

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2021 MÔN TOÁN TRƯỜNG PHAN ĐÌNH PHÙNG

TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

Bài thi: MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 121

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A. 10^5 . B. 5^{10} . C. C_{10}^5 . D. A_{10}^5 .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 15$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 20. B. 75. C. 3. D. 10.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $5^{x+1} = 125$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 4: Thể tích của khối lập phương cạnh $2\sqrt{3}$ bằng

- A. $24\sqrt{3}$. B. $54\sqrt{2}$. C. 8. D. $18\sqrt{2}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3x - 6)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

Câu 6: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2021}$ trên $\mathbb{R}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^{2022}}{2022}$. B. $\int f(x) dx = 2021x^{2020} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^{2022}}{2022} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^{2021}}{2021} + C$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 15. B. 30. C. 150. D. 10.

Câu 8: Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 6\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 9: Cho mặt cầu có bán kính $R = 6$. Diện tích S của mặt cầu đã cho bằng

A. $S = 144\pi$.

B. $S = 38\pi$.

C. $S = 36\pi$.

D. $S = 288\pi$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			2		-1		3		
	$-\infty$								$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)$.

D. $(0;1)$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(a^5)$ bằng

A. $\frac{1}{5}\log_3 a$.

B. $5\log_3 a$.

C. $5+\log_3 a$.

D. $\frac{3}{5}\log_3 a$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy là r , đường cao h và đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} hình nón đó là

A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $S_{xq} = \pi r l$.

C. $S_{xq} = 2\pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

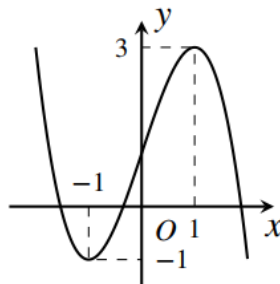
A. $x = 2$.

B. $x = -3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

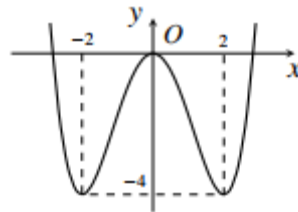
Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-4}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tương ứng là $x = a, y = b$. Khi đó $a.b$ bằng

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -2$ là

- A. $[0; +\infty)$ B. $(-\infty; 9)$ C. $(0; 9]$ D. $(9; +\infty)$

Câu 17: Cho hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0,5$ là



- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 7 B. 13 C. 17 D. 11

Câu 19: Số phức liên hợp của số phức $z = (2-3i)(4+i)$ là $\bar{z} = a+bi$. Khi đó $a+b$ bằng

- A. -21 B. 1 C. 21 D. -1

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(2-i)z + 1 = 3i$. Phần thực của số phức z bằng

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 1

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ (với $z_1 = 5+3i$ và $z_2 = 6+4i$) là điểm nào dưới đây?

- A. $M(1;-1)$ B. $Q(11;7)$ C. $P(-1;-1)$ D. $N(-11;-7)$

Câu 22: Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(2;3;0)$ B. $(0;3;0)$ C. $(0;3;-4)$ D. $(2;0;-4)$

Câu 23: Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;4)$ và đi qua $M(0;2;2)$ có phương trình là

- A. $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 3$. B. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 9$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 3.$

D. $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (-2; -3; 1).$

B. $\vec{n} = (-2; -3; 0)$

C. $\vec{n} = (2; 3; 1)$

D. $\vec{n} = (2; 3; 2)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (α) bằng 1.

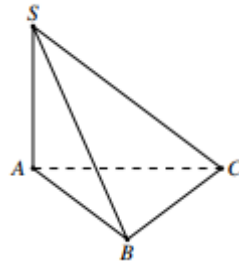
A. $m = -3.$

B. $m = 3.$

C. $m = -6.$

D. $m = 6.$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông tại A và $AC = a, \sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90^0

B. 30^0

C. 45^0

D. 60^0

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Câu 28: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2} + m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là

A. $m = 2\sqrt{2}$

B. $m = -\sqrt{2}$

C. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $m = \sqrt{2}$

Câu 29: Cho $a > 0, b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}; \log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a+b$.

A. 32

B. 16

C. 18

D. 10

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 4$ là

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1}\right) \leq 0$ là

- A. $(-\infty; -1)$ B. $[3; +\infty)$ C. $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$ D. $(-1; 3]$

Câu 32: Cho hình nón có chiều cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm . Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A. $S = 500\text{cm}^2$. B. $S = 300\text{cm}^2$ C. $S = 406\text{cm}^2$ D. $S = 400\text{cm}^2$

Câu 33: Khi đổi biến $x = \sqrt{3} \tan t$, tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3}$ trở thành tích phân nào?

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$ B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$ C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$ D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{3} t dt$

Câu 34: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 + 1$ B. $S = 2 \ln 2 + 1$ C. $S = \ln 2 - 1$ D. $S = 2 \ln 2 - 1$

Câu 35: Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- A. $x = 7$ B. $y = 7$ C. $y = -7$ D. $x = -7$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó bằng

- A. 2 B. 5 C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): -2x + y - 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $(P): 2x - y + 3z - 9 = 0$ B. $(P): x - y - 3z + 11 = 0$
C. $(P): 2x - y + 3z - 11 = 0$ D. $(P): 2x - y + 3z + 11 = 0$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

- A. $4x - 12y + 3z - 12 = 0$ B. $4x + 12y - 3z - 12 = 0$
C. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$ D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$

Câu 39: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

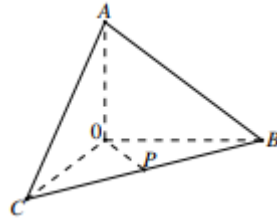
A. $\frac{3276}{4913}$

B. $\frac{1728}{4913}$

C. $\frac{23}{68}$

D. $\frac{1637}{4913}$

Câu 40: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi P là trung điểm của BC (minh họa như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OP và AB bằng



A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

C. a .

D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

A. $\frac{1}{2} < m < 2$

B. $m \in \mathbb{R}$

C. $m \leq 2$

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 42: Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3 mét khối. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

A. 6490123 đồng

B. 7500000 đồng

C. 6500000 đồng

D. 5151214 đồng.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

Câu 44: Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước. Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h = R$.

B. $h = 3R$.

C. $h = 2R$.

D. $R = 2h$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x$, với mọi

$x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f'(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$?

A. Có vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 47: Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ là

A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$.

B. $P_{\min} = \frac{27}{5}$.

C. $P_{\min} = -5 + 6\sqrt{3}$.

D. $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Câu 48: Xét hàm số $f(x) = |x^2 + ax + b|$, với a, b là tham số. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a + 2b$.

A. 5.

B. -5.

C. -4.

D. 4

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{3}$

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{9}}{4}$

Câu 50: Cho a là số thực dương sao cho $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (14; 16]$.

B. $a \in (16; 18]$.

C. $a \in (12; 14]$.

D. $a \in (10; 12]$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	2-D	3-A	4-A	5-B	6-C	7-B	8-D	9-A	10-B
11-B	12-B	13-B	14-B	15-A	16-C	17-A	18-C	19-C	20-B
21-B	22-C	23-D	24-B	25-B	26-C	27-A	28-D	29-C	30-B
31-C	32-A	33-C	34-D	35-A	36-C	37-C	38-D	39-D	40-B
41-D	42-A	43-C	44-C	45-C	46-D	47-D	48-C	49-A	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Số cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh là: A_{10}^5 .

Chọn D.

Câu 2:

Công sai của cấp số cộng là: $d = u_2 - u_1 = 15 - 5 = 10$.

Chọn D.

Câu 3:

Ta có: $5^{x+1} = 125 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$.

Chọn A.

Câu 4:

Thể tích khối lập phương có cạnh $2\sqrt{3}$ là $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$ (đvtt).

Chọn A.

Câu 5:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy $D = (2; +\infty)$.

Chọn B.

Câu 6:

Ta có: $\int f(x) dx = \int x^{2021} dx = \frac{x^{2022}}{2022} + C.$

Chọn C.

Câu 7:

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 5.6 = 30.$

Chọn B.

Câu 8:

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V = \pi r^2 h = \pi . 2^2 . 3 = 12\pi.$

Chọn D.

Câu 9:

Diện tích S của mặt cầu đã cho là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi . 6^2 = 144\pi.$

Chọn A.

Câu 10:

Ta có: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; -1) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3; -1)$ và $(1; +\infty).$

Chọn đáp án B.

Chọn B.

Câu 11:

Có $\log_3 a^5 = 5 . \log_3 a$ nên chọn đáp án B.

Chọn B.

Câu 12:

Có $S_{xq} = \pi rl$ nên chọn đáp án B.

Chọn B.

Câu 13:

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $-3.$

Chọn B.

Câu 14:

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên hàm số cần tìm là $y = -x^3 + 3x + 1.$

Chọn B.

Câu 15:

- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-2}{2x-4} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-2}{2x-4} = +\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng $\Rightarrow a=2$

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{2x-4} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ làm tiệm cận ngang $\Rightarrow b=\frac{3}{2}$

Vậy $a.b = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$.

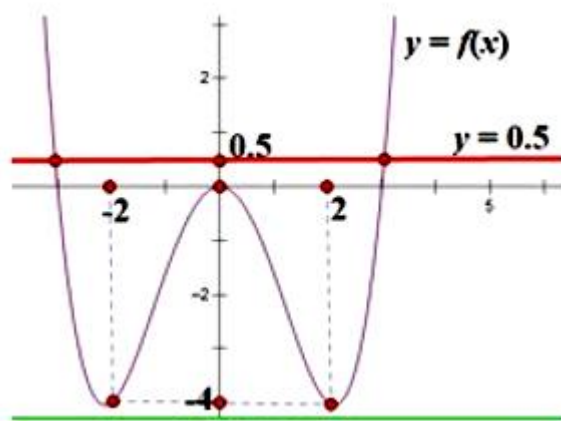
Chọn A.

Câu 16:

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 9]$

Chọn C.

Câu 17:



Vẽ đồ thị hai hàm số: $y = f(x)$ và $y = 0,5$ lên cùng một hệ trục tọa độ. Ta thấy đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) = 0,5$ có 2 nghiệm thực.

Chọn A.

Câu 18:

Ta có: $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx \Leftrightarrow 2 \int_0^1 f(x) dx + 3 \int_0^1 g(x) dx = 2.4 + 3.3 = 17.$

Chọn C.

Câu 19:

Ta có $z = (2 - 3i)(4 + i) = 8 + 2i - 12i - 3i^2 = 11 - 10i.$

$\Rightarrow \bar{z} = 11 + 10i = a + bi.$ Do đó $a = 11, b = 10 \Rightarrow a + b = 11 + 10 = 21.$

Chọn C.

Câu 20:

Ta có: $(2 - i)z + 1 = 3i \Leftrightarrow \frac{-1 + 3i}{2 - i} = \frac{(-1 + 3i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{-2 - i + 6i + 3i^2}{5} = \frac{-5 + 5i}{5} = -1 + i$

Vậy phần thực của số phức z đã cho là $-1.$

Chọn B.

Câu 21:

Ta có: $z = z_1 + z_2 = 5 + 3i + 6 + 4i = 11 + 7i.$

Vậy điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ là điểm $Q(11; 7)$

Chọn B.

Câu 22:

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; -4)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $(0; 3; -4).$

Chọn C.

Câu 23:

Ta có: $R = IM = \sqrt{(0 + 2)^2 + (2 - 4)^2 + (2 - 3)^2} = 3.$

Phương trình mặt cầu (S) đã cho là $(S): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

Chọn D.

Câu 24:

Mặt phẳng: $(P): 2x + 3y + 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; 0).$

Suy ra $\vec{n} = (-2; -3; 0)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P).$

Chọn B.

Câu 25:

Ta có $d(O;(\alpha)) = \frac{|m|}{3} = 1 \Leftrightarrow |m| = 3 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Vì $m > 0 \Rightarrow m = 3$.

Chọn B.

Câu 26:

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SB, (ABC)) = SBA$

Chọn C.

Câu 27:

Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua bốn giá trị $-2, 0, 2, 4$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 28:

Xét hàm số $y = f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} + m$.

Tập xác định $D = [-2; 2]$.

$$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \in [-2; 2].$$

$$f(-2) = -2 + m; f(2) = 2 + m; f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + m.$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $3\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} + m = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 29:

$$\log_2 a = \frac{16}{b} \Leftrightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}.$$

$$\text{Suy ra } \log_a b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_{\frac{16}{2^b}} b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \frac{b}{16} \log_2 b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_2 b = 4 \Leftrightarrow b = 16.$$

$$\Rightarrow a = 2.$$

$$\text{Vậy } a + b = 18.$$

Chọn C.

Câu 30:

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị là:

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt nên 2 đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Chọn B.

Câu 31:

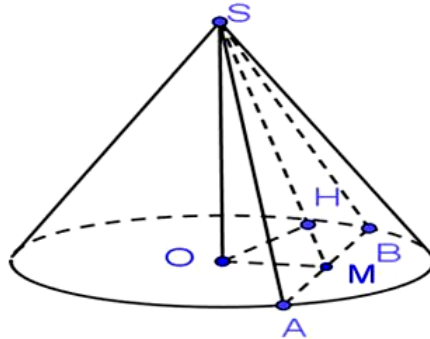
$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{3x-1}{x+1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-1}{x+1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \geq 0$$

$$\Rightarrow S = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$$

Chọn C.

Câu 32:



Thiết diện đi qua đỉnh của hình nón tạo thành hình tam giác như hình vẽ

Gọi tâm của đáy hình nón là O .

Gọi M là trung điểm AB

$$\Rightarrow (SOM) \perp (SAB).$$

$$\text{Hạ } OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SAB).$$

$$\text{Đặt } OM = x (x > 0). \text{ Trong tam giác } SOM \text{ ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} \Rightarrow x = 15 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - x^2} = 40.$$

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 25.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} AB.SM = 500cm^2.$$

Chọn A.

Câu 33:

$$\text{Ta có: } x = \sqrt{3} \tan t \Rightarrow dx = \sqrt{3}(\tan^2 t + 1)dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Khi đó: } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$$

Chọn C.

Câu 34:

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $(1;0)$, cắt trục Oy tại $(0;-1)$. Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \left| \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx \right| = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| 1 - 2 \ln|x+1| \Big|_0^1 \right| = 2 \ln 2 - 1.$$

Chọn D.

Câu 35:

Điểm biểu diễn số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ kí hiệu là $M(7;b), b \in \mathbb{R}$

Khi đó $M(7;b), b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng $x = 7$ với $b \in \mathbb{R}$.

Chọn A.

Câu 36:

Cách 1: Gọi số phức w cần tìm có dạng: $w = a + bi, (a^2 + b^2 \neq 0)$

$$\text{Khi đó ta có } a + bi = 3 - 2i + (2 - i)z$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{a + bi - 3 + 2i}{2 - i} = \frac{[(a - 3) + (2 + b)i](2 + i)}{2 - i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2a + ai - 3i - 6 + (4 + 2b + 2i + bi)i}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2a-b-8}{5} + \left(\frac{a+2b+1}{5} \right) i$$

$$\text{Mà } |z| = 2, \text{ nên } \left(\frac{2a-b-8}{5} \right)^2 + \left(\frac{a+2b+1}{5} \right)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+2)^2 = 20$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Cách 2: Ta có: } z = \frac{w-(3-2i)}{2-i} \Rightarrow |z| = \frac{|w-(3-2i)|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |w-(3-2i)| = 2\sqrt{5}$$

Chọn C.

Câu 37:

Gọi (P) là mặt phẳng song song với (α)

Nên (P) có dạng: $-2x + y - 3z + m = 0 \quad (m \neq 2)$

Vì $A(0; -2; 3) \in (P) \Rightarrow m = 11 \Rightarrow (P): 2x - y + 3z + 11 = 0.$

Chọn D.

Câu 38:

Vì A, B, C lần lượt là hình chiếu của $M(-3; 1; 4)$ các trục Ox, Oy, Oz nên $A(-3; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 4)$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-3} + y + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 12y - 3z + 12 = 0.$

Vậy mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC): 4x - 12y - 3z + 12 = 0.$

Chọn D.

Câu 39:

Ta có: $n(\Omega) = 17^3 = 4913.$

Trong các số tự nhiên thuộc $[1; 17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15\}$, có 6 số chia 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$ có 6 số chia 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}.$

Đề 3 số tổng viết ra chia hết cho 3 xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 số viết ra đều chia hết cho 3 $\Rightarrow 5^3$ cách viết.

TH2: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

TH3: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

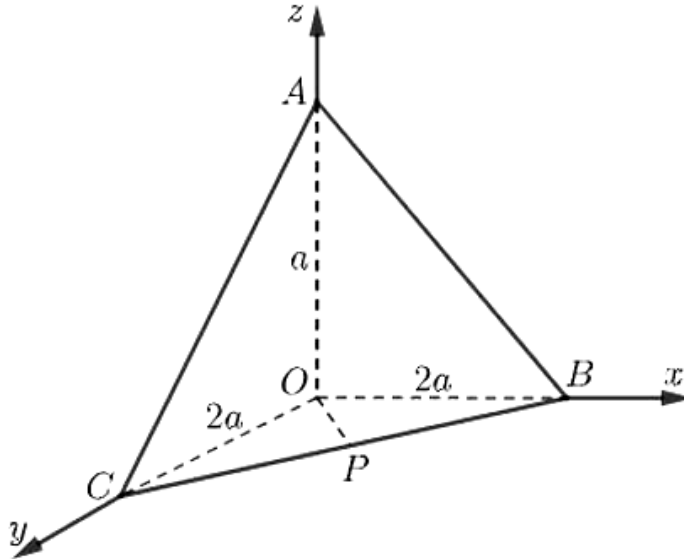
Đề thi thử THPT Quốc gia 2021

TH4: Trong 3 số viết ra có 1 số chia hết cho 3, có 1 số chia cho 3 dư 1, có 1 số chia cho 3 dư 2 nên có 5.6.6.3! cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 5.6.6.3!}{4913} = \frac{1637}{4913}$.

Chọn D.

Câu 40.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0), B(2a;0;0), C(0;2a;0), A(0;0;a)$.

Vì P là trung điểm của BC nên $P(a;a;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{OP} = (a;a;0), \overrightarrow{AB} = (2a;0;-a), \overrightarrow{OA} = (0;0;a)$.

Suy ra $[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] = (-a^2; a^2; -2a^2) \Rightarrow d(OP, AB) = \frac{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] \cdot \overrightarrow{OA}|}{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}]|} = \frac{|-2a^3|}{\sqrt{a^4 + a^4 + 4a^4}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Chọn B.

Câu 41:

Ta có: $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

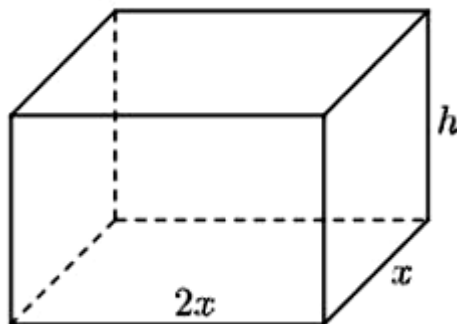
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1;4] \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1;4]$

$$\Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x^2 + 2x, \forall x \in [1;4] \Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x(x+2), \forall x \in [1;4] \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{2}, \forall x \in [1;4]$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[1;4]} \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } m \leq \frac{1}{2}.$$

Chọn D.

Câu 42:



Gọi $x (x > 0)$ là chiều rộng của đáy bể, suy ra chiều dài của đáy bể là $2x$ và gọi h là chiều cao của bể.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể $S = 2.2xh + 2.xh + 2.2x.x = 4x^2 + 6xh$ (1)

Ta có: $V = 3 = 2x.x.h \Rightarrow h = \frac{3}{2x^2} (2)$. Thay (2) vào (1), ta được hàm $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x}$, với $x > 0$

Ta có $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x} = 4x^2 + \frac{9}{2x} + \frac{9}{2x} \geq 3\sqrt[3]{4x^2 \cdot \frac{9}{2x} \cdot \frac{9}{2x}} = 3\sqrt[3]{81}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $4x^2 = \frac{9}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Khi đó chi phí thấp nhất là $3\sqrt[3]{81} \times 500000 \approx 6490123$ (đồng).

Chọn A.

Câu 43:

Ta có: $f'(0) = -\frac{4}{c} > 0 \Rightarrow c < 0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow a > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có 2 số dương.

Chọn C.

Câu 44:

Đặt $R = x$, điều kiện $x > 0$.

Đề thi thử THPT Quốc gia 2021

$$V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{V}{\pi x^3}.$$

$$S_{TP} = 2\pi R(h + R) = 2\pi x \left(\frac{V}{\pi x^2} + x \right) = \frac{2V}{x} + 2\pi x^2.$$

Xét hàm số: $f(x) = \frac{2V}{x} + 2\pi x^2$ với $x > 0$.

Ta có: $f'(x) = -\frac{2V}{x^2} + 4\pi x = \frac{4\pi x^3 - 2V}{x^2}.$

Khi đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

Ta có BBT:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)$	$+\infty$

Từ BBT trên ta thấy S_{TP} nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

Khi đó: $\frac{H}{R} = \frac{V}{\pi \frac{V}{2\pi}} = 2 \Leftrightarrow h = 2R.$

Chọn C.

Câu 45:

Thay $x = \frac{\pi}{2}$ vào đẳng thức $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f(0) = 0 \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f'(x) dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

$$\Rightarrow I = x.f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \quad (1)$$

$$\text{Lại có: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx$$

$$\Leftrightarrow 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx \Leftrightarrow 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } I = -\frac{1}{4}.$$

Chọn C.

Câu 46:

Đặt $t = \tan x$.

Do $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Rightarrow t \in (-1; 0)$ và hàm số $t = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

Khi đó: $y = \frac{t-2}{t-m}$ với $t \in (-1; 0)$

$$y' = \frac{-m+2}{(t-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Rightarrow$ Hàm số $y = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(-1; 0)$

$$\Leftrightarrow y' > 0 \quad \forall t \in (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases}.$$

Do m là số nguyên dương $\Rightarrow m = 1$

Chọn D.

Câu 47:

Với $x, y > 0$ ta có:

$$\log_3 \left[(x+1)(y+1) \right]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1) \Leftrightarrow (y+1) \log_3 \left[(x+1)(y+1) \right] = 9 - (x-1)(y+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x+1) + \log_3 (y+1) = \frac{9}{y+1} - x + 1 \Leftrightarrow \log_3 (x+1) + (x+1) = 2 - \log_3 (y+1) + \frac{9}{y+1}$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = \log_3 \frac{9}{y+1} + \frac{9}{y+1} \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó: } (1) \Leftrightarrow f(x+1) = f\left(\frac{9}{y+1}\right) \Leftrightarrow x+1 = \frac{9}{y+1}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } P = x + 2y = x + 1 + 2y - 1 = \frac{9}{y+1} + 2(y+1) - 3 \geq 2\sqrt{\frac{9}{y+1}} \cdot 2(y+1) - 3 = -3 + 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \frac{9}{y+1} = 2(y+1) \Leftrightarrow (y+1)^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1 \Rightarrow x = \frac{-25 + 27\sqrt{2}}{7} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện } x, y > 0).$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2} \text{ khi } x = \frac{-25 + 27\sqrt{2}}{7}; y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1.$$

Chọn D.

Câu 48:

$$\text{Theo bài ra, ta có: } \begin{cases} M \geq f(-1) \\ M \geq f(3) \\ M \geq f(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \geq |-a+b+1| \\ M \geq |3a+b+9| \\ 2M \geq 2|a+b+1| = |-2a-2b-2| \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } 4M \geq |-a+b+1| + |3a+b+9| + |-2a-2b-2| \geq |-a+b+1+3a+b+9-2a-2b-2|$$

$$\Leftrightarrow 4M \geq 8 \Leftrightarrow M \geq 2.$$

Điều kiện cần để $M = 2$ là $|-a+b+1| = |3a+b+9| = |-a-b-1| = 2$ và $-a+b+1, 3a+b+9, -a-b-1$ cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a+b+1 = 3a+b+9 = -a-b-1 = 2 \\ -a+b+1 = 3a+b+9 = -a-b-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Ngược lại, với } \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases} \text{ thì } f(x) = |x^2 - 2x - 1|.$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 1$ trên đoạn $[-1; 3]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 2x - 2; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [-1; 3].$$

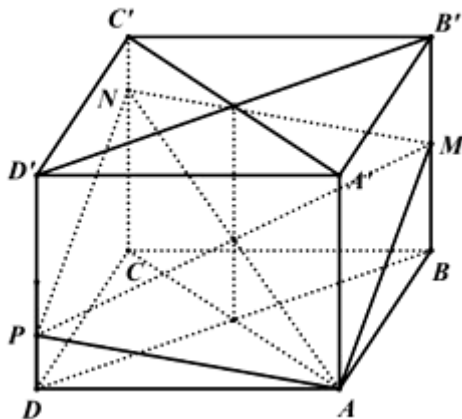
Do M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ nên $M = \max\{|g(-1)|; |g(3)|; |g(1)|\} = 2$.

Từ đó suy ra với $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $a + 2b = -4$.

Chọn C.

Câu 49:



Gọi $b = \frac{BM}{BB'}$; $c = \frac{CN}{CC'}$; $d = \frac{DP}{DD'}$ ta có $c = b + d = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

$$V_{AMNPBCD} = \frac{b+c+d}{4} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{3}{8} \cdot (2a)^3 = 3a^3.$$

Chọn A.

Câu 50:

Ta có $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x \Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x \Leftrightarrow a^x - 18^x \geq -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) (*)$.

$VP (*) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $(*)$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left(\frac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a = 18.$$

Chọn B.