). Tính được: $\Delta' = 3 - m$	0,25
		Lập luận tìm được đk để phương trình có hai nghiệm phân biệt: $m < 3$ Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 \end{cases}$	0,25
		Biến đổi: $(x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$. Biến đổi, lập luận tìm được $m = 2$ (TMĐK)	0,25
		Vậy với $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thoả mãn $(x_1 - x_2)^2 = 4$	0,25
2		Gọi thời gian để người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x (giờ), y (giờ) (ĐK: $x > 16, y > 16$)	0,25
		Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) Hai người thợ cùng làm chung một công việc thì sau 16 giờ hoàn thành công việc nên 1 giờ cả hai người làm được $\frac{1}{16}$ (công việc). Do đó ta có pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \quad (1)$	0,25
		Người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được 25% công việc nên ta có pt: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$ Từ (1), (2) ta có hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 24 \text{ (TMĐK)} \\ y = 48 \text{ (TMĐK)} \end{cases}$	0,25
	Vậy thời gian để người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 24 (giờ), 48 (giờ)	0,25	

