TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
TRƯỜNG THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
Đề thi có 50 câu, gồm 5 trang
Mã đề thi 101

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THI TNTHPT
Năm học: 2020-2021
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-3x}{x-4}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = 4$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -3$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < -1 \end{array}\right.$. **B.** $-1 < m < 7$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$. **D.** $-1 \leq m \leq 7$.

Câu 3. Hàm số $y = \ln(x^2 + 4x + 7)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 0)$, $B(-1; 0; 1)$ và $C(2; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x + 3y + z + 2 = 0$. **B.** $3x + y + 5z - 2 = 0$. **C.** $3x + y + 5z + 2 = 0$. **D.** $3x - y + 5z + 2 = 0$.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 7i$ là

A. $\bar{z} = -4 - 7i$. **B.** $\bar{z} = 4 - 7i$. **C.** $\bar{z} = 4i - 7$. **D.** $\bar{z} = -4 + 7i$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_1^2 f(t)dt = 3$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 1$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + \log_2 x$ là

A. $y' = x2^{x-1} + \dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $y' = 2^x + \dfrac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y' = 2^x\ln 2 + \dfrac{\ln 2}{x}$. **D.** $y' = 2^x\ln 2 + \dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 9. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3x-2}$ trên khoảng $(\dfrac{2}{3}; +\infty)$. Tìm $F(x)$, biết $F(1) = 5$.

A. $F(x) = \ln(3x-2) + 5$. **B.** $F(x) = 3\ln(3x-2) + 5$.
C. $F(x) = \dfrac{-3}{(3x-2)^2} + 8$. **D.** $F(x) = \dfrac{1}{3}\ln(3x-2) + 5$.

Câu 10. Biết phương trình $4^x - 5.2^x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính $x_1 + x_2$.

A. 3. **B.** $\log_2 3$. **C.** 5. **D.** $\log_2 5$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 20$. Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)f(x^2+2x)dx$.

A. $I = 20$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = 40$. **D.** $I = 30$.

Câu 12. Cho biết $\int\limits_1^4 \frac{\ln^2 x}{x}dx = \frac{a}{b}\ln^3 2$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(-1;1;0)$ và $C(0;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với BC.

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + 3i - 1 = 4 - 2i$. Tính mô-đun của z.

A. $|z| = 2\sqrt{2}$. **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|z| = 5$. **D.** $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y			1		$-\infty$ || $+\infty$				$+\infty$
	-2	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$	3	$\nearrow$	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right.$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 2$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \log_2 x}$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; 2]$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(0; 2]$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AC = 2a$, $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 19. Cho biết $\int\limits_0^1 xe^{-x}dx = a + \frac{b}{e}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2 + b^2$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường cao $h = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. 20π. **B.** 6π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Câu 21. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a là

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình phẳng $(\mathcal{H})$ được giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \pi$. Quay hình phẳng $(\mathcal{H})$ quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. π. **B.** π^2. **C.** $\frac{\pi^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

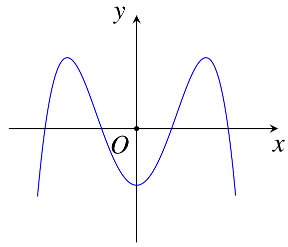
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2-1)^2(x^2-3x+2)x^{2021}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 24. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ và điểm $I(1;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 25.



Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0;\ b<0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c<0$.
C. $a>0;\ b>0;\ c<0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{2y+1}{4}=\dfrac{-z+2}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_3=(3;4;-3)$. **B.** $\vec{u}_4=(3;2;-3)$. **C.** $\vec{u}_1=(3;4;3)$. **D.** $\vec{u}_2=(1;-1;2)$.

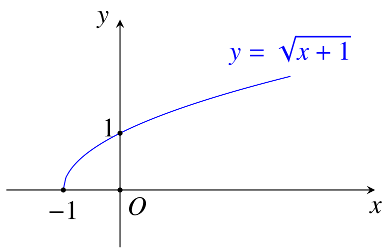
Câu 28. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Tính $m+M$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 29. Cho biết $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)dx=3$. Tính $I=\int\limits_0^1[4f(x)-g(x)]dx$.

A. $I=3$. **B.** $I=1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=5$.

Câu 30.



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình phẳng $(\mathcal{H})$ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x+1}$ và hai trục tọa độ Ox, Oy. Tính diện tích S của hình phẳng $(\mathcal{H})$.

A. $S=\dfrac{3}{2}$. **B.** $S=\dfrac{1}{3}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\dfrac{2}{3}$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $9^x+3^{x+2}-1=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AC,AD và O là trọng tâm tam giác BCD. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x+2$ (m là tham số). Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị.

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2\\ m\le -1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2\\ m<-1\end{array}\right.$.

Câu 34. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

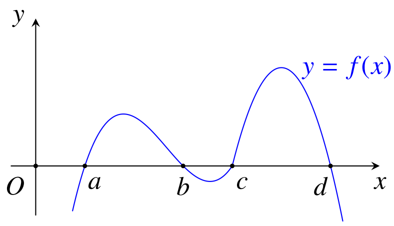
A. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x - m}{x+2}$. Tìm m để $\max\limits_{x\in[0;2]} f(x) + \min\limits_{x\in[0;2]} f(x) = -5$.

A. $m = -4$. **B.** $m = -8$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 8$.

Câu 36.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $I_1 = \int\limits_a^b f(x)dx$; $I_2 = \int\limits_a^c f(x)dx$; $I_3 = \int\limits_a^d f(x)dx$; $I_4 = \int\limits_c^d f(x)dx$.
Phát biểu nào dưới đây đúng?

A. $I_1 < I_2 < I_3 < I_4$. **B.** $I_2 < I_1 < I_4 < I_3$.
C. $I_2 < I_1 < I_3 < I_4$. **D.** $I_1 < I_2 < I_4 < I_3$.



Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x-(m+2)2^{x+1}+3m-5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\dfrac{5}{3} < m < 8$. **B.** $m > \dfrac{5}{3}$. **C.** $m < 8$. **D.** $-2 < m < 8$.

Câu 38. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) = 1$, $f(1) = 2$, $g(0) = -2$, $g(1) = 4$ và $\int\limits_0^1 f'(x)g(x)dx = 7$. Tính $I = \int\limits_0^1 f(x).g'(x)dx$.

A. $I = -3$. **B.** $I = 17$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = -17$.

Câu 39. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là 7.10^6 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 4% mỗi năm. Nếu hàng năm không khai thác thì sau 6 năm khu rừng đó có bao nhiêu mét khối gỗ?

A. 7.14^6. **B.** 7.14^5. **C.** $7.(10,4)^5$. **D.** $7.(10,4)^6$.

Câu 40. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$. Gọi M là giao điểm của Δ và (P). Tính độ dài OM.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 41. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua điểm $A(-1; 0; 3)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q).

A. $2x + y + z - 1 = 0$. **B.** $x - 2y - 2z + 7 = 0$. **C.** $x - 2y + 2z - 5 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 5 = 0$.

Câu 42. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và điểm $A(1; 3; -1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -3; 1)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{1} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{-1} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{1} = 0$. **D.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{1} = 1$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(1-x) = x^2(1-x)^2\ \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int\limits_0^1 f(x)dx$.

A. $I = \frac{1}{30}$. **B.** $I = \frac{1}{60}$. **C.** $I = \frac{1}{45}$. **D.** $I = \frac{1}{15}$.

Câu 45. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0$ (trong đó m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để mặt cầu (S) có diện tích bằng 28π.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $m = \pm 7$. **D.** $m = \pm 3$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn

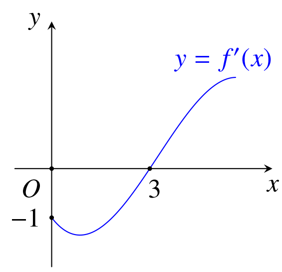
$$\frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{m}{x}, \ \forall x > 0, \ x \neq 1.$$

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 0.

Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(2;3;-1)$, $C(0;3;2)$ và mặt phẳng $(P): \ x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khi điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P), hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$.

A. 8. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 6.

Câu 48.



Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $[0; +\infty)$. Biết $f(0) = 0$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(3) < f''(3) < f'(3)$. **B.** $f'(3) < f(3) < f''(3)$.
C. $f(3) < f'(3) < f''(3)$. **D.** $f''(3) < f(3) < f'(3)$.

Câu 49. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2}+1)^x - (\sqrt{2}-1)^{x-2} \leq 2(\sqrt{2}+1)$.

A. $(-\infty; \sqrt{2}]$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $[-1; 1]$.

Câu 50. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{\frac{x^2+x+1}{5x-1}} + x^2 - 4x + 2 = 0$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

- - - - - - - - - - HẾT- - - - - - - - - -

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 101

1 D	**6** B	**11** B	**16** B	**21** B	**26** C	**31** C	**36** B	**41** C	**46** C
2 A	**7** B	**12** C	**17** D	**22** C	**27** B	**32** B	**37** A	**42** C	**47** A
3 B	**8** D	**13** A	**18** B	**23** B	**28** D	**33** D	**38** C	**43** A	**48** C
4 A	**9** D	**14** C	**19** B	**24** A	**29** D	**34** A	**39** D	**44** B	**49** C
5 B	**10** B	**15** D	**20** D	**25** D	**30** D	**35** D	**40** A	**45** A	**50** B

Mã đề thi 102

1 D	**6** C	**11** D	**16** A	**21** B	**26** D	**31** A	**36** B	**41** B	**46** B
2 D	**7** C	**12** C	**17** B	**22** C	**27** B	**32** A	**37** C	**42** A	**47** C
3 C	**8** C	**13** A	**18** D	**23** D	**28** B	**33** B	**38** C	**43** C	**48** C
4 D	**9** C	**14** C	**19** C	**24** D	**29** A	**34** D	**39** B	**44** B	**49** C
5 D	**10** A	**15** A	**20** D	**25** B	**30** C	**35** C	**40** C	**45** A	**50** A

Mã đề thi 103

1 C	**6** B	**11** B	**16** C	**21** D	**26** C	**31** B	**36** C	**41** C	**46** A
2 C	**7** D	**12** B	**17** A	**22** B	**27** B	**32** C	**37** D	**42** A	**47** A
3 D	**8** A	**13** A	**18** A	**23** D	**28** B	**33** C	**38** C	**43** D	**48** D
4 C	**9** C	**14** A	**19** A	**24** C	**29** A	**34** B	**39** B	**44** A	**49** C
5 A	**10** A	**15** D	**20** B	**25** D	**30** B	**35** D	**40** D	**45** B	**50** C

Mã đề thi 104

1 A	**6** B	**11** D	**16** C	**21** A	**26** A	**31** D	**36** C	**41** B	**46** D
2 A	**7** B	**12** D	**17** D	**22** C	**27** D	**32** A	**37** C	**42** A	**47** B
3 C	**8** C	**13** B	**18** D	**23** D	**28** A	**33** C	**38** B	**43** A	**48** C
4 D	**9** A	**14** C	**19** C	**24** C	**29** B	**34** C	**39** A	**44** C	**49** B
5 B	**10** B	**15** B	**20** D	**25** A	**30** D	**35** B	**40** A	**45** D	**50** C

1-D	**2-A**	**3-B**	**4-A**	**5-B**	**6-B**	**7-B**	**8-D**	**9-D**	**10-B**
11-B	**12-C**	**13-A**	**14-C**	**15-D**	**16-B**	**17-D**	**18-B**	**19-B**	**20-D**
21-B	**22-C**	**23-B**	**24-A**	**25-D**	**26-C**	**27-B**	**28-D**	**29-D**	**30-D**
31-C	**32-B**	**33-D**	**34-A**	**35-D**	**36-B**	**37-A**	**38-C**	**39-D**	**40-A**
41-C	**42-C**	**43-A**	**44-B**	**45-A**	**46-C**	**47-A**	**48-C**	**49-C**	**50-B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB)

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có TCN là $y=\dfrac{a}{c}$.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-3x}{x-4}$ có tiệm cận ngang là $y=-3$.

Chọn D.

Câu 2 (TH)

Phương pháp:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm.

- Tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$\dfrac{2x+2}{x-1}=-x+m$

$\Rightarrow 2x+2=\left(x-1\right)\left(-x+m\right)$

$\Rightarrow 2x+2=-x^2+mx+x-m$

$\Rightarrow x^2+\left(1-m\right)x+m+2=0\ \left(*\right)$

Để đường thẳng d cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình $\left(*\right)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $1\Rightarrow\begin{cases}\Delta=\left(1-m\right)^2-4\left(m+2\right)>0\\1+1-m+m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m-7>0\\4\neq 0\ \left(luon\ dung\right)\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m>7\\m<-1\end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 3 (TH)

Phương pháp:

- Tìm TXĐ.

- Sử dụng công thức tính đạo hàm $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$.

- Giải bất phương trình $y'<0$ và suy ra khoảng nghịch biến của hàm số.

Cách giải:

Vì $x^2+4x+7=(x+2)^2+3>0\forall x\in\mathbb{R}$ nên TXĐ của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\ln\left(x^2+4x+7\right)\Rightarrow y'=\frac{2x+4}{x^2+4x+7}$.

Xét $y'<0\Leftrightarrow\frac{2x+4}{x^2+4x+7}<0\Leftrightarrow 2x+4<0\Leftrightarrow x<-2$.

Vậy hàm số $y=\ln\left(x^2+4x+7\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Chọn B.

Câu 4 (NB)

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $y=\frac{2x-1}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-1}{(x-1)^2}<0\forall x\in D$.

Vậy hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ nghịch biến trên $(-\infty;1),(1;+\infty)$.

Chọn A.

Câu 5 (TH)

Phương pháp:

- Mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ làm 1 VTPT.

- Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và nhận $\vec{n}=(A;B;C)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0$.

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2;1;1) \\ \overrightarrow{AC} = (1;2;-1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-3;-1;-5).$

$\Rightarrow mp(ABC)$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (3;1;5).$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $3(x-1)+1(y+1)+5z=0 \Leftrightarrow 3x+y+5z-2=0.$

Chọn B.

Câu 6 (NB)

Phương pháp:

Số phức $z = a+bi$ có số phức liên hợp là $\overline{z} = a-bi.$

Cách giải:

$z = 4+7i \Rightarrow \overline{z} = 4-7i.$

Chọn B.

Câu 7 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất tích phân: $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^b f(t)dt, \int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx$

Cách giải:

$I = \int\limits_0^1 f(x)dx = \int\limits_0^2 f(x)dx - \int\limits_1^2 f(x)dx$

$= \int\limits_0^2 f(x)dx - \int\limits_1^2 f(t)dt = 5-3=2.$

Chọn B.

Câu 8 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm: $(a^x)' = a^x \ln a, (\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}.$

Cách giải:

$y = 2^x + \log_2 x \Rightarrow y' = 2^x \ln 2 + \dfrac{1}{x\ln 2}.$

Chọn D.

Câu 9 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm mở rộng: $\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C.$

Cách giải:

$F(x) = \int \frac{1}{3x-2}dx = \frac{1}{3}\ln|3x-2| + C.$

Vì $x \in \left(\frac{2}{3};+\infty\right) \Rightarrow 3x-2>0 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}\ln(3x-2)+C.$

Mà $F(1)=5 \Rightarrow C=5.$

Vậy $F(x) = \frac{1}{3}\ln(3x-2)+5.$

Chọn D.

Câu 10 (TH)

Phương pháp:

- Đặt ẩn phụ $t=2^x\ (t>0).$

- Áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

Đặt $t=2^x\ (t>0),$ phương trình trở thành $t^2-5t+3=0.$

Giả sử phương trình có 2 nghiệm phân biệt $t_1,t_2 \Rightarrow x_1=\log_2 t_1, x_2=\log_2 t_2$

$\Rightarrow x_1+x_2=\log_2 t_1+\log_2 t_2=\log_2(t_1t_2)=\log_2 3.$

Chọn B.

Câu 11 (TH)

Phương pháp:

Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số, đặt $t=x^2+2x.$

Cách giải:

Đặt $t=x^2+2x \Rightarrow dt=2(x+1)dx \Rightarrow (x+1)dx=\frac{1}{2}dt.$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=3 \end{cases}.$

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int_0^3 f(t)dt=\frac{1}{2}\int_0^3 f(x)dx=\frac{1}{2}.20=10.$

Chọn B.

Câu 12 (TH)

Phương pháp:

Tính tích phân bằng phương pháp đưa biến vào vi phân.

Cách giải:

Ta có $\int\limits_1^4 \frac{\ln^2 x}{x} dx = \int\limits_1^4 \ln^2 x d\left(\ln x\right) = \frac{\ln^3 x}{3}\Bigg|_1^4$

$$= \frac{1}{3}\ln^3 4 = \frac{1}{3}\ln^3\left(2^2\right) = \frac{8}{3}\ln^3 x$$

$\Rightarrow a = 8, b = 3 \Rightarrow a + b = 11.$

Chọn C.

Câu 13 (TH)

Phương pháp:

- Đường thẳng $d // BC$ nhận $\overrightarrow{BC}$ làm 1 VTCP.

- Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0; y_0; z_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \left(a; b; c\right)$ là: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$.

Cách giải:

Đường thẳng $d // BC$ nhận $\overrightarrow{BC} = \left(1; -2; 2\right)$ làm 1 VTCP.

Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Chọn A.

Câu 14 (TH)

Phương pháp:

- Thực hiện các phép tính tìm số phức z.

- Số phức $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Cách giải:

Ta có: $\left(1+i\right)z + 3i - 1 = 4 - 2i \Rightarrow z = \frac{5 - 5i}{1 + i} = -5i.$

Vậy $\left|z\right|=5.$

Chọn C.

Câu 15 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$:

- Đường thẳng $y=y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}y=y_0$.

- Đường thẳng $x=x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^+}y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+}y=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-}y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-}y=-\infty$.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=-2\Rightarrow y=-2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^+}y=+\infty,\lim\limits_{x\to0^-}y=-\infty\Rightarrow x=0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tổng 2 đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

Hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 điểm cực trị khi $ab<0$.

Cách giải:

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi $-m\left(2-m\right)<0\Leftrightarrow m\left(m-2\right)<0\Leftrightarrow 0<m<2.$

Chọn B.

Câu 17 (TH)

Phương pháp:

Hàm số $y=\log_a f\left(x\right)$ xác định khi và chỉ khi $f\left(x\right)$ xác định và $f\left(x\right)>0$.

Cách giải:

Hàm số $y=\sqrt{1-\log_2 x}$ xác định khi $\begin{cases}1-\log_2 x\ge0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x\le1\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le2.$

Chọn D.

Câu 18 (TH)

Phương pháp:

- Tính $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\angle BAC.$

- Tính thể tích $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}.$

Cách giải:

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\angle BAC = \dfrac{1}{2}.a.2a.\sin 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{2}.$

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

Chọn B.

Câu 19 (TH)

Phương pháp:

Tính tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần.

Cách giải:

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{-x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{x} \end{cases}.$

$\Rightarrow \int_0^1 xe^{-x}dx = -xe^{-x}\Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-x}dx.$

$= -\dfrac{1}{e} - e^{-x}\Big|_0^1 = -\dfrac{1}{e} - \left(\dfrac{1}{e} - 1\right) = 1 - \dfrac{2}{e}$

$\Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5.$

Chọn B.

Câu 20 (TH)

Phương pháp:

- Tính độ dài đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2}.$

- Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl.$

Cách giải:

Độ dài đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.5 = 15\pi.$

Chọn D.

Câu 21 (TH)

Phương pháp:

- Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a có đường kính bằng đường chéo của hình lập phương.

- Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Cách giải:

Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a có đường kính bằng đường chéo của hình lập phương bằng $a\sqrt{3}$ nên có bán kính $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Chọn B.

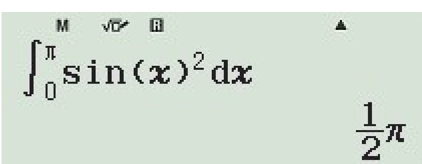
Câu 22 (NB)

Phương pháp:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f\left(x\right), y = g\left(x\right), x = a$, $x = b$ xung quanh trục Ox là: $V = \pi\int\limits_a^b \left|f^2\left(x\right) - g^2\left(x\right)\right| dx.$

Cách giải:

Thể tích cần tính: $V = \pi\int\limits_0^\pi \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{2}$.



Chọn C.

Câu 23 (TH)

Phương pháp:

Xác định số điểm cực trị của hàm số = số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'\left(x\right) = 0$.

Cách giải:

Ta có $f'(x)=\left(x^2-1\right)^2\left(x^2-3x+2\right)x^{2021}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\left(nghiem\ boi\ 3\right) \\ x=-1\left(nghiem\ boi\ 2\right) \\ x=2\left(nghiem\ don\right) \\ x=0\left(nghiem\ boi\ 2021\right) \end{array}\right.$

Vậy hàm số $f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 24 (TH)

Phương pháp:

- Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có bán kính $R=d\left(I;\left(P\right)\right)$.

- Khoảng cách từ điểm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right): Ax+By+Cz+D=0$ là

$$d\left(I;\left(P\right)\right)=\frac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

- Mặt cầu tâm $I\left(a;b;c\right)$, bán kính R có phương trình $\left(S\right):\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2+\left(z-c\right)^2=R^2$.

Cách giải:

Bán kính mặt cầu là $R=d\left(I;\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|1-2.\left(-1\right)+2.1+1\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2+2^2}}=2.$

Vậy phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-1\right)^2=4.$

Chọn A.

Câu 25 (TH)

Phương pháp:

- Dựa vào nhánh cuối cùng suy ra dấu của hệ số a.

- Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung suy ra dấu của hệ số c.

- Hệ vào số điểm cực trị suy ra dấu của hệ số b.

Cách giải:

Đồ thị có nhánh cuối cùng đi xuống $\Rightarrow a<0.$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục hoành nên $c<0.$

Đồ thị có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0.$ Mà $a<0\Rightarrow b>0.$

Vậy $a<0,b>0,c<0.$

Chọn D.

Câu 26 (NB)

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 27 (TH)

Phương pháp:

- Đưa phương trình đường thẳng về dạng $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$.

- Đường thẳng $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ có 1 VTCP là $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$.

Cách giải:

$\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{2y+1}{4}=\dfrac{-z+2}{3}\Rightarrow\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$ có 1 VTCP là $\overrightarrow{u_4}=\left(3;2;-3\right)$.

Chọn B.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

- Tính y', xác định các nghiệm $x_i\in\left[-1;2\right]$ của phương trình $y'=0$.

- Tính $y\left(0\right),y\left(2\right),y\left(x_i\right)$.

- KL: $\min\limits_{[0;2]}y=\min\left\{y\left(0\right),y\left(2\right),y\left(x_i\right)\right\},\max\limits_{[0;2]}y=\max\left\{y\left(0\right),y\left(2\right),y\left(x_i\right)\right\}$.

Cách giải:

Ta có $y'=3x^2-2x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left[0;2\right]\\x=-\dfrac{1}{3}\notin\left[0;2\right]\end{array}\right.$.

Mà $y\left(0\right)=2,y\left(2\right)=4,y\left(1\right)=1$.

$\Rightarrow\min\limits_{[0;2]}y=y\left(1\right)=1=m,\max\limits_{[0;2]}y=y\left(2\right)=4=M$.

Vậy $m+M=1+4=5$.

Chọn D.

Câu 29 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất tích phân: $\int_a^b \left[f(x) + g(x) \right] dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx, \int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx \left(k \ne 0 \right).$

Cách giải:

$$I = \int_0^4 \left[4f(x) - g(x) \right] dx = 4\int_0^4 f(x)dx - \int_0^4 g(x)dx = 4.2 - 3 = 5.$$

Chọn D.

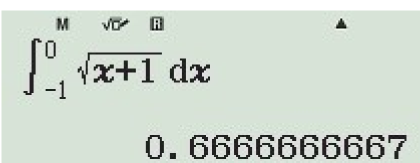
Câu 30 (NB)

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx.$

Cách giải:

Ta có: $S = \int_{-1}^0 \sqrt{x+1}dx = \frac{2}{3}.$



Chọn D.

Câu 31 (TH)

Phương pháp:

Đặt ẩn phụ $t = 3^x > 0.$

Cách giải:

Đặt $t = 3^x > 0,$ phương trình trở thành $t^2 + 9t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-9+\sqrt{85}}{2}(tm) \\ t = \dfrac{-9-\sqrt{85}}{2}(ktm) \end{array} \right.$

Với $t = \frac{-9+\sqrt{85}}{2} \Rightarrow 3^x = \frac{-9+\sqrt{85}}{2} \Leftrightarrow x = \log_3\left(\frac{-9+\sqrt{85}}{2} \right).$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

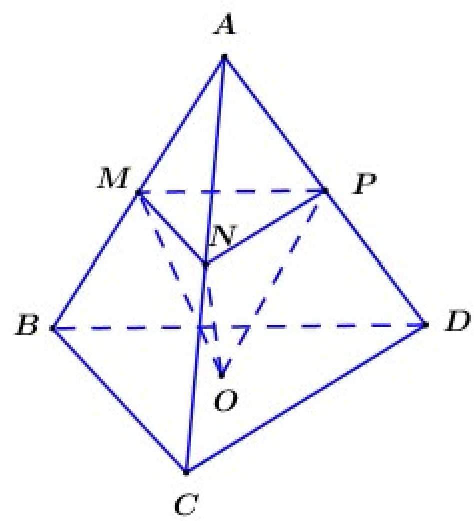
Chọn C.

Câu 32 (TH)

Phương pháp:

So sánh chiều cao và diện tích đáy của hai khối chóp.

Cách giải:



Vì $\Delta MNP \backsim \Delta BCD$ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$ nên $\frac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = k^2 = \frac{1}{4}$.

Ta có $(MNP)//(BCD) \Rightarrow d(O;(MNP)) = d(B;(MNP))$.

Lại có $BA \cap (MNP) = \{M\} \Rightarrow \frac{d(B;(MNP))}{d(A;(MNP))} = \frac{BM}{AM} = 1 \Rightarrow d(B;(MNP)) = d(A;(MNP)) = \frac{1}{2}d(A;(BCD))$.

Vậy $\frac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{d(O;(MNP))}{d(A;(BCD))}.\frac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

Chọn B.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

Tìm điều kiện để phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Ta có

$$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2mx + m + 2$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow \Delta' = m^2 - m - 2.0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -1 \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 34 (TH)

Phương pháp:

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{day}.h$.

Cách giải:

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{day}.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Chọn A.

Câu 35 (TH)

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định nên đạt GTNN và GTLN trên 1 đoạn xác định tại 2 điểm đầu mút.

Cách giải:

Hàm số đã cho xác định trên $[0;2]$, do đó nó đơn điệu trên $[0;2]$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} f(x) + \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) + f(2)$

$\Rightarrow \dfrac{-m}{2} + \dfrac{4-m}{4} = -5$

$\Leftrightarrow -2m + 4 - m = -20$

$\Leftrightarrow m = 8$

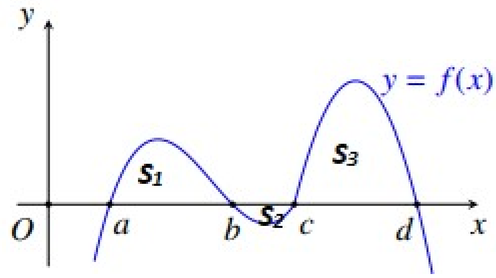
Chọn D.

Câu 36 (VD)

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int\limits_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx.$

Cách giải:



Ta có:

$$I_1 = \int_a^b f(x)\,dx = S_1$$

$$I_2 = \int_a^c f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = S_1 - S_2$$

$$I_3 = \int_a^d f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx + \int_c^d f(x)\,dx = S_1 - S_2 + S_3 = I_2 + S_3$$

$$I_4 = \int_c^d f(x)\,dx = S_3$$

Ta có $I_2 = S_1 - S_2 < S_1 = I_1$ nên loại đáp án A và D.

$$I_3 = I_2 + S_3 \Rightarrow \begin{cases} I_3 > I_2 \\ I_3 > I_4 \end{cases}$$

Dễ thấy $S_2 < S_1 < S_3 \Rightarrow I_1 < I_4$.

Vậy $I_2 < I_1 < I_4 < I_3$.

Chọn B.

Câu 37 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t = 2^x > 0.$ Đưa về phương trình bậc hai ẩn t.

- Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm trái dấu thì phương trình bậc hai ẩn t có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1 < 1 < t_2$.

- Áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

Đặt $t = 2^x > 0,$ phương trình trở thành $t^2 - 2(m+2)t + 3m - 5 = 0$ $(*)$.

Giả sử phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt trái dấu $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow \log_2 t_1 < 0 < \log_2 t_2 \Leftrightarrow t_1 < 1 < t_2$.

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm phân phân biệt thỏa mãn $t_1 < 1 < t_2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - 3m + 5 > 0 \\ 2(m+2) > 0 \\ 3m - 5 > 0 \\ 3m - 5 - 2(m+2) + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m + 9 > 0 (luon\ dung) \\ m > -2 \\ m > \dfrac{5}{3} \\ m - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{3} < m < 8$$

Chọn A.

Câu 38 (VD)

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc tính đạo hàm một tích: $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = \left[f(x)g(x)\right]'$.

Cách giải:

Ta có:

$$\int_0^1 f'(x)g(x)dx + \int_0^1 f(x)g'(x)dx = \int_0^1 \left[f(x)g(x)\right]'dx$$

$$= f(x)g(x)\Big|_0^1 = f(1)g(1) - f(0)g(0) = 2.4 - 1.(-2) = 10$$

$\Rightarrow 7 + I = 10 \Leftrightarrow I = 3.$

Chọn C.

Câu 39 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép.

Cách giải:

Nếu hàng năm không khai thác thì sau 6 năm khu rừng đó có: $7.10^6 (1 + 4\%)^6 = 7.(10,4)^6$ (mét khối).

Chọn D.

Câu 40 (TH)

Phương pháp:

- Tham số hóa tọa độ điểm $M \in \Delta : M(-1 + t; 2t; 1 - t)$.

- Ch $M \in (P)$, tìm t và suy ra tọa độ điểm M

- Tính $OM=\sqrt{x_M^2+y_M^2+z_M^2}$.

Cách giải:

Gọi $M\left(-1+t;2t;1-t\right)\in\Delta$.

Vì $M=\Delta\cap\left(P\right)\Leftrightarrow M\in\left(P\right)\Rightarrow -1+t-2t+2-2t+5=0\Leftrightarrow t=2.$

$\Rightarrow M\left(1;4;-1\right)\Rightarrow OM=\sqrt{1^2+4^2+\left(-1\right)^2}=3\sqrt{2}.$

Chọn A.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

- Xét hệ $\begin{cases}\left(P\right)\\\left(Q\right)\end{cases}$ và suy ra phương trình đường thẳng giao tuyến của $\left(P\right),\left(Q\right)$.

- Xác định $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng giao tuyến.

- Lấy $M\in$ giao tuyến (bất kì). Tính $\overrightarrow{AM}$.

- $\left(R\right)$ có 1 VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right]$.

- Trong không gian $Oxyz,$ mặt phẳng đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và nhận $\vec{u}=\left(A;B;C\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0.$

Cách giải:

Gọi $\Delta=\left(P\right)\cap\left(Q\right)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x+y-z-1=0\\2x-y+z-6=0\end{cases}.$

Cho $z=t$ ta có $\begin{cases}x+y-t-1=0\\2x-y+t-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-7=0\\y=-x+t+1\\z=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{3}\\y=-\dfrac{4}{3}+t\\z=t\end{cases}$

$\Rightarrow\Delta$ có 1 VTCP là $\vec{u}=\left(0;1;1\right)$ và đi qua điểm $M\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{4}{3};0\right).$

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{10}{3};-\dfrac{4}{3};-3\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{10}{3};\dfrac{10}{3}\right)=\dfrac{5}{3}\left(1;-2;2\right).$

Gọi $\vec{n}$ là 1 VTCP của mặt phẳng $\left(R\right)$. Ta có $\begin{cases}\Delta\subset\left(R\right)\\A,M\in\left(R\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\\vec{n}\perp\overrightarrow{AM}\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left(1;-2;2\right).$

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $1(x+1)-2y+2(z-3)=0 \Leftrightarrow x-2y+2z-5=0.$

Chọn C.

Câu 42 (VD)

Phương pháp:

- Gọi $M=d\cap\Delta,$ tham số hóa tọa độ điểm $M:M(1+t;-t;-1+t).$

- Giải $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0$ tìm $t.$

- Đường thẳng d đi qua A và có 1 VTCP là $\overrightarrow{AM}.$ Viết phương trình đường thẳng $d.$

Cách giải:

Gọi $M=d\cap\Delta \Rightarrow M(1+t;-t;-1+t).$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(t;-t-3;t).$

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\ y=-t\\ z=-1+t\end{cases}$ có 1 VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1).$

Vì $d\perp\Delta \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_\Delta}=0$

$\Rightarrow 1.t-1.(-t-3)+1.t=0$

$\Leftrightarrow t+t+3+t=0 \Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(-1;-2;-1)\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$ là 1 VTCP của đường thẳng $d.$

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{1}.$

Chọn C.

Câu 43 (TH)

Phương pháp:

- Hình chiếu của $M(a;b;c)$ trên các trục Ox,Oy,Oz là $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c).$

- Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1.$

Cách giải:

Hình chiếu của $M(2;-3;1)$ trên các trục Ox,Oy,Oz là $A(2;0;0),B(0;-3;0),C(0;0;1).$

Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2;0;0),B(0;-3;0),C(0;0;1)$ là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{1}=1.$

Chọn A.

Câu 44 (VD)

Phương pháp:

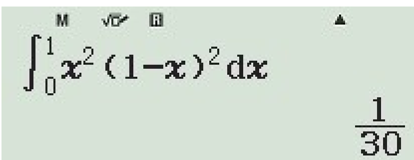
- Lấy tích phân hai vế.

- Sử dụng phương pháp tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

Cách giải:

Lấy tích phân từ 0 đến 1 hai vế của phương trình $f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=x^2\left(1-x\right)^2\ \forall x\in\mathbb{R}$ ta có:

$$\int_0^1 f\left(x\right)dx+\int_0^1 f\left(1-x\right)dx=\int_0^1 x^2\left(1-x\right)^2 dx=\frac{1}{30}\ \left(*\right).$$



Xét $\int_0^1 f\left(1-x\right)dx.$

Đặt $t=1-x\Rightarrow dt=-dx\Rightarrow dx=-dt$

Đổi cận $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1\\ x=1\Rightarrow t=0\end{cases}.$

$$\Rightarrow\int_0^1 f\left(1-x\right)dx=-\int_1^0 f\left(t\right)dt=\int_0^1 f\left(x\right)dx.$$

Thay vào (*) ta có $2\int_0^1 f\left(x\right)dx=\frac{1}{30}\Leftrightarrow\int_0^1 f\left(x\right)dx=\frac{1}{60}.$

Chọn B.

Câu 45 (TH)

Phương pháp:

- Diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2,$ từ đó tính diện tích mặt cầu.

- Mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}.$

Cách giải:

Gọi R là bán kính mặt cầu ta có $4\pi R^2=28\pi\Leftrightarrow R^2=7.$

$\Rightarrow 1^2+\left(-m\right)^2+2^2-\left(-1\right)=7$

$\Leftrightarrow m^2+6=7\Leftrightarrow m=\pm 1$

Chọn A.

Câu 46 (VDC)

Phương pháp:

Cô lập m, đưa bất phương trình về dạng $m \le g\left(x\right)\forall x > 0 \Leftrightarrow m \le \max\limits_{\left(0;+\infty\right)} g\left(x\right).$

Cách giải:

Ta có:

$$\frac{\ln x}{x+1}+\frac{1}{x} \ge \frac{\ln x}{x-1}+\frac{m}{x}\forall x > 0, x \ne 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln x}{x+1}+\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x-1} \ge \frac{m}{x}\forall x > 0, x \ne 1$$

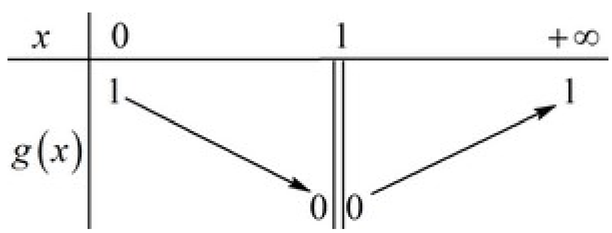
$$\Leftrightarrow \ln x\left(\frac{x}{x+1}-\frac{x}{x-1}\right)+1 \ge m\forall x > 0, x \ne 1$$

$$\Leftrightarrow \ln x.\frac{x^2-x-x^2-x}{x^2-1}+1 \ge m\forall x > 0, x \ne 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x}{x^2-1}.\ln x+1 \ge m\forall x > 0, x \ne 1 \ \left(*\right)$$

Đặt $g\left(x\right)=\frac{-2x}{x^2-1}.\ln x+1$ ta có $m \le g\left(x\right)\forall x > 0, x \ne 1.$

Sử dụng MTCT ta vẽ được BBT hàm số $g\left(x\right)$ như sau:



$\Rightarrow \left(*\right)$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \le 1.$

Vậy có vô số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Chọn C.

Câu 47 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng: G là trọng tâm tam giác ABC ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}.$

- Khoảng cách từ điểm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right): Ax+By+Cz+D=0$ là

$$d\left(I;(P)\right)=\frac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

Cách giải:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC ta có $G(1;2;1)$.

Ta có: $E=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MG}\right|=3MG.$

Do đó $E_{\min}\Leftrightarrow MG_{\min}\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của (G) lên (P). Khi đó $MG=d\left(G;(P)\right)=\dfrac{\left|1-2.2+2.1-7\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{8}{3}$

Vậy $E_{\min}=3.\dfrac{8}{3}=8.$

Chọn A.

Câu 48 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)$, đường thẳng $x=a, x=b$ là $S=\int\limits_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx$. Tính $\int\limits_0^3 f'(x)dx$, từ đó so sánh $f(3), f'(3)$.

- Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ suy ra BXD hàm số $f''(x)$, so sánh $f''(3)$ với 0.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f'(3)=0$.

Ta có $S=\int\limits_0^3\left|f'(x)\right|dx=-\int\limits_0^3 f'(x)dx=f(0)-f(3)>0$ nên $f(3)<f(0)=0\Rightarrow f(3)<f'(3)$.

Xét hàm số $f'(x)$ trên $[0;+\infty)$, hàm số có 2 điểm cực trị $\begin{cases}x=a\in(0;3)\\x=b>3\end{cases}$.

Ta có BXD $f''(x)$ như sau:

x	0		a		3		b		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0		$+$		0	$-$	

$\Rightarrow f''(3)>0=f'(3)$.

Vậy $f(3)<f'(3)<f''(3)$.

Chọn C.

Câu 49:

Phương pháp:

- Sử dụng $\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(\sqrt{2}+1\right)^{-1}$.

- Chia cả 2 vế cho $\sqrt{2}+1$.

- Đặt ẩn phụ $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}>0,$ đưa về bất phương trình bậc hai ẩn t.

- Giải bất phương trình tìm t sau đó tìm x.

Cách giải:

Ta có:

$$\left(\sqrt{2}+1\right)^{x}-\left(\sqrt{2}-1\right)^{x-2}\le 2\left(\sqrt{2}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}+1\right)^{x}-\left(\sqrt{2}+1\right)^{2-x}\le 2\left(\sqrt{2}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}-\left(\sqrt{2}+1\right)^{1-x}\le 2$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}-\frac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}}\le 2$$

Đặt $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}>0,$ bất phương trình trở thành: $t-\frac{1}{t}\le 2\Leftrightarrow t^2-2t-1\le 0\Leftrightarrow 1-\sqrt{2}\le t\le 1+\sqrt{2}.$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0<t\le 1+\sqrt{2}.$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{2}+1\right)^{x-1}\le \sqrt{2}+1\Leftrightarrow x-1\le 1\Leftrightarrow x\le 2.$$

Chọn C.

Câu 50 (VDC)

Phương pháp:

Xét hàm đặc trưng.

Cách giải:

ĐKXĐ: $5x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{5}.$

Ta có:

$$\log_2\sqrt{\frac{x^2+x+1}{5x-1}}+x^2-4x+2=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2\frac{x^2+x+1}{5x-1}+x^2-4x+2=0$$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_2\left(x^2+x+1\right)-\dfrac{1}{2}\log_2\left(5x-1\right)+x^2-4x+2=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_2\left(x^2+x+1\right)+x^2+x+1=\dfrac{1}{2}\log_2\left(5x-1\right)+5x-1\ \left(*\right)$

Xét hàm đặc trưng $f\left(t\right)=\dfrac{1}{2}\log_2 t+t\left(t>0\right)$ có $f'\left(t\right)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0\forall t>0$ nên hàm số đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$, suy ra $\left(*\right)\Leftrightarrow x^2+x+1=5x-1\Leftrightarrow x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{2}\left(tm\right)$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$.

Chọn B.

HẾT

https://toanmath.com/