

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn ngồi vào 6 chỗ trên một chiếc ghế dài?

- A. 15. B. 720. C. 10. D. 360.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và công sai $d = 2$. Số hạng tổng quát u_n là

- A. $u_n = 2n - 3$. B. $u_n = 2n - 1$. C. $u_n = -2n + 3$. D. $u_n = -2n + 1$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3 (x - 2) = 1$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -1; x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 4. Cho khối hộp có thể tích $V = 30$ và diện tích đáy $B = 15$. Chiều cao h của khối hộp đã cho bằng

- A. 2. B. 6. C. 3. D. 9.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 4)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Chọn mệnh đề **sai**.

- A. $\int f(x)dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$. D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

Câu 7. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng $3a$ là:

- A. $108\pi a^3$. B. $9\pi a^3$. C. $27\pi a^3$. D. $36\pi a^3$.

Câu 8. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước ba cạnh lần lượt $2a, 3a, 4a$ là:

- A. $8a^3$. B. $24a^3$. C. $32a^3$. D. $12a^3$.

Câu 9. Cho quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB , ta được một hình nón. Biết diện tích tam giác ABC bằng 6 và cạnh AB bằng 3. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

- A. 12π . B. 20π . C. 15π . D. 30π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a^2)$ bằng

- A. $8\log_2 a$. B. $4 + \frac{1}{2}\log_2 a$. C. $2(\log_2 a + 1)$. D. $2 + \log_2 a$.

Câu 12. Thể tích khối trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $3\pi r^2 l$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. C. $2\pi r^2 l$. D. $\pi r^2 l$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	$ $	$+$	
y			1		0		

Arrows indicate the function values at the boundaries: $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow 0$ as $x \rightarrow 0$, and $y \rightarrow +\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

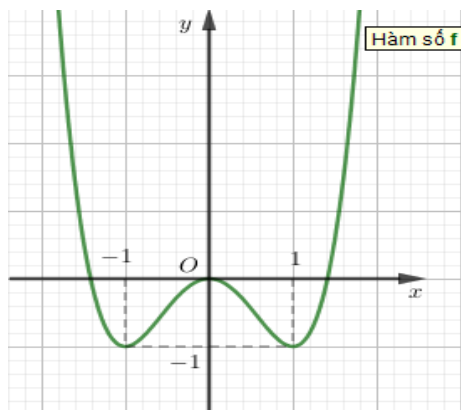
A. Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 0$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số có một điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 14: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 1$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; 3]$.

C. $[3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

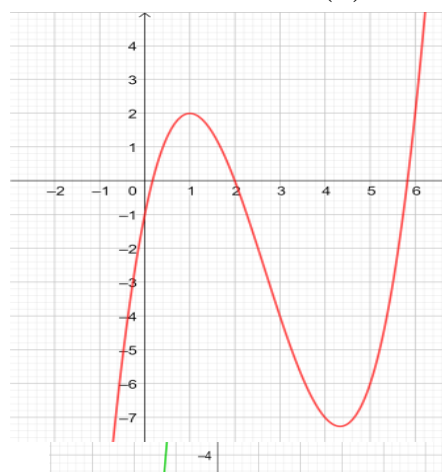
Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 4 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.



Câu 18. Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_{-2}^1 [3f(x) - 2x] dx$ bằng

A. 39.

B. 15.

C. -15.

D. 10.

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 3)$

A. $\bar{z} = 3 + i$.

B. $\bar{z} = -3 + i$.

C. $\bar{z} = -3 - 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - i$

Câu 20. Cho số phức $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 3 + 2i$. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z}.z_1 + z_2 = 0$

A. $z = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$

D. $z = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A là điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$. Hình chiếu A' của A xuống trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $A'(-3;2)$.

B. $A'(-3;0)$.

C. $A'(2;-3)$.

D. $A'(0;-3)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm M trung điểm AB với $A(-3;2;1)$ và $B(-1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là?

A. $(-2;2;2)$.

B. $(-2;0;2)$.

C. $(-2;0;0)$.

D. $(-2;2;0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(2;-1;1)$ và $R = \sqrt{7}$.

B. $I(-2;1;-1)$ và $R = \sqrt{7}$.

C. $I(-2;1;-1)$ và $R = 7$.

D. $I(2;-1;1)$ và $R = 7$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-1} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (2;-3;-1)$.

B. $\vec{n} = (-2;3;1)$.

C. $\vec{n} = (3;-2;-6)$.

D. $\vec{n} = (3;-2;6)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 3x - 4y + z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 2 - 9t \end{cases}$.

Giao điểm M của mặt phẳng (P) và đường thẳng d là

A. $M(9;-1;-25)$.

B. $M(-3;11;29)$.

C. $M(3;5;2)$.

D. $M(9;1;-17)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2BC$ và $AB = BC = a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 - (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$ có hai điểm cực trị?

A. $m \in \left(1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \setminus \{1\}$.

D. $m \in (1; 2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{1-m^2x}{x+1}$. Tích tất cả các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ bằng -1 là:

A. -2 .

B. 2 .

C. $\sqrt{2}$.

D. $-\sqrt{2}$.

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(\log_2 4^{2^a}) = \log_4 8^b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a - 3b = 2$.

B. $a = \frac{3b}{2}$.

C. $2a - 3b = -2$.

D. $2a - \frac{3b}{2} = 0$.

Câu 30. Gọi M a;b là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ và trục hoành. Tổng $S = a + b$ bằng

A. 1 .

B. -1 .

C. -2 .

D. 2 .

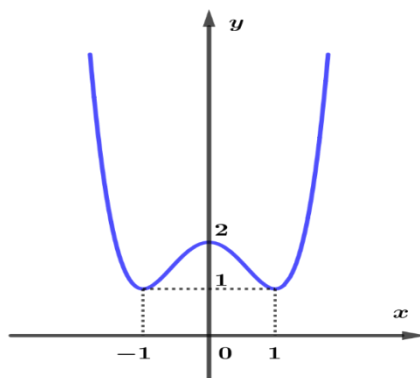
Câu 31 : Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 32. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=3a; BC=a$. Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh BC thì đường gấp khúc $BADC$ tạo thành một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng:

- A. $6\pi a^2$. B. $15\pi a^2$. C. $24\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó xét tích phân $\int_0^1 f'(x)e^{f(x)+2020} dx$, nếu đặt $u = f(x) + 2020$ thì $\int_0^1 f'(x)e^{f(x)+2020} dx$ bằng:

- A. $\int_{2022}^{2021} e^u du$. B. $\int_{2020}^{2021} e^u du$. C. $\int_0^1 e^{u+2020} du$. D. $\int_{2021}^{2022} e^u du$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -x$, $x = -2$, $x = 0$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

- A. $S = -\int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) dx$. B. $S = \pi \int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) dx$.
C. $S = \pi \int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} - x \right)^2 dx$ D. $S = \int_{-2}^0 \left(x + \frac{x^2}{2} \right) dx$

Câu 35. Gọi z là số phức thỏa mãn: $(4+7i)z = iz + 5 - 2i$. Tìm tích của phần thực và phần ảo của số phức z ?

- A. $\frac{19}{25}$. B. $-\frac{19}{25}$ C. $\frac{19}{169}$. D. $-\frac{19}{169}$.

Câu 36. Cho số phức z có phần ảo âm thỏa mãn $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tìm mô đun của số phức $\omega = 2z - 3 + \sqrt{2}i$.

- A. $\sqrt{17}$. B. 1 C. $\sqrt{19}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 37. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3;1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (α) có phương trình là:

- A. $2x + y - 2z - 10 = 0$. B. $2x - y + 2z + 1 = 0$.
C. $2x - y + 2z - 1 = 0$. D. $2x - y - 2z + 1 = 0$.

Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 4y - 2z + 8 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 39. Một hộp gồm 9 viên bi, trong đó có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và 1 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần một viên bi cho đến khi lấy hết số bi. Tính xác suất lần lấy bi vàng không xuất hiện giữa hai lần lấy được bi đỏ.

A. $\frac{13}{18}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{11}{36}$. D. $\frac{23}{36}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác BCD . Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{6}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. a .

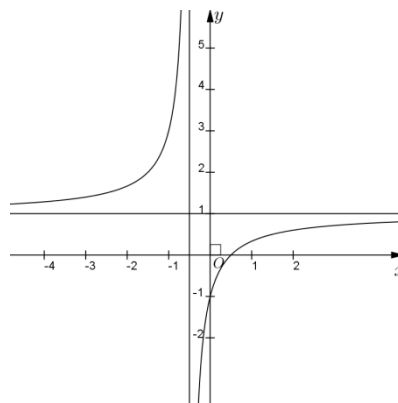
Câu 41. Tìm tham số m sao cho hàm số $f(x) = (m+1)\frac{x^3}{3} + mx^2 + (2m-1)x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\begin{cases} m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ m \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$. B. $m > -1$.
C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq m \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 42. Một người có số tiền là 50.000.000 đồng đem gửi tiết kiệm theo thẻ thức lãi kép, loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm. Vậy sau thời gian 4 năm 9 tháng, người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến 100 đồng). Biết rằng người đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn 0,01% một ngày. (1 tháng tính 30 ngày).

A. 71.165.500 đồng. B. 71.806.100 đồng. C. 100.849.783 đồng. D. 72.802.100 đồng.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ad < bc$, $ab < cd$. B. $ad > bc$, $ac < bd$. C. $ad > bc$, $ab < cd$. D. $ad > bc$, $ab > cd$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho một hình cầu có tâm $I(1; -3; 5)$. Biết rằng khi cắt hình cầu đã cho bởi mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 8 = 0$ thì thiết diện thu được là một hình tròn có chu vi là 8π . Thể tích của khối cầu đã cho là

A. $\frac{100\pi}{3}$.

B. $\frac{125\pi}{3}$.

C. $\frac{225\pi}{3}$.

D. $\frac{500\pi}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$, $x \in (0; \pi)$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{-3+2\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{4-3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\ln 2$.

D. $\frac{1}{2} \cdot \ln 2$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	0	1	$-\infty$

Phương trình $f[f(\cos 2x)] = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $[0; 4\pi]$?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Câu 47. Cho a, b, c là các số thực thuộc khoảng $(0; 1)$, với $a^x = bc, b^y = ca, c^z = ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + 25z$

A. 27.

B. 2.

C. 12.

D. 22.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + (m-2)x + 2 - m}{x-1}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4}$. Số phần tử của tập S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Gọi G là trung điểm của MN . Một mặt phẳng (α) thay đổi đi qua G sao cho mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm I, J, K .

Tìm theo a giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $\frac{1}{SI^2} + \frac{1}{SJ^2} + \frac{1}{SK^2}$.

A. $\frac{4}{a^2}$.

B. $\frac{16}{3a^2}$.

C. $\frac{16}{a^2}$.

D. $\frac{4}{3a^2}$.

Câu 50. Cho $0 \leq x, y \leq 1$ thỏa mãn $2020^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2021}{y^2 - 2y + 2022}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn

nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2x^3 + 6y^3 + 3x^2 - 9xy$

Khi đó $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{13}{2}$

B. $\frac{11}{2}$

C. 5

D. $\frac{25}{2}$

ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4A	5B	6C	7D	8B	9B	10B
11C	12D	13A	14A	15B	16B	17D	18B	19C	20B
21B	22B	23B	24C	25A	26A	27C	28A	29C	30B
31D	32C	33A	34A	35D	36D	37C	38D	39A	40A
41D	42B	43C	44D	45C	46C	47D	48B	49B	50B

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn ngồi vào 6 chỗ trên một chiếc ghế dài?

- A.** 15. **B.** 720. **C.** 10. **D.** 360.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách xếp 4 bạn ngồi vào 6 chỗ trên một ghế dài là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Vậy có $A_6^4 = 360$ cách.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và công sai $d = 2$. Số hạng tổng quát u_n là

- A.** $u_n = 2n - 3$. **B.** $u_n = 2n - 1$. **C.** $u_n = -2n + 3$. **D.** $u_n = -2n + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = -1 + (n-1).2 = 2n-3$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3 (x-2) = 1$ là

- A.** $x = -1$. **B.** $x = -1; x = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$\exists x \text{ s.t. } \begin{cases} x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\log_3 x + \log_3 (x-2) = 1 \Leftrightarrow \log_3 x(x-2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

So sánh điều kiện, phương trình có nghiệm $x=3$.

Câu 4. Cho khối hộp có thể tích $V=30$ và diện tích đáy $B=15$. Chiều cao h của khối hộp đã cho bằng

- A.** 2 . **B.** 6 . **C.** 3 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn A

$$V = B.h \Rightarrow h = \frac{V}{B} = \frac{30}{15} = 2.$$

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$.

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(-1; 4)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $e \approx 2,718 \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$ xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 3x + 4 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; 4)$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C.$

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x).$

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x).$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$. Do đó đáp án C **sai**.

Câu 7. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng $3a$ là:

A. $108\pi a^3.$

B. $9\pi a^3.$

C. $27\pi a^3.$

D. $36\pi a^3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3$

Câu 8. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước ba cạnh lần lượt $2a, 3a, 4a$ là:

A. $8a^3.$

B. $24a^3.$

C. $32a^3.$

D. $12a^3.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = 2a \cdot 3a \cdot 4a = 24a^3.$

Câu 9. Cho quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB , ta được một hình nón. Biết diện tích tam giác ABC bằng 6 và cạnh AB bằng 3. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. $12\pi.$

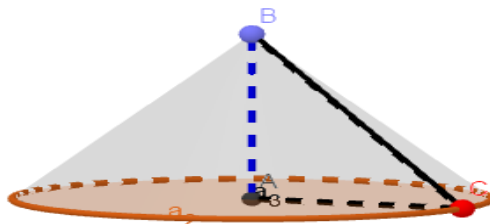
B. $20\pi.$

C. $15\pi.$

D. $30\pi.$

Lời giải

Chọn B.



Vì diện tích tam giác ABC là 6 nên độ dài cạnh AC là $\frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4$

Độ dài cạnh BC là: $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$		3		-1		3		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-2; 0)$. **B.** $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a^2)$ bằng

- A. $8\log_2 a$. B. $4 + \frac{1}{2}\log_2 a$. **C.** $2(\log_2 a + 1)$. D. $2 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_2(4a^2) = \log_2 4 + \log_2(a^2) = 2 + 2\log_2 a = 2(1 + \log_2 a)$.

Câu 12. Thể tích khối trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $3\pi r^2 l$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. C. $2\pi r^2 l$. **D.** $\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức tính thể tích khối trụ có bán kính r và độ dài đường sinh l là $V = \pi r^2 l$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y			1		$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches $-\infty$, -1 , 0 , and $+\infty$.

The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty$, -1 , 0 , and $+\infty$. The vertical axis represents y with values $-\infty$, 0 , and $+\infty$.

The sign of y' is indicated above the horizontal axis: $+$ for $x < -1$, 0 at $x = -1$, $-$ for $-1 < x < 0$, 0 at $x = 0$, and $+$ for $x > 0$.

The behavior of y is indicated by arrows below the horizontal axis: y increases from $-\infty$ to 1 as x approaches -1 from the left; y decreases from 1 to 0 as x approaches 0 from the left; and y increases from 0 to $+\infty$ as x approaches $+\infty$.

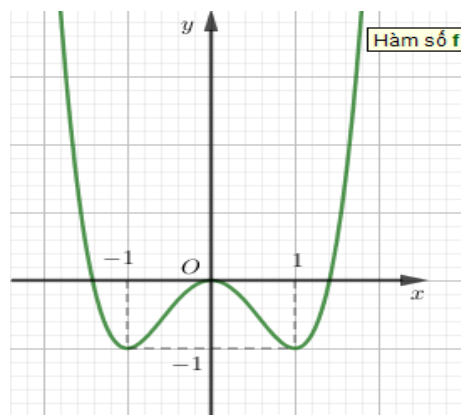
- A.** Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 0$. B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.
C. Hàm số có một điểm cực trị. D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = x^4 + 2x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là dạng hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có $a > 0$. Loại đáp án D.

Hàm số có 3 cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$. Loại đáp án B.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0; 0)$. Loại đáp án C. Vậy chọn A.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1-x}{x+1} = +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1-x}{x+1} = -\infty$

Suy ra đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 1$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(0; 3]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

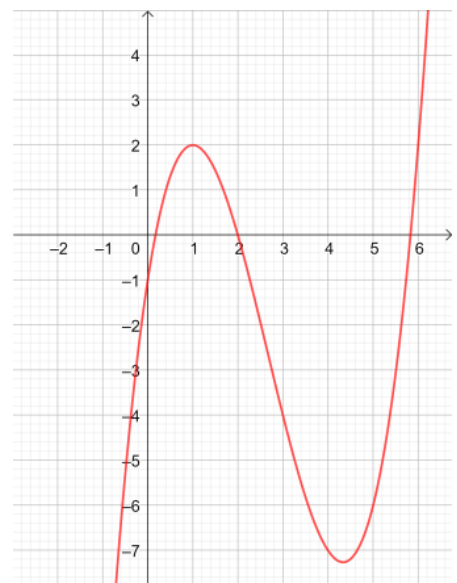
Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_3 x \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0; 3]$

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 4 = 0$ là

- A.** 1 .
B. 3 .



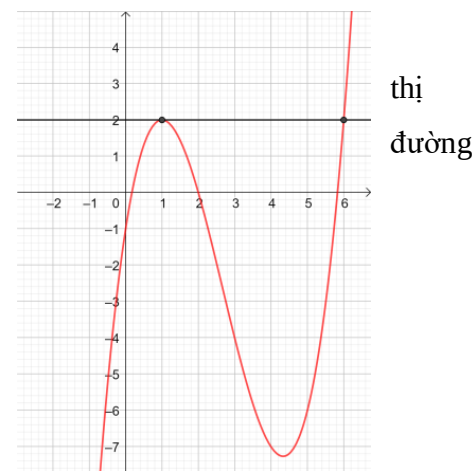
C. 4 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 4 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 2$. Dựa vào đồ thị ta thấy, đường $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.



Câu 18. Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_{-2}^1 [3f(x) - 2x] dx$ bằng

A. 39.

B. 15.

C. -15.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^1 [3f(x) - 2x] dx = 3 \int_{-2}^1 f(x) dx - 2 \int_{-2}^1 x dx = 15$.

Câu 19. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 3)$

A. $\bar{z} = 3 + i$.

B. $\bar{z} = -3 + i$.

C. $\bar{z} = -3 - 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - i$

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài ta có:

$$z = i(3i + 3) = -3 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 3i.$$

Câu 20. Cho số phức $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 3 + 2i$. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z}.z_1 + z_2 = 0$

A. $z = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

D. $z = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\frac{-}{z} = \frac{-z_2}{z_1} = \frac{-3-2i}{1-i} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i \Rightarrow z = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i.$$

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A là điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$. Hình chiếu A' của A xuống trục Ox là điểm nào dưới đây?

- A.** $A'(-3;2)$. **B.** $A'(-3;0)$. **C.** $A'(2;-3)$. **D.** $A'(0;-3)$.

Lời giải

Chọn B

A là điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$ nên ta có tọa độ điểm $A(-3;2)$. Hình chiếu A' của A xuống trục Ox sẽ có tung độ bằng 0 $\Rightarrow A'(-3;0)$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm M trung điểm AB với $A(-3;2;1)$ và $B(-1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là?

- A.** $(-2;2;2)$. **B.** $(-2;0;2)$. **C.** $(-2;0;0)$. **D.** $(-2;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

M trung điểm AB với $A(-3;2;1)$ và $B(-1;2;3) \Rightarrow M(-2;2;2)$.

Hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oxz) sẽ có tung độ bằng 0 nên hình chiếu của M sẽ có tọa độ $(-2;0;2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A.** $I(2;-1;1)$ và $R = \sqrt{7}$. **B.** $I(-2;1;-1)$ và $R = \sqrt{7}$.
C. $I(-2;1;-1)$ và $R = 7$. **D.** $I(2;-1;1)$ và $R = 7$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 1 = 0$, ta có tâm $I(-2;1;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{7}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-1} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n} = (2;-3;-1)$. **B.** $\vec{n} = (-2;3;1)$.
C. $\vec{n} = (3;-2;-6)$. **D.** $\vec{n} = (3;-2;6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y - 6z - 6 = 0$ nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-2;-6)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 3x - 4y + z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 2 - 9t \end{cases}$.

Giao điểm M của mặt phẳng (P) và đường thẳng d là

- A.** $M(9;-1;-25)$. **B.** $M(-3;11;29)$. **C.** $M(3;5;2)$. **D.** $M(9;1;-17)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M \in d \Rightarrow M(3+2t, 5-2t, 2-9t)$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } M \in (P) &\Rightarrow 3(3+2t) - 4(5-2t) + 2-9t - 6 = 0 \Leftrightarrow 9+6t-20+8t+2-9t-6=0 \\ &\Leftrightarrow 5t=15 \Leftrightarrow t=3. \end{aligned}$$

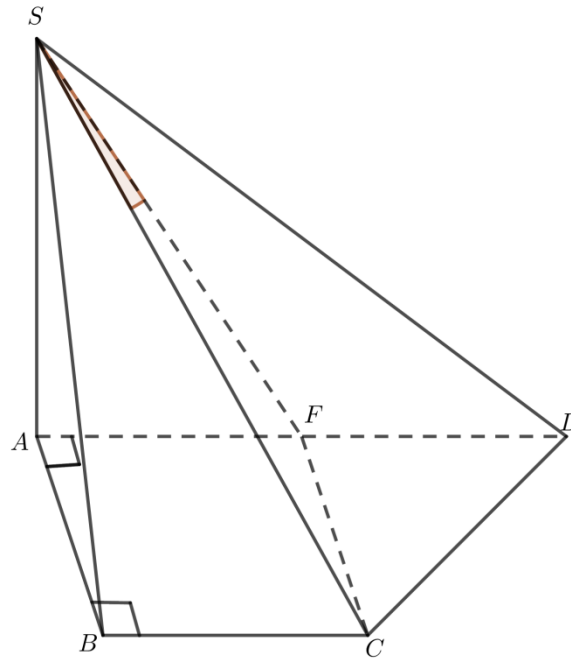
Vậy $M(9; -1; -25)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD=2BC$ và $AB=BC=a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi F là trung điểm cạnh AD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AF \parallel BC \\ AB \perp AF, AB \perp BC \Rightarrow AF \perp BC \\ AF = BC = AB \end{cases} \Rightarrow AF \perp BC \Rightarrow AF \perp AD$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} CF \perp AD \\ CF \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{aligned} \right\} \Rightarrow CF \perp (SAD).$$

$\Rightarrow SF$ là hình chiếu của SC lên mp (SAD) .

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SF) = FSC.$$

$$SF = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\tan FSC = \frac{FC}{SF} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\Rightarrow FSC = 30^\circ.$$

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 - (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$ có hai điểm cực trị?

A. $m \in \left(1; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in (1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-2.$$

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)^2 - 3(m-1)(m-2) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)(-2m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \setminus \{1\}$ thì hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{1-m^2x}{x+1}$. Tính tất cả các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ bằng -1 là :

A. -2 . **B.** 2 . **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{-m^2 - 1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in [2; 4] \text{ nên hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn } [2; 4].$$

$$\text{Do đó } \max_{[2; 4]} y = y(2) = \frac{-2m^2 + 1}{3} = -1 \Leftrightarrow -2m^2 + 1 = -3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có: } -\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = -2.$$

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(\log_2 4^{2^a}) = \log_4 8^b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a - 3b = 2$. **B.** $a = \frac{3b}{2}$. **C.** $2a - 3b = -2$. **D.** $2a - \frac{3b}{2} = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_2(\log_2 4^{2^a}) = \log_4 8^b \Leftrightarrow \log_2(\log_2 2^{2 \cdot 2^a}) = \log_{2^2} 2^{3b}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2 \cdot 2^a) = \frac{3b}{2} \Leftrightarrow \log_2 2 + \log_2 2^a = \frac{3b}{2} \Leftrightarrow 1 + a = \frac{3b}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2a - 3b = -2.$$

Câu 30. Gọi $M(a; b)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ và trục hoành. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0.$$

Vậy $M(-1; 0)$.

Suy ra $a = -1, b = 0$.

Câu 31 : Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > -1$.

$$\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Rightarrow x+7 > x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2.$$

Kết hợp điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 2)$.

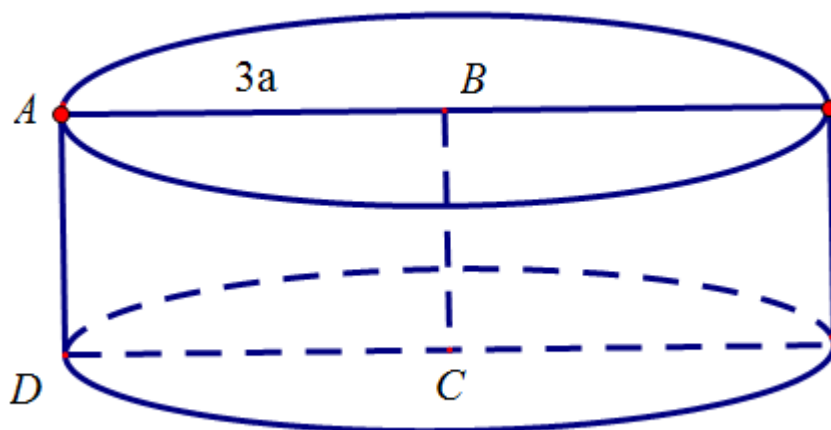
Vậy tập nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{0; 1\}$. Số nghiệm nguyên là 2.

Câu 32. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 3a; BC = a$. Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh BC thì đường gấp khúc $BADC$ tạo thành một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng:

- A. $6\pi a^2$. B. $15\pi a^2$. C. $24\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.

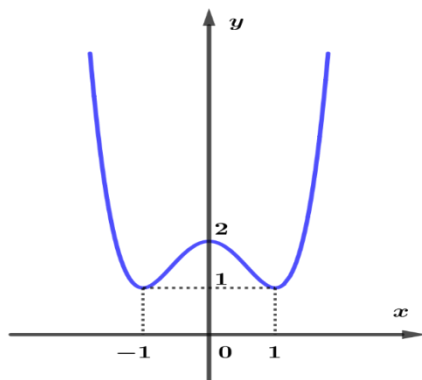
Lời giải

Chọn C



Hình trụ được tạo thành có bán kính $r = 3a$ và chiều cao $h = a$. Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{\text{tp}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi \cdot (3a)^2 + 2\pi \cdot 3a \cdot a = 24\pi a^2$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó xét tích phân $\int_0^1 f'(x)e^{f(x)+2020} dx$, nếu đặt $u = f(x) + 2020$ thì $\int_0^1 f'(x)e^{f(x)+2020} dx$ bằng:

A. $\int_{2022}^{2021} e^u du$.

B. $\int_{2020}^{2021} e^u du$.

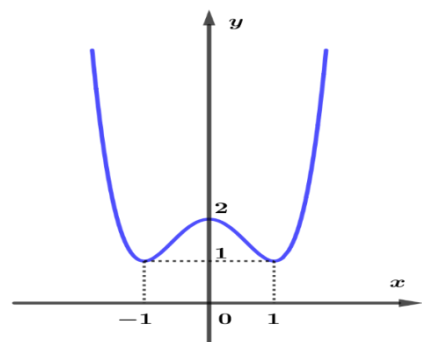
C. $\int_0^1 e^{u+2020} du$.

D. $\int_{2021}^{2022} e^u du$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u = f(x) + 2020 \Rightarrow du = f'(x)dx$. Căn cứ đồ thị hàm số:



Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow u = 2022 \\ x = 1 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow u = 2021 \end{cases}$.

Vậy $\int_0^1 f'(x)e^{f(x)+2020} dx = \int_{2022}^{2021} e^u du$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -x$, $x = -2$, $x = 0$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = -\int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) dx$.

B. $S = \pi \int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) dx$.

C. $S = \pi \int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} - x \right) dx$

D. $S = \int_{-2}^0 \left(x + \frac{x^2}{2} \right) dx$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích hình phẳng đã cho là } S = \int_{-2}^0 \left| \frac{x^2}{2} - (-x) \right| dx = \int_{-2}^0 \left| \frac{x^2}{2} + x \right| dx.$$

$$\text{Ta có } \frac{x^2}{2} + x < 0 \quad \forall x \in (-2; 0) \text{ nên } S = - \int_{-2}^0 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) dx.$$

Câu 35. Gọi z là số phức thỏa mãn: $(4+7i)z = iz + 5 - 2i$. Tìm tích của phần thực và phần ảo của số phức z ?

A. $\frac{19}{25}$.

B. $-\frac{19}{25}$

C. $\frac{19}{169}$.

D. $-\frac{19}{169}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có, } (4+7i)z = iz + 5 - 2i.$$

$$\Leftrightarrow (4+6i)z = 5 - 2i.$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{5-2i}{4+6i}.$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(5-2i)(4-6i)}{(4+6i)(4-6i)}.$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2}{13} - \frac{19}{26}i.$$

$$\text{Vậy tích của phần thực và phần ảo của số phức } z \text{ là } \frac{2}{13} \cdot \left(-\frac{19}{26} \right) = -\frac{19}{169}.$$

Câu 36. Cho số phức z có phần ảo âm thỏa mãn $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tìm mô đun của số phức $\omega = 2z - 3 + \sqrt{2}i$.

A. $\sqrt{17}$.

B. 1

C. $\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + \sqrt{2}i \\ z_2 = 1 - \sqrt{2}i \end{cases}.$$

$$\text{Số phức } z \text{ có phần ảo âm nên } z = 1 - \sqrt{2}i.$$

$$\omega = 2z - 3 + \sqrt{2}i$$

$$= 2(1 - \sqrt{2}i) - 3 + \sqrt{2}i$$

$$= -1 - \sqrt{2}i$$

$$\text{Vậy } |\omega| = \sqrt{1+2} = \sqrt{3}.$$

Câu 37. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3;1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (α) có phương trình là:

A. $2x + y - 2z - 10 = 0.$

B. $2x - y + 2z + 1 = 0.$

C. $2x - y + 2z - 1 = 0.$

D. $2x - y - 2z + 1 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua A và song song với (α) có phương trình là :

$$2(x-3) - (y-1) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 1 = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 2z - 1 = 0.$

Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 4y - 2z + 8 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên có VTCP là: $(2; -4; -2) = 2(1; -2; -1)$

Vậy đường thẳng đi qua $M(1; -2; 0)$ và nhận $\vec{u}(1; -2; -1)$ làm VTCP có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 39. Một hộp gồm 9 viên bi, trong đó có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và 1 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần một viên bi cho đến khi lấy hết số bi. Tính xác suất lần lấy bi vàng không xuất hiện giữa hai lần lấy được bi đỏ.

A. $\frac{13}{18}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{11}{36}.$

D. $\frac{23}{36}.$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = 9!$

Gọi A là biến cố “Lần lấy bi vàng không xuất hiện giữa hai lần lấy được bi đỏ”

Ta có các trường hợp xảy ra biến cố A :

Lần lấy bi vàng xuất hiện giữa hai lần lấy được bi xanh: $A_3^2 7!$

Lần lấy bi vàng xuất hiện giữa một lần lấy được bi đỏ và một lần lấy được bi xanh: $C_5^1 C_3^1 2! 7!$

Lần lấy bi vàng xuất hiện ở lần lấy đầu tiên hoặc lần lấy cuối cùng: $2.8!$

Vậy xác suất xảy ra biến cố A : $P(A) = \frac{A_3^2 7! + C_5^1 C_3^1 2! 7! + 2.8!}{9!} = \frac{13}{18}.$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác BCD . Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

A. $\frac{a}{2}$.

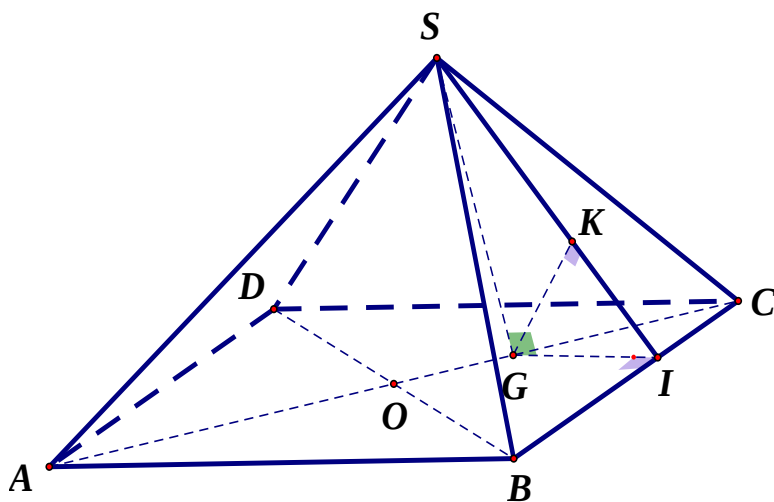
B. $\frac{a}{6}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Theo giả thiết $SG \perp (ABCD)$.

Kẻ $GI \perp BC$ ($I \in BC$).

Ta có: $\begin{cases} BC \perp GI \\ BC \perp SG \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SGI) \Rightarrow BC \perp SI$.

Mặt khác: $(SBC) \cap (ABCD) = BC$. Suy ra $\left((SBC), (ABCD) \right) = (SI, GI) = SIG = 30^\circ$.

Do $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ nên ta có:

$$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)).$$

Trong mặt phẳng (SGI) kẻ $GK \perp SI$ ($K \in SI$) (1).

Vì $BC \perp (SGI) \Rightarrow BC \perp GK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $GK \perp (SBC)$. Nên $d(G, (SBC)) = GK$.

$$\text{Ta có: } \frac{GI}{AB} = \frac{GC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow GI = \frac{a}{3}.$$

Trong tam giác vuông KGI có: $GK = GI \cdot \sin KIG = \frac{a}{6}$.

$$\text{Vậy } d(AD, SC) = \frac{a}{2}$$

Câu 41. Tìm tham số m sao cho hàm số $f(x) = (m+1)\frac{x^3}{3} + mx^2 + (2m-1)x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

$$\text{A. } \begin{cases} m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ m \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{B. } m > -1.$$

$$\text{C. } \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq m \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{D. } m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f'(x) = (m+1)x^2 + 2mx + 2m - 1$$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0$ hay $(m+1)x^2 + 2mx + 2m - 1 \leq 0$ (1).

$$+ \text{ Nếu } m+1=0 \Leftrightarrow m=-1 \text{ thì (1) trở thành: } -2x-3 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$$

Vậy $m=-1$ (Không thỏa mãn).

$$+ \text{ Nếu } m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \text{ thì (1) trở thành: } (m+1)x^2 + 2mx + 2m - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 1 \leq 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \vee m \geq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m < -1 \end{cases} \Rightarrow m \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 42. Một người có số tiền là 50.000.000 đồng đem gửi tiết kiệm theo thẻ thức lãi kép, loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm. Vậy sau thời gian 4 năm 9 tháng, người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến 100 đồng). Biết rằng người đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn 0,01% một ngày. (1 tháng tính 30 ngày).

$$\text{A. } 71.165.500 \text{ đồng.}$$

$$\text{B. } 71.806.100 \text{ đồng.}$$

$$\text{C. } 100.849.783 \text{ đồng.}$$

$$\text{D. } 72.802.100 \text{ đồng.}$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đổi lãi suất } 8\%/\text{năm tương ứng với } \frac{8}{2}\% / 6 \text{ tháng} = 4\% / 6 \text{ tháng} = 4\% / \text{kỳ hạn.}$$

$$\text{Đổi } 4 \text{ năm } 9 \text{ tháng bằng } 9 \times 6 \text{ tháng} + 3 \text{ tháng} = 9 \text{ kỳ hạn} + 3 \text{ tháng.}$$

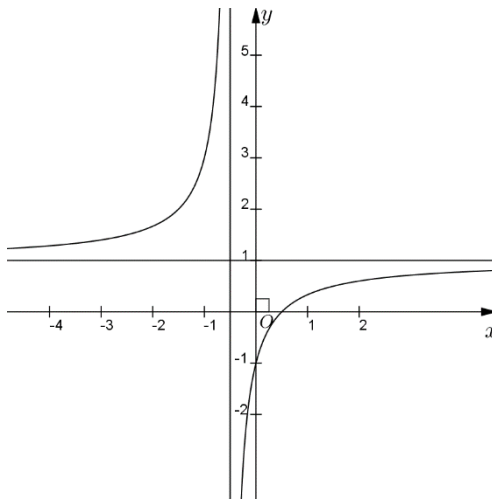
$$\text{Áp dụng công thức tính lãi suất } P_n = P(1+r)^n$$

$$\text{Số tiền được lĩnh sau } 4 \text{ năm } 6 \text{ tháng} = 9 \text{ kỳ hạn là } P_9 = 50.000.000(1+4\%)^9 = 71165590,62 \text{ đồng.}$$

$$\text{Do } 3 \text{ tháng} = 90 \text{ ngày còn lại rút trước hạn nên lãi suất là } 0,01\% \text{ một ngày.}$$

$$\text{Suy ra số tiền được lĩnh là } T = P_9 + P_9 \cdot 0,01\% \cdot 90 = 71806080,84 \approx 71.806.100 \text{ đồng.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $ad < bc$, $ab < cd$. B. $ad > bc$, $ac < bd$. C. $ad > bc$, $ab < cd$. D. $ad > bc$, $ab > cd$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta có

+ Tiệm cận ngang nằm trên trục Ox nên $\frac{a}{c} > 0$ (1)

+ Tiệm cận đứng nằm bên trái trục Oy nên $-\frac{d}{c} < 0$ (2)

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$ (3)

+ Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên $-\frac{b}{a} > 0$ (4)

Từ (1),(2),(3),(4) ta có

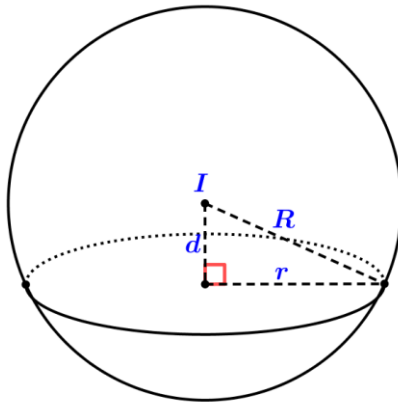
$$\begin{cases} ac > 0 \\ -dc < 0 \\ bd < 0 \\ -ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac > 0 \\ dc > 0 \\ bd < 0 \\ ab < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac > 0 > bd \\ dc > 0 > ab \\ adc^2 > 0 \\ bcd^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac > bd \\ dc > ab \end{cases} \Rightarrow \text{loại A, B, D}$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho một hình cầu có tâm $I(1; -3; 5)$. Biết rằng khi cắt hình cầu đã cho bởi mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 8 = 0$ thì thiết diện thu được là một hình tròn có chu vi là 8π . Thể tích của khối cầu đã cho là

- A. $\frac{100\pi}{3}$. B. $\frac{125\pi}{3}$. C. $\frac{225\pi}{3}$. D. $\frac{500\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Chu vi hình tròn là $8\pi \Rightarrow 2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) + 5 + 8|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 3$.

Bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Thể tích của khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$, $x \in (0; \pi)$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{-3 + 2\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\ln 2$.

D. $\frac{1}{2} \cdot \ln 2$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} = \frac{\sin x - \cos x}{(2 \sin x \cdot \cos x + 1) + 1 + 2(\sin x + \cos x)}$$

$$= \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 + 2(\sin x + \cos x) + 1} = \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x + 1)^2}$$

$$\text{Do đó } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x + 1)^2} dx = \int \frac{-d(\sin x + \cos x)}{(\sin x + \cos x + 1)^2} = \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} + C$$

$$\text{vì } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ nên } C = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2} \cdot \left(\tan \frac{x}{2} + 1\right)} dx$$

$$= \ln \left(\tan \frac{x}{2} + 1 \right) \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \ln 2$$

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \ln 2$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	0	1	$-\infty$

Phương trình $f[f(\cos 2x)] = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $[0; 4\pi]$?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $x \in [-1; 1]$ thì $y \in [0; 1]$.

Do đó nếu đặt $t = \cos 2x$ thì $t \in [-1; 1]$, khi đó $f(\cos 2x) \in [0; 1]$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f[f(\cos 2x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos 2x) = 0 \\ f(\cos 2x) = a \ (a < -1) \text{ (loại)} \\ f(\cos 2x) = b \ (b > 1) \text{ (loại)} \end{cases}$

Phương trình $f(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = a \ (a < -1) \text{ (loại)} \\ \cos 2x = b \ (b > 1) \text{ (loại)} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}). \text{ Mà } x \in [0; 4\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \leq 4\pi$$

$$\Leftrightarrow 0,5 \leq k \leq 7,5 \ (k \in \mathbb{Z}). \text{ Có 8 giá trị } k \text{ nguyên}$$

Kết luận : Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm.

Câu 47. Cho a, b, c là các số thực thuộc khoảng $(0; 1)$, với $a^x = bc, b^y = ca, c^z = ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + 25z$

A. 27.

B. 2.

C. 12.

D. 22.

Lời giải

Chọn D

Với $a, b, c \in (0; 1) \Rightarrow x = \log_a(bc); y = \log_b(ac); z = \log_c(ab)$ là các số dương.

$$P = x + y + 25z = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 25\log_c(ab)$$

$$= \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 25(\log_c a + \log_c b)$$

$$= (\log_a b + \log_b a) + (\log_a c + 25\log_c a) + (\log_b c + 25\log_c b)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cossi với các bộ hai số, ta có:

$$P \geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \log_b a} + 2\sqrt{25 \log_a c \cdot \log_c a} + 2\sqrt{25 \log_b c \cdot \log_c b} = 2 + 10 + 10.$$

$$\Leftrightarrow P \geq 22.$$

Vậy $P_{\min} = 22$, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a = b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{25} \end{cases}.$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \left| \frac{x^2 + (m-2)x + 2 - m}{x-1} \right|$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4}$. Số phần tử của tập S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = \left| \frac{x^2 + (m-2)x + 2 - m}{x-1} \right| = \left| \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} + m \right|.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$, ta có

$$g'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \geq 0, \forall x \in [2;3] \quad (g'(x) = 0 \text{ tại } x = 2). \text{ Suy ra, tập giá trị của } g(x) \text{ trên } [2;3] \text{ là đoạn}$$

$$[g(2); g(3)] = \left[2; \frac{5}{2} \right].$$

Đặt $t = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$, hàm số $f(x)$ trên $[2;3]$ trở thành hàm số $h(t) = |t + m|$ xét trên $\left[2; \frac{5}{2} \right]$. Khi đó:

$$\min_{[2;3]} f(x) = \min_{\left[2; \frac{5}{2} \right]} h(t);$$

$$\max_{[2;3]} f(x) = \max_{\left[2; \frac{5}{2} \right]} h(t) = \max \left\{ \left| m + 2 \right|; \left| m + \frac{5}{2} \right| \right\} = \frac{\left| (m+2) + \left(m + \frac{5}{2} \right) \right| + \left| (m+2) - \left(m + \frac{5}{2} \right) \right|}{2} = \left| m + \frac{9}{4} \right| + \frac{1}{4} \text{ *) Xét}$$

$$(m+2) \left(m + \frac{5}{2} \right) \leq 0 \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{5}{2}; -2 \right] \quad (1)$$

$$\text{Khi đó, } \min_{[2;3]} f(x) = 0. \text{ Suy ra } \min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \left| 2m + \frac{9}{2} \right| + \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \left| 2m + \frac{9}{2} \right| = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left| 2m + \frac{9}{2} \right| = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{13}{8} \\ m = -\frac{23}{8} \end{cases} \quad (\text{không thỏa mãn (1)})$$

*) Xét $(m+2)\left(m+\frac{5}{2}\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{5}{2} \\ m > -2 \end{cases}$ (2). Khi đó

$$\min_{[2;3]} f(x) = \min_{\left[1; \frac{5}{2}\right]} h(t) = \min \left\{ \left| m+2 \right|; \left| m+\frac{5}{2} \right| \right\} = \frac{\left| (m+2) + \left(m+\frac{5}{2} \right) \right| - \left| (m+2) - \left(m+\frac{5}{2} \right) \right|}{2} = \left| m+\frac{9}{4} \right| - \frac{1}{4}$$
 Suy ra

$$\min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \left| m+\frac{9}{4} \right| - \frac{1}{4} + 2 \left| m+\frac{9}{4} \right| + \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \left| m+\frac{9}{4} \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{7}{4} \\ m = -\frac{11}{4} \end{cases} \text{ (thỏa mãn (2)).}$$

Vậy $S = \left\{ -\frac{7}{4}; -\frac{11}{4} \right\}$. Suy ra, số phần tử của tập S bằng 2.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Gọi G là trung điểm của MN . Một mặt phẳng (α) thay đổi đi qua G sao cho mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm I, J, K .

Tìm theo a giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $\frac{1}{SI^2} + \frac{1}{SJ^2} + \frac{1}{SK^2}$.

A. $\frac{4}{a^2}$.

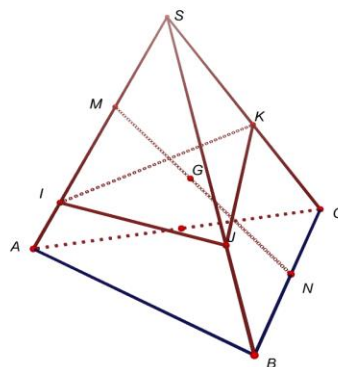
B. $\frac{16}{3a^2}$.

C. $\frac{16}{a^2}$.

D. $\frac{4}{3a^2}$.

Lời giải

Chọn B.



Vì G là trung điểm MN nên: $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}) = \frac{1}{4} \left(\frac{SA}{SI} \overrightarrow{SI} + \frac{SB}{SJ} \overrightarrow{SJ} + \frac{SC}{SK} \overrightarrow{SK} \right)$$

Đặt $x = SI, y = SJ, z = SK$ ($x, y, z > 0$)

$$\Rightarrow \frac{4}{a} \overrightarrow{SG} = \frac{1}{x} \overrightarrow{SI} + \frac{1}{y} \overrightarrow{SJ} + \frac{1}{z} \overrightarrow{SK} = \frac{1}{x} (\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GI}) + \frac{1}{y} (\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GJ}) + \frac{1}{z} (\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GK})$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{a} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right) \overrightarrow{SG} = \frac{1}{x} \overrightarrow{GI} + \frac{1}{y} \overrightarrow{GJ} + \frac{1}{z} \overrightarrow{GK} = \alpha \overrightarrow{GI} + \beta \overrightarrow{GJ} \text{ (do 3 vectơ } \overrightarrow{GI}, \overrightarrow{GJ}, \overrightarrow{GK} \text{ đồng phẳng)}$$

Nếu $\frac{4}{a} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \neq 0$ thì 3 vector $\overrightarrow{SG}, \overrightarrow{GI}, \overrightarrow{GJ}$ đồng phẳng (vô lí)

$$\text{Vậy } \frac{4}{a} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{4}{a}$$

Ta có $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$ nên

$$\frac{1}{SI^2} + \frac{1}{SJ^2} + \frac{1}{SK^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)^2 = \frac{16}{3a^2}$$

Câu 50. Cho $0 \leq x, y \leq 1$ thỏa mãn $2020^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2021}{y^2 - 2y + 2022}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn

nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2x^3 + 6y^3 + 3x^2 - 9xy$

Khi đó $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{13}{2}$.

B. $\frac{11}{2}$.

C. 5.

D. $\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2020^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2021}{y^2 - 2y + 2022} \Leftrightarrow \frac{2020^{1-y}}{2020^x} = \frac{x^2 + 2021}{(1-y)^2 + 2021}$$

$$2020^x (x^2 + 2021) = 2020^{1-y} [(1-y)^2 + 2021] \Leftrightarrow f(x) = f(1-y)$$

Xét hàm số $f(t) = 2020^t (t^2 + 2021) = t^2 \cdot 2020^t + 2021 \cdot 2020^t$, có

$$f'(t) = 2t \cdot 2020^t + t^2 \cdot 2020^t \cdot \ln 2020 + 2021 \cdot 2020^t \cdot \ln 2020 > 0; \forall t > 0$$

Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$ mà $f(x) = f(1-y) \Rightarrow x + y = 1$

$$\text{Lại có } S = 2x^3 + 6y^3 + 3x^2 - 9xy = 2x^3 + 6(1-x)^3 + 3x^2 - 9x(1-x)$$

$$\Leftrightarrow S = 2x^3 + 6(1-x)^3 + 3x^2 - 9x(1-x) = -4x^3 + 30x^2 - 27x + 6$$

Xét hàm $g(x) = -4x^3 + 30x^2 - 27x + 6; x \in [0; 1]$

Ta có: $g'(x) = -12x^2 + 60x - 27; x \in [0; 1]$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 + 60x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \notin [0; 1] \\ x = \frac{1}{2} \in [0; 1] \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } g(0) = 6; g(1) = 5; g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy: } M + m = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}.$$

