

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Câu 1: Có 2 cây bút xanh và 3 cây bút đen trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra hai cây bút?

- A. C_5^2 . B. A_5^2 . C. $2!$. D. 5.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Tìm u_3 ?

- A. 7. B. 12. C. 17. D. 22.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng ?

- A. $(-1; 3)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng:

- A. $6a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		
		-1				$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $-2 \sin 2x + C$. C. $2 \sin 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 7: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 4 là:

- A. 16. B. 64. C. 96. D. 48.

Câu 8: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 4cm$ và độ dài đường sinh $l = 5cm$ là

- A. $20cm^2$. B. $\frac{20}{3}cm^2$. C. $40cm^2$. D. $10cm^2$.

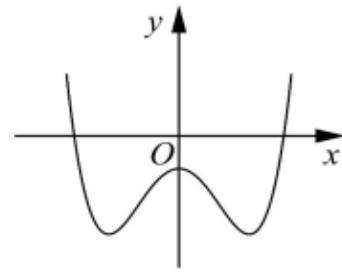
Câu 9: Thể tích khối cầu có bán kính $R = 3$ là

- A. 18π . B. 36π . C. 27π . D. 9π .

Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số

$y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.
- B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.
- C. Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
- D. Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.



Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = x \ln 3$.
- B. $y' = x 3^{x-1}$.
- C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.
- D. $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

- A. $\pi r l$.
- B. $2\pi r l$.
- C. $\frac{1}{3} \pi r l$.
- D. $4\pi r l$.

Câu 13: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị:

- A. $y = x^4 + 4x^2 + 2$.
- B. $y = -x^3 - x^2 + 1$.
- C. $y = x^2 - 2$.
- D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 14: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			3	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1 3 $-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
- C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
- D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{4-x}{x-3}$ có các đường tiệm cận là:

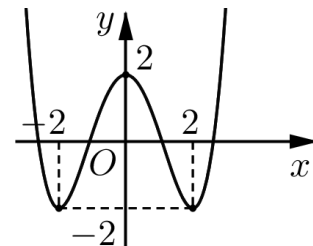
- A. $y = 1$ và $x = -3$.
- B. $y = 4$ và $x = 3$.
- C. $y = -1$ và $x = 3$.
- D. $y = -1$ và $x = -3$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+6) \geq \log_2(2x+3)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 3.
- B. 4.
- C. Vô số.
- D. 5.

Câu 17: Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ là

- A. 0.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



Câu 18: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên R và thỏa mãn $F(3) = 6 + F(-3)$

thì $\int_0^3 f(2x-3)dx$ bằng

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}i$.
- B. Phần thực của số phức z là 1.
- C. $\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$.
- D. Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ là $M(1; \sqrt{3})$.

Câu 20: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = -4 + 4i$. B. $w = 4 + 4i$. C. $w = 4 - 4i$. D. $w = -4 - 4i$.

Câu 21: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. -5 . B. 5 . C. -1 . D. 1 .

Câu 22: Trong không gian Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 0)$ và $\vec{b} = (0; 3; -2)$. Xác định tọa độ của véc tơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (1; -5; 2)$. B. $\vec{c} = (1; -5; -2)$. C. $\vec{c} = (1; 5; 2)$. D. $\vec{c} = (1; 1; -2)$.

Câu 23: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + 5z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (2; 3; 5)$. B. $\vec{n} = (2; -3; -5)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$. D. $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1; -2; -5)$. Mặt cầu tâm I bán kính bằng $r = 3$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Câu 25: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2020 \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một

vecto chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $(1; 2020; 3)$. B. $(1; 0; 3)$. C. $(-2; 0; 1)$. D. $(-2; 2020; 1)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4a$, $AD = 2\sqrt{5}a$ và SA vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27: Số điểm cực trị của hàm số $y = (x^2 - 2x)^{2021}$ là

- A. 3 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	
y	$+\infty$ 	0 	$-\infty$ 	2
		-1	-3	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng -3 .
B. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $(1; +\infty)$ bằng 2 .
C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $(-\infty; 0)$ bằng -1 .
D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 29: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{5^{2a}}{5^b} = \log_{\frac{1}{5}} 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + b = 1$. B. $2a - b = -1$. C. $2ab = 1$. D. $2a - b = 1$.

Câu 30: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = 3x - 2$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 31: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(1-x) \leq 1$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 32: Cho một khối nón có chiều cao bằng 4cm , độ dài đường sinh 5cm . Tính thể tích khối nón này.

- A. $15\pi\text{cm}^3$. B. $12\pi\text{cm}^3$. C. $36\pi\text{cm}^3$. D. $45\pi\text{cm}^3$.

Câu 33: Cho biết $\int_0^a (x+1)^2 dx = \frac{7}{3}$. Tìm số a .

- A. $a = 1$. B. $a = -2$. C. $a = 2$. D. $a = -1$.

Câu 34: Thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng:

- A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 35: Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - i$ có phần ảo bằng:

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. -1 . D. 1 .

Câu 36: Trong C , phương trình $\frac{4}{z+1} = 1 - i$ có nghiệm là:

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 3 + 2i$. C. $z = 5 - 3i$. D. $z = 1 + 2i$.

Câu 37: Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó b, c là các số dương và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và $d(0, (ABC)) = \frac{1}{3}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $b + c = 1$. B. $2b + c = 1$. C. $b - 3c = 1$. D. $3b + c = 3$

Câu 39: Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh sao cho phải có ít nhất một nữ

- A. $C_{40}^4 - C_{25}^4$. B. $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3$.
C. $C_{15}^2 \cdot C_{25}^2$. D. $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3 + C_{15}^2 \cdot C_{25}^2 + C_{15}^3 \cdot C_{25}^1$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AD và SC .

- A. $\frac{\sqrt{42}}{14}a$. B. $\frac{\sqrt{42}}{7}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. -10 . B. 10 . C. -3 . D. 3 .

Câu 42: Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ là

A. 9. B. 8. C. 7. D. 21.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $P(2; 5)$. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác PAB đều.

A. $m = 1, m = -5$ B. $m = 1, m = 4$ C. $m = 6, m = -5$ D. $m = 1, m = -8$

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính $R = 2$; AB ; CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và có cùng độ dài bằng $2\sqrt{2}$. Mặt phẳng (ABCD) không song song và cũng không chứa trục hình trụ, góc giữa (ABCD) và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích của thiết diện chứa trục của hình trụ.

A. $8\sqrt{6}$. B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

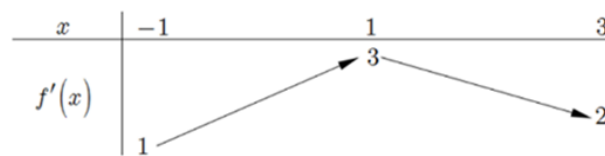
Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 2f(2x)dx = ae + b\sqrt{3} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tổng $T = a + b + 3c$ bằng

A. 15. B. -10. C. -19. D. -17.

Câu 46: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (3m-1)x^2 + m^2x - 1$ có hai điểm cực trị và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

A. $m = 5$. B. $m = -1$. C. $m = -5$. D. $m = 1$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới



Tìm m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{x^3}{3}$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$.

A. $m < f(0)$. B. $m \leq f(0)$. C. $m \leq f(3)$. D. $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

Câu 48: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. 8.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại B , $AC = 3a$, $BC = a$. Biết hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $AH = 2HC$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABB'A') bằng 45° . Thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{9}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

Câu 50: Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2 (x^2 + 2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $2\sqrt{2} + 3$.

B. $2\sqrt{2} - 3$.

C. $3\sqrt{2} + 2$.

D. $3\sqrt{2} + 3$.

.....HẾT.....

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có 2 cây bút xanh và 3 cây bút đen trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra hai cây bút?

A. C_5^2 .

B. A_5^2 .

C. $2!$.

D. 5.

Lời giải

Cách chọn ra hai cây bút từ hộp bút có 2 cây bút xanh và 3 cây bút đen là C_5^2 .

Câu 2. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Tìm u_3 ?

A. 7.

B. 12.

C. 17.

D. 22.

Lời giải

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2.5 = 12$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1; 3)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 4: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng:

A. $6a^3$.

B. $2a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Ta có $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h = \frac{1}{3} 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		
			-1			$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại bằng 3.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2x - 1)$ là

- A. $\frac{1}{2}\sin(2x-1)+C$. **B.** $-2\sin(2x-1)+C$. **C.** $2\sin(2x-1)+C$. **D.** $-\frac{1}{2}\sin(2x-1)+C$.

Lời giải

Đặt $u = 2x - 1 \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$.

Ta có:

$$\int f(x)dx = \int \cos(2x-1)dx = \int \cos u \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int \cos u du = \frac{1}{2} \cdot \sin u + C = \frac{1}{2} \sin(2x-1) + C.$$

Câu 7: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 4 là:

- A.** 16. **B.** 64. **C.** 96. **D.** 48.

Lời giải

Thể tích khối lập phương đã cho là: $V = 4^3 = 64$.

Câu 8: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính R và độ dài đường sinh l là

- A.** πRl . **B.** $\frac{1}{3}\pi Rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^2l$. **D.** $2\pi Rl$.

Lời giải

Câu 9: Thể tích khối cầu có bán kính $R = 3$ là

- A.** 18π . **B.** 36π . **C.** 27π . **D.** 9π .

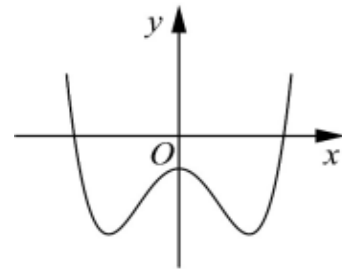
Lời giải

Thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi$.

Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số

$y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.
B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.
C. Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
D. Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.



Lời giải

Chọn D

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A.** $y' = x \ln 3$. **B.** $y' = x3^{x-1}$. **C.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y' = 3^x \ln 3$.

Lời giải

Theo công thức đạo hàm ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

- A.** πrl . **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $4\pi rl$

Lời giải

Ta có: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r là: $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 13: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị:

- A.** $y = x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = -x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Ta thấy hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$0+$	$0-$	$0+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số có 3 cực trị.

Câu 14: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$					

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 -1 3 $-\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Ta thấy hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$					

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 -1 3 $-\infty$

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{4-x}{x-3}$ có các đường tiệm cận là:

A. $y = 1$ và $x = -3$. **B.** $y = 4$ và $x = 3$. **C.** $y = -1$ và $x = 3$. **D.** $y = -1$ và $x = -3$.

Lời giải

Ta có

$+\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4-x}{x-3} = -1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$.

$+\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4-x}{x-3} &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4-x}{x-3} &= -\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+6) \geq \log_2(2x+3)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

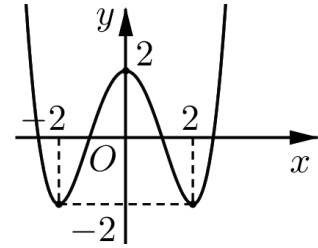
Ta có: $\log_2(x+6) \geq \log_2(2x+3) \Leftrightarrow \begin{cases} x+6 \geq 2x+3 \\ 2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x \leq 3$.

Vậy x nguyên gồm $-1; 0; 1; 2; 3$.

Câu 17: Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số

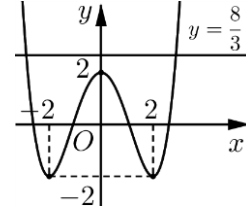
nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ là

- A. 0. B. 2.
C. 3. D. 4.



Lời giải.

Ta có $3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{8}{3}$. Do đó số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{8}{3}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy giữa hai đường này có 2 điểm chung. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt. **Chọn B.**

Câu 18: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên R và thỏa mãn $F(3) = 6 + F(-3)$

thì $\int_0^3 f(2x-3)dx$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Ta

$$\text{có } \int_{-3}^3 f(x)dx = F(x) \Big|_{-3}^3 = F(3) - F(-3) = 6$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(2x-3)dx = \int_0^3 f(2x-3) \frac{d(2x-3)}{2} = \frac{1}{2} \int_{-3}^3 f(u)du = 3.$$

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}i$.
B. Phần thực của số phức z là 1.
C. $\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$.
D. Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ là $M(1; \sqrt{3})$.

Lời giải

$$z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow \text{số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng } \sqrt{3}.$$

Câu 20: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = -4 + 4i$. B. $w = 4 + 4i$. C. $w = 4 - 4i$. D. $w = -4 - 4i$.

Lời giải

$$w = iz + \bar{z} = i(1 - 3i) + 1 + 3i = i + 3 + 1 + 3i = 4 + 4i.$$

Câu 21: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. -5. B. 5. C. -1. D. 1

Lời giải

$$\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức là 5.

Câu 22: Trong không gian Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 0)$ và $\vec{b} = (0; 3; -2)$. Xác định tọa độ của véc tơ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{c} = (1; -5; 2)$.

B. $\vec{c} = (1; -5; -2)$.

C. $\vec{c} = (1; 5; 2)$.

D. $\vec{c} = (1; 1; -2)$.

Lời giải

Áp dụng công thức ta có $\vec{c} = (1 - 0; -2 - 3; 0 + 2) \Leftrightarrow \vec{c} = (1; -5; 2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + 5z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2; 3; 5)$.

B. $\vec{n} = (2; -3; -5)$.

C. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$.

D. $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến của mp (P) là: $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; -5)$. Lập phương trình mặt cầu tâm I bán kính bằng 3.

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; -5)$ bán kính bằng 3 là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2020 \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một

vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $(1; 2020; 3)$.

B. $(1; 0; 3)$.

C. $(-2; 0; 1)$.

D. $(-2; 2020; 1)$.

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là vectơ $\vec{u} = (-2; 0; 1)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4a, AD = 2\sqrt{5}a$ và SA vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

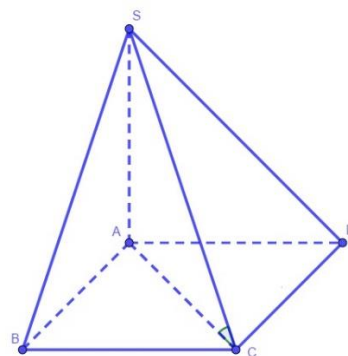
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \angle SCA$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có $AB = 4a, BC = AD = 2\sqrt{5}a$, theo định lý Pitago ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (4a)^2 + (2\sqrt{5}a)^2 = 36a^2 \Rightarrow AC = 6a.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A có

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2\sqrt{3}a}{6a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SCA = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc 30° .

Câu 27: Số điểm cực trị của hàm số $y = (x^2 - 2x)^{2021}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 2021(2x-2)(x^2-2x)^{2020} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2021(2x-2)(x^2-2x)^{2020} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Ta thấy $(x^2 - 2x)^{2020} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$:

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	+	
y	$+\infty$ ↘ -1	0 ↘ -3	$-\infty$ ↗ 2	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ bằng -3 .

B. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $(1;+\infty)$ bằng 2 .

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $(-\infty;0)$ bằng -1 .

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

a) Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} \forall x \in D, f(x) \leq M \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$

Kí hiệu: $M = \max_D f(x)$

b) Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} \forall x \in D, f(x) \geq m \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$

Kí hiệu: $m = \min_D f(x)$

Các đáp án A, B, C đều không tồn tại x_0

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{5^{2a}}{5^b} = \log_{\frac{1}{5}} 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a+b=1$.

B. $2a-b=-1$.

C. $2ab=1$.

D. $2a-b=1$.

Lời giải

Ta có $\log_5 \frac{5^{2a}}{5^b} = \log_{\frac{1}{5}} 5 \Leftrightarrow \log_5 5^{2a-b} = \log_{5^{-1}} 5$

$\Leftrightarrow \log_5 5^{2a-b} = -\log_5 5$

$\Leftrightarrow 2a-b=-1.$

Vậy chọn đáp án. **B.**

Câu 30: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = 3x - 2$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x^3 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \quad (1)$$

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = 3x - 2$ bằng số nghiệm của phương trình (1).

Xét phương trình $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là 2.

Câu 31: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(1-x) \leq 1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $\log_4(1-x) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x < 1$

Vậy $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ -3 \leq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \{-3; -2; -1; 0\} \Rightarrow$ bất phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

Câu 32: Cho một khối nón có chiều cao bằng 4cm, độ dài đường sinh 5cm. Tính thể tích khối nón này.

A. $15\pi\text{cm}^3$.

B. $12\pi\text{cm}^3$.

C. $36\pi\text{cm}^3$.

D. $45\pi\text{cm}^3$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $l=5, h=4$, ta có $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3$

Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi\text{cm}^3$.

Câu 33: Cho biết $\int_0^a (x+1)^2 dx = \frac{7}{3}$. Tìm số a .

A. $a=1$.

B. $a=-2$.

C. $a=2$.

D. $a=-1$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^a (x+1)^2 dx = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{(x+1)^3}{3} \Big|_0^a = \frac{7}{3} \Leftrightarrow (a+1)^3 = 8 \Leftrightarrow a+1 = 2 \Leftrightarrow a = 1$.

Câu 34: Thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng:

A. $V = \frac{19\pi}{15}$.

B. $V = \frac{13\pi}{15}$.

C. $V = \frac{17\pi}{15}$.

D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục $Ox: 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó thể tích của vật thể cần tính là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

Câu 35: Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - i$ có phần ảo bằng:

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. -1 . D. 1 .

Lời giải:

Đặt: $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có: $z + 2\bar{z} = 3 - i$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 3 - i$$

$$\Leftrightarrow 3a - bi = 3 - i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 36: Trong C , phương trình $\frac{4}{z+1} = 1 - i$ có nghiệm là:

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 3 + 2i$. C. $z = 5 - 3i$. D. $z = 1 + 2i$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{4}{z+1} = 1 - i \Leftrightarrow 4 = (1 - i)(z + 1) \Leftrightarrow z = \frac{4}{1 - i} - 1 \Leftrightarrow z = \frac{4(1 + i)}{1 - i^2} - 1 = 1 + 2i.$$

Câu 37: Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Lời giải

Ta có $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; 2; 1)$.

$(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

Do đường thẳng d song song với (P) và (Q) nên

$$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (5; -2; -6).$$

Mặt khác đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (5; -2; -6)$ nên phương trình

$$\text{chính tắc của } d \text{ là: } \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O, (ABC)) = \frac{1}{3}$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** $b + c = 1$. **B.** $2b + c = 1$. **C.** $b - 3c = 1$. **D.** $3b + c = 3$

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình $mp(ABC)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$(ABC) \perp (P) \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow b = c \quad (1)$$

$$\text{Ta có } d(O, (ABC)) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 8 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow b + c = 1.$$

Câu 39: Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh sao cho phải có ít nhất một nữ

- A.** $C_{40}^4 - C_{25}^4$. **B.** $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3$.
C. $C_{15}^2 \cdot C_{25}^2$. **D.** $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3 + C_{15}^2 \cdot C_{25}^2 + C_{15}^3 \cdot C_{25}^1$.

Lời giải

Cách 1: Số cách chọn ra 4 học sinh bất kì từ 40 học sinh là: C_{40}^4

Số cách chọn ra 4 học sinh toàn nam (không có nữ) là: C_{25}^4

Suy ra số cách chọn 4 học sinh có ít nhất 1 nữ là: $C_{40}^4 - C_{25}^4 = 78740$.

Cách 2: Chọn 1 nữ và 3 nam: có $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3$ cách

Chọn 2 nữ và 2 nam: có $C_{15}^2 \cdot C_{25}^2$ cách

Chọn 3 nữ và 1 nam: có $C_{15}^3 \cdot C_{25}^1$ cách

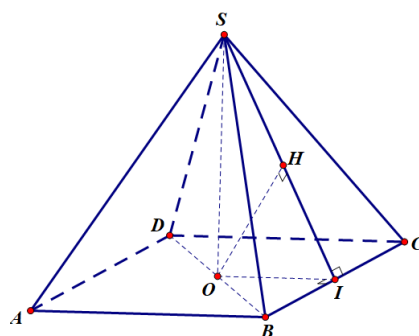
Chọn 4 nữ: có C_{15}^4 cách

Suy ra số cách chọn 4 học sinh có ít nhất 1 nữ là: $C_{15}^1 \cdot C_{25}^3 + C_{15}^2 \cdot C_{25}^2 + C_{15}^3 \cdot C_{25}^1 + C_{15}^4 = 78740$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AD và SC .

- A.** $\frac{\sqrt{42}}{14}a$. **B.** $\frac{\sqrt{42}}{7}a$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải



Vì $AD \parallel BC$ nên $d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$

Ta có $AO \cap (SBC) = C$ và $\frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}$ suy ra $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$.

Kẻ $OI \perp BC$, $OH \perp SI$ suy ra $OH \perp (SBC)$ nên $OH = d(O, (SBC))$;

ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ với $CO = CB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $OS^2 = SC^2 - CO^2 = \frac{3}{2}a^2$ nên

$$OH = \frac{\sqrt{42}}{14}a. \text{ Vậy } d(AD, SC) = \frac{\sqrt{42}}{7}a.$$

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. -10.

B. 10.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Ta có $y' = m-3 + (2m+1)\sin x$

Hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $t = \sin x, t \in [-1; 1]$, $f(t) = (2m+1)t + m-3$

Ta có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(t) \leq 0, \forall t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1+m-3 \leq 0 \\ -2m-1+m-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq \frac{2}{3}.$

Các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện là $-4; -3; -2; -1; 0$.

Vậy tổng cần tìm là -10.

Câu 42: Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1}$ luôn nghịch biến

trên khoảng $(-\infty; 0)$ là

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 21.

Lời giải

Ta có:

$$y' = (x^3 + 3x^2 - mx + 1)' \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1} \ln \frac{2}{3} = (3x^2 + 6x - m) \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1} \ln \frac{2}{3}.$$

Hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi

$y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ và $y' = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0 \text{ (vì } \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+3x^2-mx+1} > 0, \ln \frac{2}{3} < 0)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x < 0.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(-\infty; 0)$

$f'(x) = 6x + 6$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Ta có $f(-1) = -3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $m \leq -3$. Mà m nguyên và $m \in [-10; 10]$ nên có 8 giá trị m thỏa mãn.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $P(2;5)$. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác PAB đều.

- A. $m = 1, m = -5$ B. $m = 1, m = 4$ C. $m = 6, m = -5$ D. $m = 1, m = -8$

Lời giải

Chọn C

$$\frac{2x-1}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1), \text{ với } x \neq -1$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ 0 \cdot m - 3 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng } \forall m)$$

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1), ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

Giả sử $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$

Khi đó ta có: $AB = \sqrt{2(x_1 - x_2)^2}$

$$PA = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (-x_1 + m - 5)^2} = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2},$$

$$PB = \sqrt{(x_2 - 2)^2 + (-x_2 + m - 5)^2} = \sqrt{(x_2 - 2)^2 + (x_1 - 2)^2}$$

Suy ra $\triangle PAB$ cân tại P

Do đó $\triangle PAB$ đều $\Leftrightarrow PA^2 = AB^2$

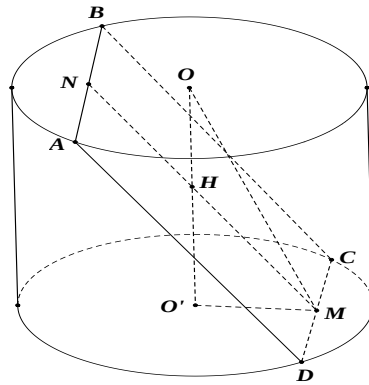
$$\Leftrightarrow (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 2(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) - 6x_1 x_2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}. \text{ Vậy giá trị cần tìm là } m = 1, m = -5.$$

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính $R = 2$; AB ; CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và có cùng độ dài bằng $2\sqrt{2}$. Mặt phẳng (ABCD) không song song và cũng không chứa trục hình trụ, góc giữa (ABCD) và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích của thiết diện chứa trục của hình trụ.

- A. $8\sqrt{6}$. B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

Lời giải



Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy của hình trụ.

Gọi M, N là trung điểm của CD, AB . Gọi $H = MN \cap OO'$

Khi đó góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy bằng $HMO' = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } O'M = \sqrt{O'C^2 - CM^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$OO' = 2O'H = 2O'M \cdot \tan 60^\circ = 2 \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6}.$$

Thiết diện chứa trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chiều dài là $OO' = 2\sqrt{6}$, chiều rộng $2R = 4$

Do đó diện tích thiết diện là: $8\sqrt{6}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 2f(2x)dx = ae + b\sqrt{3} + c$,

với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tổng $T = a + b + 3c$ bằng

A. 15.

B. -10.

C. -19.

D. -17.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục tại $x = 0$.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

$$\text{Ta có } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 2f(2x)dx = \int_{-1}^1 f(u)du = \int_{-1}^1 f(x)dx$$

$$\text{Hơn nữa: } \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = I_1 + I_2.$$

$$I_1 = \int_{-1}^0 2x\sqrt{3+x^2}dx = \int_{-1}^0 (3+x^2)^{\frac{1}{2}} d(3+x^2) = \frac{2}{3} (3+x^2)\sqrt{3+x^2} \Big|_{-1}^0 = 2\sqrt{3} - \frac{16}{3}.$$

$$I_2 = \int_0^1 (e^x - 1)dx = (e^x - x) \Big|_0^1 = e - 2.$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^1 f(x)dx = I_1 + I_2 = e + 2\sqrt{3} - \frac{22}{3}. \text{ Suy ra } a = 1; b = 2; c = -\frac{22}{3}.$$

$$\text{Vậy } T = a + b + 3c = 1 + 2 - 22 = -19.$$

Câu 46. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (3m-1)x^2 + m^2x - 1$ có hai điểm cực trị và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

- A. $m = 5$. B. $m = -1$. C. $m = -5$. D. $m = 1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 2(3m-1)x + m^2$

+ Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi y' đổi dấu 2 lần $\Leftrightarrow \Delta' > 0$ (vì $a = 3 \neq 0$)

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 6m + 1 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow 6m^2 - 6m + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3+\sqrt{3}}{6} \\ m < \frac{3-\sqrt{3}}{6} \end{cases}.$$

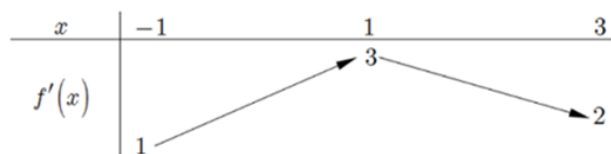
+ Đồ thị hàm số đã cho có hoành độ điểm cực tiểu bằng 1 $\Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$

Với $m = 1$ thì $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y'' = 6x - 4 \Rightarrow y''(1) = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow m = 1$ thỏa mãn.

Với $m = 5$ thì $y' = 3x^2 - 28x + 25 \Rightarrow y'' = 6x - 28 \Rightarrow y''(1) = -22 < 0$ nên hàm số không đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow m = 5$ không thỏa mãn.

Vậy $m = 1$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới



Tìm m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{x^3}{3}$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$.

- A. $m < f(0)$. B. $m \leq f(0)$. C. $m \leq f(3)$. D. $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $m + x^2 \leq f(x) + \frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow m \leq f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$.

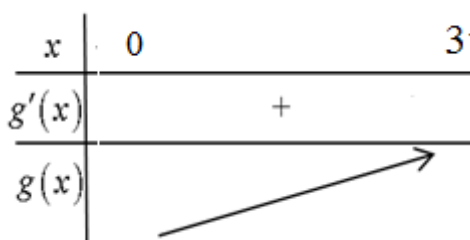
Đặt $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$.

Ta có $g'(x) = f'(x) + x^2 - 2x = f'(x) - (-x^2 + 2x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 + 2x$.

Mà $f'(x) > 1, \forall x \in (0; 3)$ và $-x^2 + 2x = 1 - (x-1)^2 \leq 1, \forall x \in (0; 3)$ nên $g'(x) > 0, \forall x \in (0; 3)$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$:



Bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{x^3}{3}$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3) \Leftrightarrow m \leq g(0) \Leftrightarrow m \leq f(0)$.

Câu 48: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $3\sqrt{6}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z_1 = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}); z_2 = c + di, (c, d \in \mathbb{R})$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} |z_1| = 2 \\ |z_2| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 4 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\begin{cases} |z_1 + 2z_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a + 2c)^2 + (b + 2d)^2 = 16 \\ a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd) = 16 \end{cases} \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $ac + bd = -1$ (4).

$$\text{Ta có } |2z_1 - z_2| = \sqrt{(2a - c)^2 + (2b - d)^2} = \sqrt{4(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 4(ac + bd)} \quad (5).$$

Thay (1), (2), (4) vào (5) ta có $|2z_1 - z_2| = 2\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại B , $AC = 3a$, $BC = a$. Biết hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $AH = 2HC$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$ bằng 45° . Thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ bằng

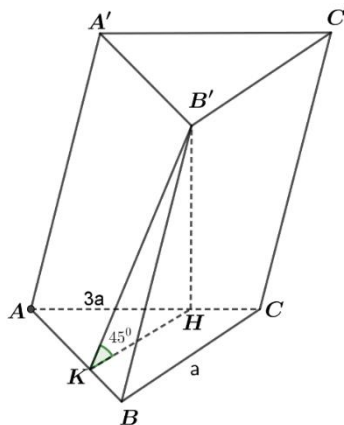
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{9}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$

Lời giải



$HK \perp AB (K \in AB)$.

$$((ABB'A'), (ABC)) = B'KH = 45^\circ.$$

$$HK \parallel BC \text{ nên } \frac{HK}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2a}{3}.$$

$$\Rightarrow \Delta HKB' \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow B'H = HK = \frac{2a}{3}.$$

Xét tam giác vuông ABC có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$.

Thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ là:

$$V_{AA'B'C'} = V_{B'ABC} = \frac{1}{3} HB' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}a \cdot a = \frac{2\sqrt{2}}{9} a^3.$$

Câu 50: Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y + 1^3 \log_2 (x^2 + 2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $2\sqrt{2} + 3$.

B. $2\sqrt{2} - 3$.

C. $3\sqrt{2} + 2$.

D. $3\sqrt{2} + 3$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 x + \log_2 y + 1^3 \log_2 (x^2 + 2y) &\Leftrightarrow \log_2 (2xy)^3 \log_2 (x^2 + 2y) \\ &\Leftrightarrow 2xy \geq x^2 + 2y \Leftrightarrow 2y(x-1)^3 \geq x^2 \quad (*). \end{aligned}$$

Do $x, y > 0$ nên từ (*) suy ra $x > 1$ và $y \geq \frac{x^2}{2(x-1)^3}$.

$$\text{Khi đó } P = x + 2y \geq x + \frac{x^2}{x-1} = 2(x-1) + \frac{1}{x-1} + 3 \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{2(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} + 3 = 2\sqrt{2} + 3.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2\sqrt{2} + 3$ khi $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$; $y = \frac{4+3\sqrt{2}}{4}$.