

MỤC TIÊU

- Đề thi gồm 17 câu hỏi NB, 18 câu hỏi TH, 12 câu hỏi VD và 3 câu hỏi VDC, như vậy có thể thấy đề thi tương đối nhẹ nhàng, học sinh học khá hoàn toàn có thể đạt được 8+.

- Đề thi bám sát đề chính thức các năm, giúp học sinh ôn tập đúng trọng tâm, đồng thời ôn luyện tốt các dạng toán thường gặp để có thể xử lý nhanh nhất có thể.

- Đề thi hoàn toàn phù hợp cho học sinh trong giai đoạn ôn thi và luyện đề thi

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x-2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Oxyz,

$$d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ cho đường thẳng Một vector chỉ phương của d là

- A. $u_2 = (-1; 3; -1)$ B. $u_4 = (1; 3; -1)$ C. $u_1 = (1; 3; 1)$ D. $u_3 = (1; 2; 5)$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$			-3			-5		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 1$ B. $x = -3$ C. $x = -5$ D. $x = -2$

Câu 4: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ là:

- A. 10 B. 50 C. 5 D. 18

Oxyz,

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4t \\ z = -3 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ cho đường thẳng Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d_1 và d_2 chéo nhau B. $d_1 \equiv d_2$ C. $d_1 \perp d_2$ D. $d_1 // d_2$

Câu 6: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		2		1		2		$-\infty$

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

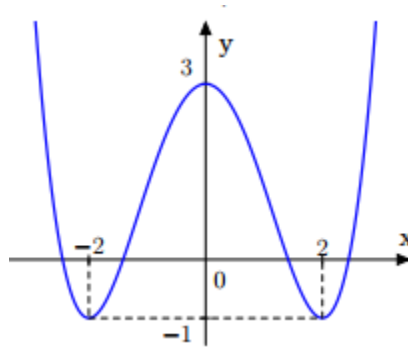
Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q . Số hạng tổng quát (u_n) được xác định theo công thức:

- A. $u_n = u_1 q^n$ B. $u_n = u_1 q^{n-1}$ C. $u_n = u_1 q^{n+1}$ D. $u_n = u_1 + (n-1)q$

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$ và $y = x - 4$ xác định bởi công thức

- A. $\int_0^2 (x - x^2) dx$ B. $\int_0^1 (x^2 - x) dx$ C. $\int_0^1 (x - x^2) dx$ D. $\int_0^2 (x^2 - x) dx$

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng

- A. $(-2; 1)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(-1; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(-1; 2; -3)$ B. $(-2; 4; -6)$ C. $(2; -4; 6)$ D. $(1; -2; 3)$

Câu 12: Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

- A. 30π B. 15π C. 5π D. 24π

Câu 13: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho là:

- A. $4\pi\sqrt{3}$ B. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy có tọa độ là:

- A. $(-1; 0; 1)$ B. $(0; 2; 0)$ C. $(0; 0; 1)$ D. $(-1; 2; 0)$

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $3^x \log 3 + C$ B. $3^x \ln 3 + C$ C. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$ D. $\frac{3^x}{\log 3} + C$

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, tam giác SBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 17: Biết rằng phương trình $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. 13 B. 2 C. 5 D. 25

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc với (α) và (β) là:

- A. $2x - y + 2z = 0$ B. $2x + y - 2z = 0$ C. $2x + y - 2z + 1 = 0$ D. $2x - y - 2z = 0$

Câu 19: Nghiệm của phương trình $3^{3x+6} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = 9$ D. $x = \frac{1}{9}$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{11}$

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{12}}{3}$

Câu 21: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Câu 22: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i$. Giá trị của tích ab bằng:

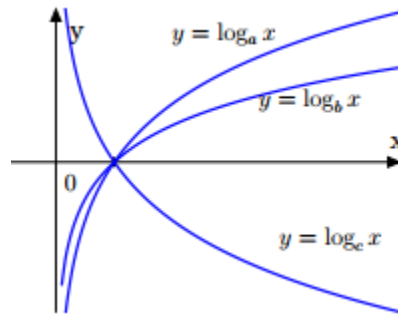
A. 5

B. -5

C. -1

D. 1

Câu 23: Cho các số $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$. Đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ được cho bởi hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $c < b < a$

B. $b < a < c$

C. $c < a < b$

D. $a < b < c$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm $O, \Delta ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. 45°

B. 90°

C. 30°

D. 60°

Câu 25: Với biến đổi $u = \ln x$, tích phân $\int_e^3 \frac{1}{x \ln x} dx$ trở thành

A. $\int_e^3 \frac{1}{u} du$

B. $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{u} du$

C. $\int_1^e \frac{1}{u} du$

D. $\int_1^{\ln 3} \frac{1}{u} du$

Câu 26: Với các số $a, b > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^2}(ab)$ bằng:

A. $\frac{1}{2} \log_a b$

B. $1 + \frac{1}{2} \log_a b$

C. $2 + 2 \log_a b$

D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

Câu 27: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số có ba chữ số?

A. 20

B. 120

C. 216

D. 729

Câu 28: Số phức $(2+4i)^i$ bằng số phức nào sau đây

A. $-4 - 2i$

B. $-4 + 2i$

C. $4 - 2i$

D. $4 + 2i$

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

A. 0

B. -9

C. $-\frac{2}{3}$

D. -1

Câu 30: Với số thực dương a , biểu thức $e^{2\ln a}$ bằng:

A. $\frac{1}{a^2}$

B. $2a$

C. a^2

D. $\frac{1}{2a}$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 và có phương trình là:

$$d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}, \quad d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$$

$d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

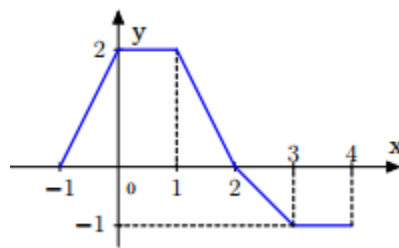
Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(2) = 1$ và $f(4) = 2021$. Giá trị $I = \int_1^2 f'(2x) dx$ bằng

A. -2018 B. 1010 C. -1008 D. 2018

Câu 33: Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tổng $M^2 + m^2$ bằng:

A. 58 B. 52 C. 65 D. 45

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ với $-1 \leq x \leq 4$ có đồ thị các đoạn thẳng như hình bên. Tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng:



A. 4

B. 1

C. 5,5

D. 2,5

Câu 35: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m - 6)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là

A. 3

B. 4

C. 5

D. 2

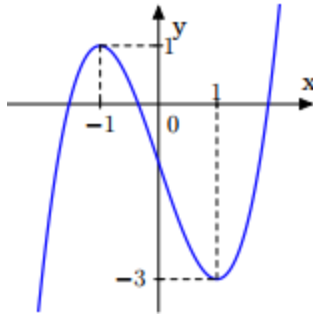
Câu 36: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2, |z_2|=1$ và $|2z_1-3z_2|=4$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1+2z_2|$.

- A. $P = \sqrt{10}$ B. $P = \sqrt{11}$ C. $P = \sqrt{15}$ D. $P = 2\sqrt{5}$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa d và (P) , tính φ .

- A. $\varphi = 45^\circ$ B. $\varphi = 30^\circ$ C. $\varphi = 90^\circ$ D. $\varphi = 60^\circ$

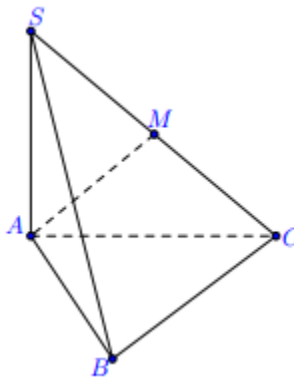
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x+2|)$ là:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 5

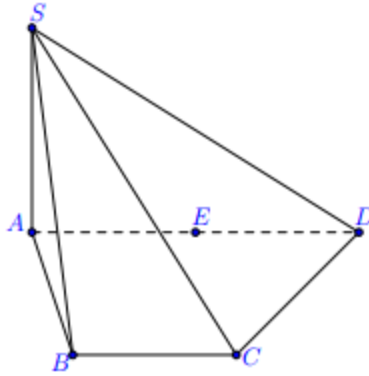
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = AC = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm của SC .



Tính khoảng cách giữa AM và BC .

- A. $d(AM; BC) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $d(AM; BC) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $d(AM; BC) = \frac{3\sqrt{22}}{11}$ D. $d(AM; BC) = \frac{\sqrt{22}}{6}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1, AD = 2$. Cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của AD .



Diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SCDE$ là:

- A. $S_{mc} = 5\pi$ B. $S_{mc} = 3\pi$ C. $S_{mc} = 11\pi$ D. $S_{mc} = 2\pi$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - (2m-2)3^x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 42: Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong 12 quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là:

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{3}{14}$ D. $\frac{3}{11}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

- A. $(2;8;2)$ B. $(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2})$ C. $(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2})$ D. $(1;3;5)$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3 + 3x^2 + m + 1}$ có đúng một tiệm cận đứng.

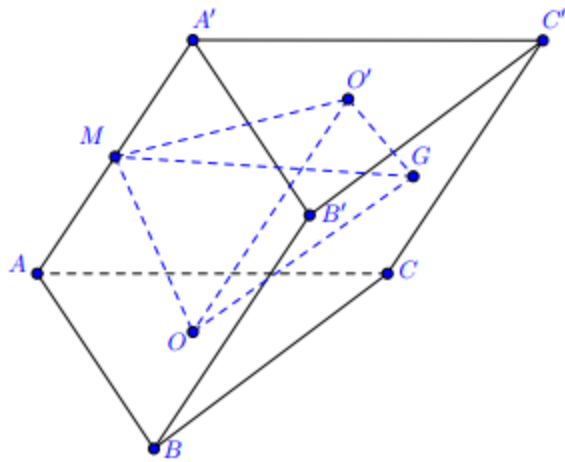
- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$ C. $-5 \leq m < -1$ D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

Câu 45: Cho a, b, c là các số thực và $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $f'(t) = f'(t+5) = 2$ với t là hằng số.

Giá trị $\int_1^{t+5} f'(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{105}{2}$ B. $\frac{134}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{19}{4}$

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hình chiếu của A' lên (ABC) là tâm O của ΔABC . Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm AA' và G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết rằng $V_{O'.OMG} = a^3$, tính chiều cao h của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $h = 24a\sqrt{3}$ B. $h = 36a\sqrt{3}$ C. $h = 9a\sqrt{3}$ D. $h = 18a\sqrt{3}$

Câu 47: Cho phương trình $x^{\log_{2020}(x^3)-a} = 2021$ với a là số thực dương. Biết tích các nghiệm của phương trình là 32. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $1 \leq a \leq 2$ B. $3 \leq a \leq 4$ C. $4 < a \leq 5$ D. $2 \leq a < 3$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$, điểm $A(3; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ . Biết rằng khoảng cách giữa d và Δ là 3, tính giá trị nhỏ nhất của $\cos \varphi$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $\log_2 x + \log_3(m - x) = 2$ có nghiệm thực?

- A. 15 B. 14 C. 24 D. 23

Câu 50: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D = (2; +\infty)$ là:

- A. $-2 \leq m \leq 1$ B. $m \leq -1$ C. $m < -1$ D. $m \leq 0$

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. A	4. A	5. B	6. A	7. B	8. C	9. B	10. C
11. D	12. A	13. C	14. B	15. C	16. C	17. A	18. B	19. B	20. A
21. B	22. B	23. C	24. D	25. D	26. D	27. B	28. B	29. D	30. C
31. D	32. B	33. A	34. D	35. C	36. B	37. D	38. B	39. C	40. C
41. B	42. D	43. C	44. D	45. A	46. B	47. A	48. C	49. A	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (TH)

Phương pháp:

Lập BXD $f'(x)$ và tìm điểm cực đại của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $f'(x) = (x-1)^3(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$.

BXD:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
	$+$		$+$	

\Rightarrow Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn B.

Câu 2 (NB)

Phương pháp:

Đường thẳng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có 1 VTCP là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Cách giải:

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$ Một vectơ chỉ phương của d là $u_2 = (-1; 3; -1)$.

Chọn A.

Câu 3 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương.

Cách giải:

Dựa vào BBT suy ra hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn A.

Câu 4 (NB)

Phương pháp:

- Giải phương trình bậc hai với hệ số thực tìm z_1, z_2 .

- Sử dụng: $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Cách giải:

Ta có:
$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5}.$$

Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10$.

Chọn A.

Câu 5 (TH)

Phương pháp:

- Đường thẳng
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \vec{u} = (a; b; c). \quad d_1, d_2.$$
 có 1 VTCP là \vec{u} . Từ đó suy ra 1 VTCP của

- Nhận xét mối quan hệ của 2 VTCP, từ đó suy ra vị trí tương đối của 2 đường thẳng.

Cách giải:

Đường thẳng
$$d_1 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4t \\ z = -3 + 6t \end{cases} \quad \vec{u}_1 = (-2; 4; 6).$$
 có 1 VTCP là \vec{u}_1 .

Đường thẳng
$$d_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad \vec{u}_2 = (-1; 2; 3).$$
 có 1 VTCP là \vec{u}_2 .

Ta có $\vec{u}_1 = 2\vec{u}_2$ nên $d_1 \equiv d_2$ hoặc $d_1 // d_2$.

$M(2; 0; -3) \in d_1,$

$d_2 : \begin{cases} 2 = 1 - t \\ 0 = 2 + 2t \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M \in d_2. \\ -3 = 3t \end{cases}$

Lấy $M(2; 0; -3)$ thay vào phương trình đường thẳng

ta có:

Vậy $d_1 \equiv d_2$.

Chọn B.

Câu 6 (NB)

Phương pháp:

- Dựa vào hình dáng suy ra đồ thị hàm đa thức bậc ba hoặc bậc bốn trùng phương.
- Dựa vào nhánh cuối của đồ thị hàm số.

Cách giải:

BBT là của hàm đa thức bậc bốn trùng phương nên loại đáp án B và C.

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên chọn đáp án A.

Chọn A.

Câu 7 (NB)

Phương pháp:

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q . Số hạng tổng quát (u_n) được xác định theo công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Cách giải:

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q . Số hạng tổng quát (u_n) được xác định theo công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Chọn B.

Câu 8 (TH)

Phương pháp:

- Giải phương trình hoành độ giao điểm để tìm các cận.
- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Khi đó diện tích cần tính là $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx$.

Chọn C.

Câu 9 (NB)

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt nên phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 10 (NB)

Phương pháp:

Xác định khoảng nghịch biến của hàm số là khoảng mà hàm số liên tục và có đạo hàm âm.

Cách giải:

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Chọn C.

Câu 11 (NB)

Phương pháp:

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ có tâm $I(-a; -b; -c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải:

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$.

Chọn D.

Câu 12 (NB)

Phương pháp:

Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rh$.

Cách giải:

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$.

Chọn A.

Câu 13 (NB)

Phương pháp:

Thể tích của khối nón có bán kính đáy r và đường cao h là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Cách giải:

Thể tích của khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Chọn C.

Câu 14 (NB)

Phương pháp:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(a; b; c)$ trên trục Oy là $(0; b; 0)$.

Cách giải:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(-1; 2; 1)$ trên trục Oy là $(0; 2; 0)$.

Chọn B.

Câu 15 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Cách giải:

$$f(x) = 3^x \Rightarrow \int f(x) dx = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

Chọn C.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

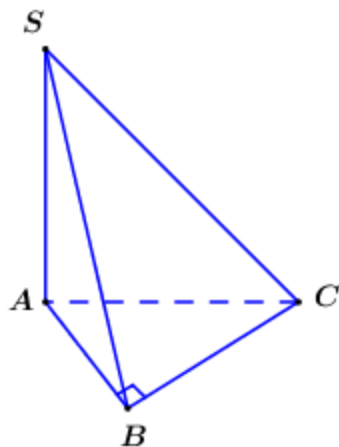
- Chứng minh $BC \perp (SAB)$, từ đó chứng minh ΔSBC vuông cân tại B .

- Sử dụng định lý Pytago tính $SB \Rightarrow BC$.

- Tính $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC$.

- Tính thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC}$.

Cách giải:



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ B.
vuông tại

$\Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại B $\Rightarrow BC = SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn C.

Câu 17 (TH)

Phương pháp:

- Đưa phương trình đã cho về dạng tích.

- Giải phương trình logarit: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

Cách giải:

$$\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x - \log_2 x \cdot \log_3 x + \log_3 x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x (1 - \log_3 x) - (1 - \log_3 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - \log_3 x)(\log_2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 3^2 + 2^2 = 13$.

Chọn A.

Câu 18 (TH)

Phương pháp:

- Tìm VTPT của $(P): n_P = [\vec{n}_\alpha, n_\beta]$.

- Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ có 1 VTPT là $n_\alpha = (\vec{3}; -2; 2)$.

Mặt phẳng $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ có 1 VTPT là $n_\beta = (\vec{5}; -4; 3)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với (α) và (β) nên $n_P = [\vec{n}_\alpha, n_\beta] = (\vec{2}; 1; -2)$ là 1 VTPT của (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x + y - 2z = 0$.

Chọn B.**Câu 19 (TH)****Phương pháp:**

Sử dụng phương pháp đưa về cùng cơ số.

Cách giải:

$$3^{3x+6} = \frac{1}{27} = 3^{-3} \Leftrightarrow 3x + 6 = -3 \Leftrightarrow x = -3.$$

Chọn B.**Câu 20 (NB)****Phương pháp:**

Khoảng cách từ điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là

$$d(I; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Cách giải:

$$d(M; (P)) = \frac{|1 - 3 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}.$$

Chọn A.**Câu 21 (TH)****Phương pháp:**

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$:

- Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0$.

- Đường thẳng $x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = +\infty$.

Cách giải:

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} y \text{ không tồn tại.}$$

$\Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow x = 2$ là TCD của đồ thị hàm số.

Vậy Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là 2.

Chọn B.

Câu 22 (TH)

Phương pháp:

Thực hiện phép nhân số phức và sử dụng định nghĩa hai số phức bằng nhau.

Cách giải:

$$\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i \Leftrightarrow a+bi = (1-i)(3+2i) = 5-i$$

$$\Rightarrow a = 5, b = -1 \Rightarrow ab = -5$$

Chọn B.

Câu 23 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng

Đồ thị hàm số $y = \log_a x (x > 0)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $a > 1$, nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi $0 < a < 1$.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $a, b > 1$.

Đồ thị hàm số $y = \log_c x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < c < 1$.

Với cùng 1 giá trị $x_0 > 1$ ta có $\log_b x_0 < \log_a x_0 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_{x_0} b} < \frac{1}{\log_{x_0} a} \Leftrightarrow \log_{x_0} b > \log_{x_0} a$.

Do $x_0 > 1$ nên $b > a$.

Vậy $c < a < b$.

Chọn C.

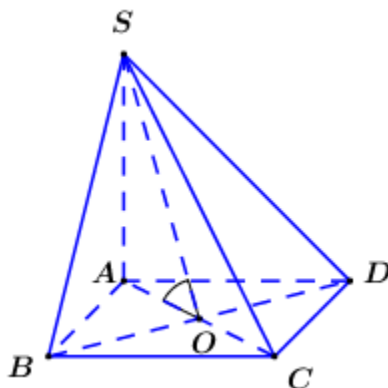
Câu 24 (TH)

Phương pháp:

- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó.

- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông để tính góc.

Cách giải:



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AO$ là hình chiếu vuông góc của SO lên $(ABCD)$.

$\Rightarrow \angle(SO; (ABCD)) = \angle(SO; AO) = \angle SOA$.

Vi ABD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AO = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAO có: $\tan \angle SOA = \frac{SA}{AO} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SOA = 60^\circ$.

Vậy $\angle(SO; (ABCD)) = 60^\circ$.

Chọn D.

Câu 25 (NB)

Phương pháp:

Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

Cách giải:

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = e \Rightarrow u = \ln e = 1 \\ x = 3 \Rightarrow u = \ln 3 \end{cases}$.

Vậy $\int_e^3 \frac{1}{x \ln x} dx = \int_1^{\ln 3} \frac{1}{u} du$.

Chọn D.

Câu 26 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $\log_a x^m = m \log_a x$ ($0 < a \neq 1, x > 0$), $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ ($0 < a \neq 1, x, y > 0$)

Cách giải:

Với các số $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:

$$\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a ab = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

Chọn D.

Câu 27 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng chỉnh hợp.

Cách giải:

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được $A_6^3 = 120$ số có ba chữ số.

Chọn B.

Câu 28 (NB)

Phương pháp:

Thực hiện phép nhân số phức.

Cách giải:

$$(2 + 4i)i = 2i + 4i^2 = -4 + 2i.$$

Chọn B.

Câu 29 (TH)

Phương pháp:

- Tính $f'(x)$, xác định các nghiệm $x_i \in [0; 2]$ của phương trình $f'(x) = 0$.

- Tính $f(0), f(2), f(x_i)$.

- KL: $\min_{[0;2]} f(x) = \min \{f(0); f(2); f(x_i)\}; \max_{[0;2]} f(x) = \max \{f(0); f(2); f(x_i)\}$

Cách giải:

Hàm số đã cho xác định liên tục trên $[0;2]$.

Ta có

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(x+1) - x^2 + 3x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0;2] \\ x = -3 \notin [0;2] \end{cases}$$

$$\text{Mà } f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;2]} f(x) = -1.$$

Chọn D.

Câu 30 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng $e^{\ln a} = a$.

Cách giải:

$$e^{2\ln a} = (e^{\ln a})^2 = a^2.$$

Chọn C.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

- Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$. Tham số hóa tọa độ điểm A, B theo biến a, b .

- Giải phương trình AB, u_3 cùng phương tìm a, b với u_3 là 1 VTCP của đường thẳng d_3 . Từ đó suy ra tọa độ điểm A, B .

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B .

Cách giải:

$$\text{Gọi } \begin{cases} A(3+a; 3+2a; -2-a) = d \cap d_1 \\ B(5+3b; -1-2b; 2-b) = d \cap d_2 \end{cases} \quad \text{Ta có } \quad AB = (3b-a+2; -2b-2a-4; -b+a+4).$$

Vì $d // d_3$ nên AB, u_3 cùng phương, với $u_3 = (\vec{1}; 2; 3)$ là 1 VTCP của đường thẳng d_3 .

Khi đó ta có:

$$\frac{3b-a+2}{1} = \frac{-2b-2a-4}{2} = \frac{-b+a+4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6b-2a+4 = -2b-2a-4 \\ 9b-3a+6 = -b+a+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8b = -8 \\ 10b-4a+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(1; -1; 0), B(2; 1; 3).$$

Vậy phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 0)$ và có 1 VTCP $u_3 = (\vec{1}; 2; 3)$ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn D.

Câu 32 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng phương pháp đưa biến vào vi phân.

- Sử dụng công thức tích phân Niu-ton Leibniz: $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2} [f(4) - f(2)] = \frac{1}{2} (2021 - 1) = 1010 \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng BĐT $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$

Cách giải:

Ta có:

$$2 = |z - 3 + 4i| = |z - (3 - 4i)| \geq ||z| - |3 - 4i||$$

$$\Rightarrow ||z|-5| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq |z|-5 \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq |z| \leq 7$$

$$\Rightarrow M = |z|_{\max} = 7, m = |z|_{\min} = 3.$$

$$\text{Vậy } M^2 + m^2 = 7^2 + 3^2 = 58.$$

Chọn A.

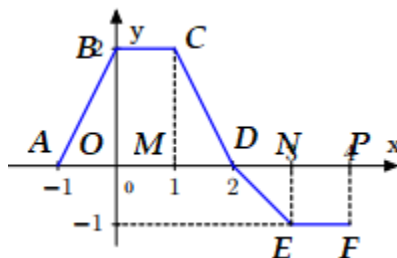
Câu 34 (TH)

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Cách giải:



Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^4 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx \\ &= S_{\Delta OAB} + S_{OBCM} + S_{\Delta CDM} - S_{\Delta DEN} - S_{NEFP} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \\ &= \frac{5}{2} = 2,5 \end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 35 (VD)

Phương pháp:

- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.
- Sử dụng định lý Vi-ét.

Cách giải:

Ta có: $y = x^3 - mx^2 + (m-6)x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2mx + m - 6$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ thì $y' \leq 0 \forall x \in (0; 2)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

$$\Rightarrow 3x^2 - 2mx + m - 6 \leq 0 \forall x \in (0; 2).$$

Ta có $\Delta' = m^2 - 3(m-6) = m^2 - 3m + 18 > 0 \forall m$ nên phương trình $3x^2 - 2mx + m - 6 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$. Khi đó ta có $3x^2 - 2mx + m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \in (x_1; x_2)$.

Do đó để $3x^2 - 2mx + m - 6 \leq 0 \forall x \in (0; 2)$ thì $(0; 2) \subset (x_1; x_2) \Rightarrow x_1 \leq 0 < 2 \leq x_2$.

$$\begin{cases} x_1 \leq 0 < x_2 \\ x_1 < 2 \leq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 \leq 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-6}{3} \leq 0 \\ \frac{m-6}{3} - 2 \cdot \frac{2m}{3} + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ m - 6 - 4m + 12 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ -3m + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 6$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

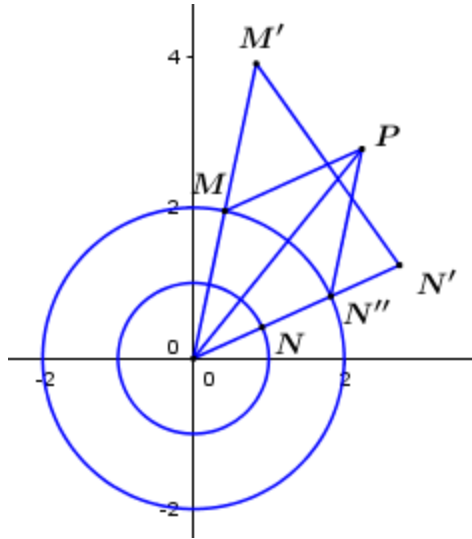
Chọn C.

Câu 36 (VD)

Phương pháp:

- Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 . Tìm OM, ON .
- Gọi M', N' lần lượt là điểm biểu diễn số phức $2z_1, 3z_2$. Tính $M'N'$.
- Gọi N'' là điểm biểu diễn số phức $2z_2$, khi đó ta có $P = |z_1 + 2z_2| = \left| \vec{OM} + \vec{ON''} \right| = OP$, với $OMP N''$ là hình bình hành.
- Sử dụng định lí Cosin trong tam giác $OM'N'$ tính $\cos \angle M'ON'$.
- Tính $OP^2 = OM^2 + ON''^2 + 2OM \cdot ON'' \cdot \cos \angle M'ON'$.

Cách giải:



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 :

Theo bài ra ta có $|z_1| = 2, |z_2| = 1 \Rightarrow z_1 \in (0; 2), z_2 \in (0; 1) \Rightarrow OM = 2, ON = 1$.

Gọi M', N' lần lượt là điểm biểu diễn số phức $2z_1, 3z_2$. Vì $|2z_1 - 3z_2| = 4 \Rightarrow M'N' = 4$.

Gọi N'' là điểm biểu diễn số phức $2z_2$, khi đó ta có $P = |z_1 + 2z_2| = |\vec{OM} + \vec{ON''}| = OP$, với $OMP N''$ là hình bình hành.

Xét tam giác $OM'N'$ có $\cos \angle M'ON' = \frac{OM'^2 + ON'^2 - M'N'^2}{2 \cdot OM' \cdot ON'} = \frac{4^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{3}{8}$.

$\Rightarrow OP^2 = OM^2 + ON''^2 + 2OM \cdot ON'' \cdot \cos \angle M'ON' = 11 \Rightarrow OP = \sqrt{11}$.

Vậy $P = \sqrt{11}$.

Chọn B.

Câu 37 (VD)

Phương pháp:

- Xét hệ $\begin{cases} (\alpha) \\ (\beta) \end{cases}$ để tìm phương trình đường thẳng d .

φ là góc giữa d và (P) thì $\sin \varphi = \cos \angle(u_d; n_P) = \frac{u_d \cdot n_P}{|u_d| \cdot |n_P|}$.

Cách giải:

$$\begin{cases} x-2y+1=0 \\ x-2z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=t \\ x=3+2t \\ y=\frac{x+1}{2}=2+t \end{cases}$$

Xét hệ

$$\Rightarrow d = (\alpha) \cap (\beta) \quad d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \\ z=t \end{cases} \quad u_d = (\vec{2}; 1; 1).$$

Phương trình đường thẳng

là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \\ z=t \end{cases}$, do đó có 1 VTCP là

Mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+8=0$ có 1 VTPT là $n_P = (\vec{3}; 4; 5)$.

$$\sin \varphi = \cos \angle(u_d; n_P) = \frac{u_d \cdot n_P}{|u_d| \cdot |n_P|} = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Khi đó ta có:

Vậy $\varphi = 60^\circ$.

Chọn D.

Câu 38 (VD)

Phương pháp:

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ bằng $2n+1$ với n là số điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } f(|x+2|) = f(\sqrt{(x+2)^2}).$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2(x+2)}{2\sqrt{(x+2)^2}} f'(|x+2|) = \pm f'(|x+2|)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow f'(|x+2|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x+2| = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ |x+2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x+2|)$ là $2 \cdot 0 + 1 = 1$.

Chọn B.

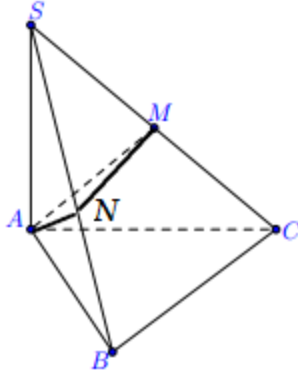
Câu 39 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ đường này đến mặt phẳng song song và chứa đường thẳng kia.

$$\text{- Sử dụng } d(S; (AMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}}.$$

Cách giải:



Gọi N là trung điểm của BC ta có $MN // BC \Rightarrow BC // (AMN) \supset AM$

$$\Rightarrow d(AM; BC) = d(BC; (AMN)) = d(C; (AMN)).$$

Lại có $SC \cap (AMN) = M \Rightarrow \frac{d(C; (AMN))}{d(S; (AMN))} = \frac{CM}{SM} = 1 \Rightarrow d(C; (AMN)) = d(S; (AMN))$

Ta có

$$AM = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$AN = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{1}{2}.2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

p là nửa chu vi tam giác AMN ta có $p = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{2}}{2}$.

$$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-AN)(p-MN)} = \frac{\sqrt{22}}{4}.$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}, V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{6}.3.2.2 = 2.$$

$$\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4}.2 = \frac{1}{2}.$$

$$d(AM; BC) = d(S; (AMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{22}}{4}} = \frac{3\sqrt{22}}{11}.$$

Vậy

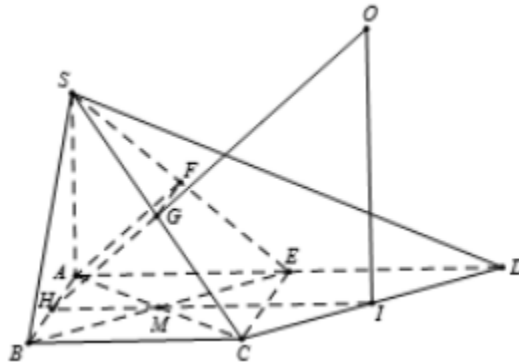
Chọn C.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Gọi H, G, F lần lượt là trung điểm của AB, SC, SE và $M = AC \cap BD$. Chứng minh $(AFGH)$ là mặt phẳng trung trực của SE .
- Xác định trục d của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE .
- Gọi $O = d \cap (AFGH) \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.
- Tính toán bán kính $R = OC$.
- Diện tích mặt cầu bán kính R là $S_{mc} = 4\pi R^2$.

Cách giải:



Gọi H, G, F lần lượt là trung điểm của AB, SC, SE và $M = AC \cap BD$.

Dễ thấy $AFGH$ là hình bình hành.

Ta có
$$\begin{cases} AF \perp SE (SA = AE) \\ GF \perp SE (GF \parallel AB \parallel CE, AB \perp SE) \end{cases} \Rightarrow SE \perp (AFGH).$$

Khi đó $(AFGH)$ là mặt phẳng trung trực của SE .

Theo bài ra ta có: $ABCE$ là hình vuông $\Rightarrow CE \perp AD \Rightarrow \triangle CED$ vuông tại E .

Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE .

Qua I kẻ đường thẳng $d \parallel SA \Rightarrow d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE .

Ta gọi $O = GH \cap d \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$, bán kính $R = OC$.

Ta có
$$IC = \frac{1}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\triangle OIH \sim \triangle GMH \Rightarrow \frac{GM}{MH} = \frac{OI}{IH} \Rightarrow OI = \frac{3}{2}.$$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác OIC ta có
$$R = OC = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

S.CED

$$S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 = 11\pi.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

là:

Chọn C.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t = 3^x > 0$, đưa về phương trình bậc hai ẩn t .

- Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình bậc hai ẩn t phải có 2 nghiệm dương phân biệt.

- Sử dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

- Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 - (2m - 2)t - m + 4 = 0$ (*).

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (-m+4) > 0 \\ 2m-2 > 0 \\ -m+4 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 3 > 0 \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ m < \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} < m < 4$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 42 (TH)

Phương pháp:

- Tính số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$.

- Gọi A là biến cố: “chọn được 3 quả cầu khác màu”. Sử dụng tổ hợp tính $n(A)$.

- Tính xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố: “chọn được 3 quả cầu khác màu” $\Rightarrow n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{C_{12}^3} = \frac{3}{11}$.

Chọn D.

Câu 43 (TH)

Phương pháp:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) .

- Tìm giao điểm của d và (P) .

Cách giải:

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) .

\Rightarrow Phương trình đường thẳng d là:
$$d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) , khi đó $H = d \cap (P)$ nên tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \\ 2z - y - z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \\ 4 + 4t - 3 + t - 4 + t + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \\ 6t + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{7}{2} \\ z = \frac{9}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

Chọn C.

Câu 44 (VD)

Phương pháp:

- Tìm điều kiện để mẫu số có nghiệm duy nhất khác 1 hoặc có 2 nghiệm trở lên trong đó có duy nhất 1 nghiệm khác 1.
- Xét phương trình mẫu số, cô lập m và sử dụng phương pháp tương giao đồ thị hàm số.

Cách giải:

Xét phương trình $x^3 + 3x^2 + m + 1 = 0$ (*)

TH1: $x = 1$ là nghiệm của (*) $\Rightarrow 5 + m = 0 \Leftrightarrow m = -5$.

Khi đó ta có $y = \frac{x-1}{x^3+3x^2-4} = \frac{x-1}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2}$, $x = -2$.

$\Rightarrow m = -5$ thỏa mãn.

TH2: $x = 1$ không là nghiệm của (*), khi đó để đồ thị đã cho có đúng 1 TCD thì (*) có nghiệm duy nhất khác 1.

Ta có (*) $\Leftrightarrow m = -x^3 - 3x^2 - 1 = f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 1$ ta có $f'(x) = -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	-1	-5	$-\infty$	

Dựa vào BBT ta thấy $m = f(x)$ có nghiệm duy nhất khác 1 khi $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Kết hợp 2 TH ta có $\begin{cases} m \leq 5 \\ m > -1 \end{cases}$.

Chọn D.**Câu 45 (VDC)****Phương pháp:**

- Chọn $t = 0$, tính I theo t .
- Vì $f'(0) = f'(5) = 2$ nên 0 và 5 là nghiệm của phương trình $f'(x) - 2 = 0$. Sử dụng định lí Vi-ét tìm a, b .
- Thay a, b vừa tìm được để tính I .

Cách giải:

$$I = \int_t^{t+5} f'(x) dx = f(x) \Big|_t^{t+5} = f(t+5) - f(t).$$

Ta có:

$$\text{Chọn } t=0 \text{ ta có } I = f(5) - f(0).$$

$$\text{Ta có: } f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

Vì $f'(0) = f'(5) = 2$ nên 0 và 5 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2ax + b - 2 = 0$

$$\text{Áp dụng định lí Vi-ét ta có } \begin{cases} -\frac{2a}{3} = 5 \\ \frac{b-2}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{15}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$I = f(5) - f(0)$$

$$I = 125 + 25a + 5b + c - c$$

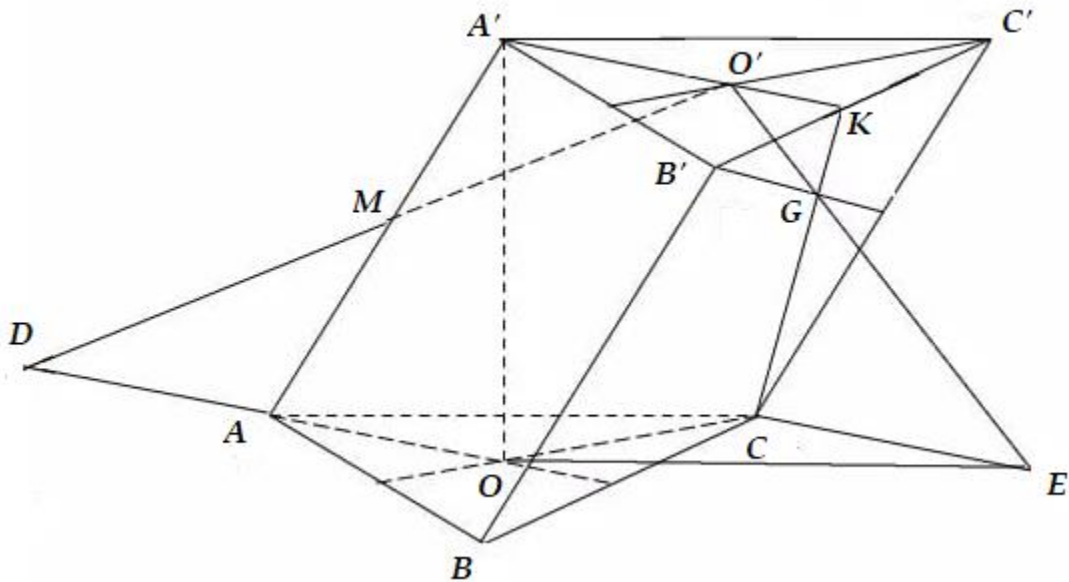
$$I = 125 + 25a + 5b$$

$$I = 125 - 25 \cdot \frac{15}{2} + 5 \cdot 2 = -\frac{105}{2}.$$

Chọn A.

Câu 46 (VDC)

Cách giải:



Trong (ABC) xác định điểm E sao cho $ACEO$ là hình bình hành.

Khi đó ta có $\begin{cases} CE // AO // A'O' \\ CE = AO = A'O' \end{cases} \Rightarrow A'O'EC$ cũng là hình bình hành.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\frac{O'G}{GE} = \frac{O'K}{CE} = \frac{O'K}{A'O'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{O'G}{O'E} = \frac{1}{3}$.

Trong $(AOO'A')$ kéo dài $O'M$ cắt AO tại D .

Áp dụng định lí Ta-lét ta có $\frac{O'M}{MD} = \frac{A'O'}{AD} = \frac{A'M}{AM} = 1 \Rightarrow \frac{O'M}{O'D} = \frac{1}{2}$.

Khi đó ta có $\frac{V_{O'.OMG}}{V_{O'.ODE}} = \frac{O'M}{O'D} \cdot \frac{O'G}{O'E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{O'.ODE} = 6V_{O'.OMG} = 6a^3$.

Ta có $V_{O'.ODE} = \frac{1}{3}h \cdot S_{\Delta ODE} = 6a^3$.

Ta lại có $S_{\Delta ODE} = \frac{1}{2}d(E; OD) \cdot OD$

Ta có $OD = 2OA = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, $d(E; OD) = d(C; AO) = \frac{a}{2}$.

$\Rightarrow S_{\Delta ODE} = \frac{1}{2}d(E; OD) \cdot OD = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

$$h = \frac{18a^3}{a^2\sqrt{3}} = 36a\sqrt{3}.$$

Vậy $\frac{h}{6}$

Chọn B.

Câu 47 (VD)

Phương pháp:

- Lấy logarit cơ số 2020 cả hai vế của phương trình.
- Đặt ẩn phụ $t = \log_{2020} x$, đưa về phương trình bậc hai ẩn t .
- Sử dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x > 0$.

Lấy logarit cơ số 2020 cả hai vế của phương trình $x^{\log_{2020}(x^3)-a} = 2021$ ta được:

$$\log_{2020} \left(x^{\log_{2020}(x^3)-a} \right) = \log_{2020} 2021$$

$$\Leftrightarrow \left[\log_{2020} (x^3) - a \right] \log_{2020} x = \log_{2020} 2021$$

$$\Leftrightarrow 3 \log_{2020}^2 x - a \log_{2020} x - \log_{2020} 2021 = 0$$

Đặt $t = \log_{2020} x$, phương trình trở thành $3t^2 - at - \log_{2020} 2021 = 0$ (*).

Vì phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 32$.

Khi đó phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$$t_1 + t_2 = \log_{2020} x_1 + \log_{2020} x_2 = \log_{2020} (x_1 x_2) = \log_{2020} 32.$$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $t_1 + t_2 = \frac{a}{3} = \log_{2020} 32 \Leftrightarrow a = 3 \cdot \log_{2020} 32 \approx 1,37$.

Vậy $1 \leq a \leq 2$.

Chọn A.

Câu 48 (VDC)

Cách giải:

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và song song với d .

Khi đó ta có $d(\Delta; d) = d(d; (Q)) = d(O; (Q))$ do $O \in d$.

Gọi $\vec{n}_Q = (\vec{a}; b; c)$ là 1 VTPT của (Q) .

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(3; -1; -1)$ là:

$$a(x-3) + b(y+1) + c(z+1) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - 3a + b + c = 0$$

Lại có $d // (Q)$ nên $u_d \perp \vec{n}_Q \Leftrightarrow 3a + 2b + 2c = 0$.

Ta có:
$$d(O; (Q)) = \frac{|-3a + b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3.$$

$$\Leftrightarrow (-3a + b + c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 9a^2 + b^2 + c^2 - 6ab - 6ac + 2bc = 9(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 4(b^2 + c^2) = -3ab - 3ac + bc$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4(b^2 + c^2) = -3ab - 3ac + bc \\ 3a + 2b + 2c = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(b^2 + c^2) = 2(b+c)b + 2(b+c)c + bc \\ 3a = -2(b+c) \end{cases}$$

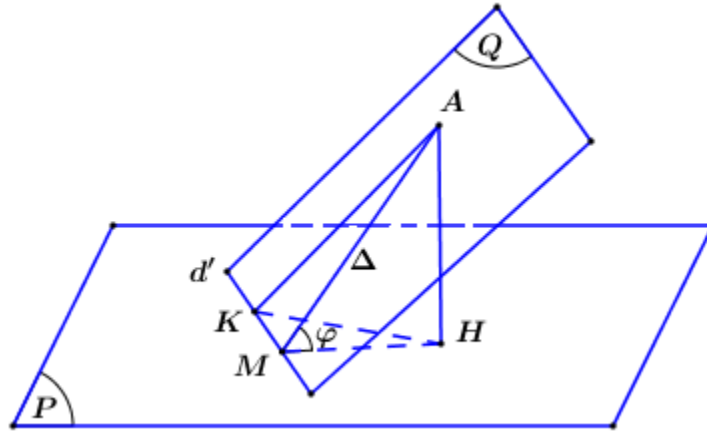
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4b^2 + 4c^2 = 2b^2 + 2bc + 2bc + 2c^2 + bc \\ 3a = -2(b+c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + 2c^2 - 5bc = 0 \\ 3a = -2(b+c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c \\ c = 2b \\ 3a = -2(b+c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c; a = -2c \\ c = 2b; a = -2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_Q = \vec{(-2c; 2c; c)} = (-2; 2; 1) \\ n_Q = \vec{(-2b; b; 2b)} = (-2; 1; 2) \end{cases}$$



Gọi $d' = (P) \cap (Q)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên $(P), d', M = \Delta \cap (P)$.

Khi đó ta có $\angle((P); (Q)) = \angle AKH, \varphi = \angle(\Delta; (P)) = \angle AMH$.

Ta có $\cos \varphi$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Rightarrow \sin \varphi$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $\sin \varphi = \frac{AH}{AM} \leq \frac{AH}{AK},$ do đó $\sin \varphi_{\max} = \frac{AH}{AK} \Leftrightarrow H \equiv K.$

Khi đó

$$\cos \varphi_{\min} = \cos((P); (Q)) = \frac{|n_P \cdot n_Q|}{|n_P| \cdot |n_Q|}$$

TH1: $n_Q = \vec{(-2; 2; 1)} \Rightarrow \cos \varphi_{\min} = \frac{|-2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{9}} = \frac{4}{9}$

TH2: $n_Q = \vec{(-2; 1; 2)} \Rightarrow \cos \varphi_{\min} = \frac{|-2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{9}} = \frac{4}{9}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\cos \varphi$ bằng $\frac{4}{9}$.

Chọn C.

Câu 49 (VD)

Phương pháp:

- Chuyển vế, đưa phương trình về dạng $\log_3(m-x) = \log_2 \frac{4}{x} = t$.

- Rút x , đưa về phương trình dạng $m = f(t)$.

- Lập BBT hàm số $f(t)$ và tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Cách giải:

ĐKXĐ: $0 < x < m$.

Ta có:

$$\log_2 x + \log_3(m-x) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(m-x) = 2 - \log_2 x = \log_2 \frac{4}{x}$$

Đặt $\log_3(m-x) = \log_2 \frac{4}{x} = t \Rightarrow \begin{cases} m-x = 3^t \\ \frac{4}{x} = 2^t \end{cases}$

$$\Rightarrow m - 3^t = \frac{4}{2^t} \Leftrightarrow m = 3^t + \frac{4}{2^t} = f(t).$$

Ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 - \frac{4 \cdot \ln 2}{2^t} = 0 \Leftrightarrow 6^t \ln 3 - 4 \ln 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 6^t = 4 \frac{\ln 2}{\ln 3} \Leftrightarrow 4 \log_3 2 \Rightarrow t = \log_6(4 \log_3 2) = t_0$$

BBT:

t	$-\infty$	t_0	$+\infty$
$f'(t)$			
$f(t)$	$+\infty$	$f(t_0)$	$+\infty$

Phương trình $m = f(t)$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq f(t_0) \approx 4,5$.

Kết hợp điều kiện đề bài và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5; 6; 7; \dots; 19\}$. Vậy có 15 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 50 (VD)

Phương pháp:

- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0 \forall x \in (2; +\infty)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

- Cô lập m , đưa bất phương trình về dạng $m \leq g(x) \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq \min_{[2; +\infty)} g(x)$.

- Lập BBT hàm số $g(x)$.

Cách giải:

Ta có:
$$y = mx + (m+1)\sqrt{x-2} \Rightarrow y' = m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}} = \frac{2m\sqrt{x-2} + m+1}{2\sqrt{x-2}}$$

Để hàm số nghịch biến trên $D = (2; +\infty)$ thì $y' \leq 0 \forall x \in (2; +\infty)$.

$$\Rightarrow \frac{2m\sqrt{x-2} + m+1}{2\sqrt{x-2}} \leq 0 \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow m(2\sqrt{x-2} + 1) \leq -1 \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{-1}{2\sqrt{x-2} + 1} \forall x \in (0; 2)$$

Đặt $g(x) = \frac{-1}{2\sqrt{x-2} + 1}$ ta có $m \leq g(x) \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq \min_{[2; +\infty)} g(x)$.

$$g'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x-2} + 1)^2} > 0 \forall x \in (2; +\infty)$$

Ta có nên hàm số đồng biến trên

Do đó $\min_{[2; +\infty)} g(x) = g(2) = -1$.

Vậy $m \leq -1$.

Chọn B.

----- HẾT -----