TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG

TỔ TOÁN

Mã đề thi 111

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2020 – 2021

MÔN: TOÁN, LỚP 12, LẦN 1

Thời gian làm bài: 90 phút

MỤC TIÊU

- Đề thi bám sát đề chính thức các năm, giúp học sinh ôn tập đúng trọng tâm.

- Đề thi ở mức độ dễ thở, chủ yếu giúp học sinh ôn luyện chắc chắn các dạng bài để rút ngắn thời gian trong kì thi chính thức. Trong đề thi không xuất hiện câu hỏi quá khó.

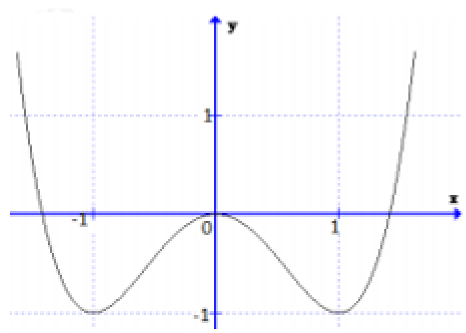
Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(3;+\infty\right)$ **B.** $\left(1;3\right)$ **C.** $\left(-\infty;4\right)$ **D.** $\left(0;+\infty\right)$

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

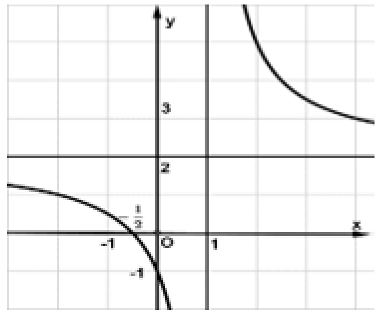
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=1$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 3: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;0\right]$ là



A. -1 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 4: Khẳng định nào đúng về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2021$. Điểm cực đại của hàm số là:

A. $x=0$. **B.** $x=2021$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=1$

Câu 6: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là:

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

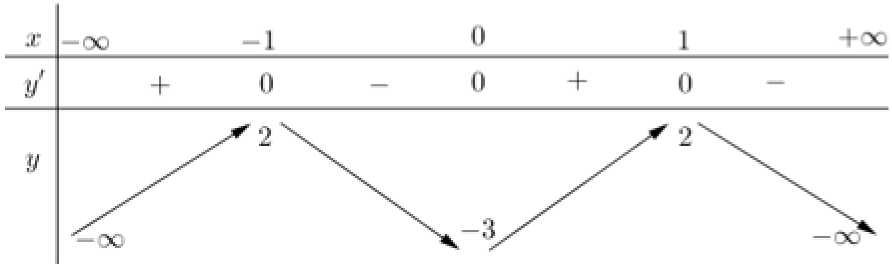
Câu 8: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng

A. 0. **B.** -7 **C.** $\dfrac{14}{27}$ **D.** 2

Câu 9: Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

A. 2 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 6

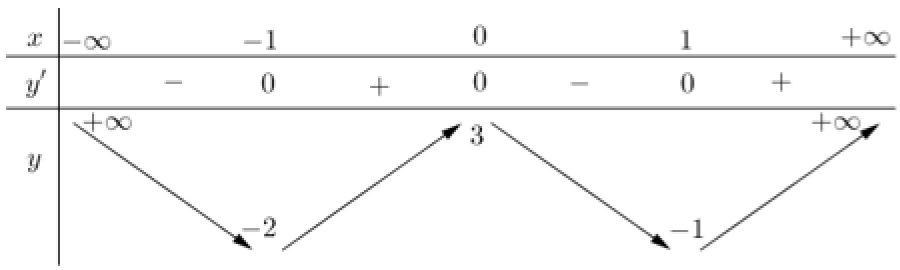
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.



Hàm số $y=f\left(1-2x\right)+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$ **C.** $\left(1;+\infty\right)$ **D.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$

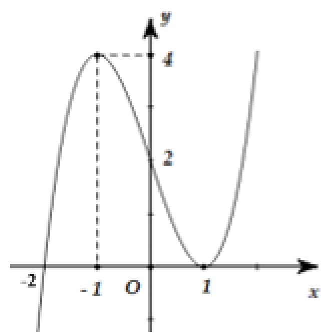
Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên.



Phương trình $2f\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[\frac{-3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right]$.

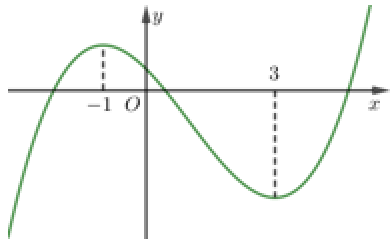
A. 3. **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x-2}{f^2\left(x\right)-f\left(x\right)}$ là



A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\left(x-1\right)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là:

A. 4 **B.** 2 **C.** 8 **D.** 10

Câu 14: Cho ba số dương $a,b,c\left(a\neq 1;b\neq 1\right)$ và số thực α khác 0. Đẳng thức nào **sai?**

A. $\log_b c=\dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

B. $\log_a\left(b.c\right)=\log_a b+\log_a c$

C. $\log_a c=\log_a b.\log_b c$

D. $\log_a b^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y=2021^x$ là

A. $y'=2021^x.\ln 2021$ **B.** $y'=2021^x$ **C.** $y'=\dfrac{2021^x}{\ln 2021}$ **D.** $y'=x.2021^{x-1}$.

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{2021}\left(x-1\right)^2+\log_{2020}\left(4-x^2\right)$.

A. $D=\left(-2;1\right)$ **B.** $D=\left(1;2\right)$ **C.** $D=\left(-2;2\right)\setminus\left\{1\right\}$ **D.** $D=\left[-2;2\right]$.

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8$ bằng

A. 2 **B.** 1 **C.** -2 **D.** -3

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2 x+\log_2\left(x+1\right)\leq 1$ là

A. $\left(0;1\right]$ **B.** $\left[1;+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[1;+\infty\right)$ **D.** $\left(-2;1\right]$.

Câu 19: Để lắp đặt hệ thống điện năng lượng mặt trời 50KWP, gia đình bạn A vay ngân hàng số tiền là 600 triệu đồng với lãi suất $0,6\%$/tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày lắp đặt, gia đình bạn A bắt đầu đưa vào vận hành hòa lưới thì mỗi tháng công ty điện lực trả gia đình bạn A 16 triệu đồng. Nên sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, gia đình bạn A bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi tháng hoàn nợ số tiền là 16 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng, gia đình bạn A sẽ trả hết nợ.

A. 42 **B.** 43 **C.** 41 **D.** 44

Câu 20: Cho phương trình $\left(\log_2^2 x-\log_2\dfrac{x^3}{4}\right)\sqrt{e^x-m}=0.$ Gọi S là tập hợp giá trị m nguyên với $m\in\left[-10;10\right]$ để phương trình có đúng 2 nghiệm. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. -28 **B.** -12 **C.** -3 **D.** -27

Câu 21: Số giá trị m nguyên, $m \in [-20;20]$, sao cho $\min\limits_{\left[\frac{3}{10};1\right]} \left| \dfrac{\log_{0,3} x^m + 16}{\log_{0,3} x + m} \right| = 16$ là

A. 5 **B.** 10 **C.** 20 **D.** 40

Câu 22: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}.$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ với mọi hằng số $k \in \mathbb{R}.$

B. $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}.$

D. $\int [f(x)-g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $[a;b].$ Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).$ Chọn phương án đúng nhất.

A. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$ **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$

C. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ **D.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F^2(b) - F^2(a)$

Câu 24: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(x-1)(2x-1).$

A. $x^4 - x^3 + x^2 + C$ **B.** $(x^2 - x)^2 + C$ **C.** $x^4 + x^3 + x^2 + C$ **D.** $x^4 + x^3 - 2x^2 + C$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^x$ biết $f(1) = 0.$

A. $x.e^x - e^x$ **B.** $x.e^x + e^x - 1$ **C.** $x.e^x - e$ **D.** $x.e^x - x + 1 - e$

Câu 26: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $(x-1)\sqrt{x^2-2x-3}.$ Biết $F(-2) = F(4) - 1 = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ và $F(-3) + F(5) = a\sqrt{3} + b; a,b \in \mathbb{N}.$ Giá trị $a+b$ bằng

A. 17 **B.** 9 **C.** 12 **D.** 18

Câu 27: Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{xdx}{1-\sin^2 x} = \dfrac{\pi}{a} - \ln b + \ln\sqrt{2}; a,b \in \mathbb{N}^*.$ Giá trị $a+3b$ bằng

A. 4 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 10

Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}, xf'\left(x\right)=e^x-1, \forall x\in\mathbb{R}, f\left(1\right)=0.$ Giá trị $\int_0^1 xf\left(x\right)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{4}\left(e-2\right)$ **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** $-\frac{1}{2}\left(e-2\right)$ **D.** $\frac{1}{2}\left(e-2\right)$

Câu 29: Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Chọn phương án đúng.

A. Phần ảo của số phức z là b

B. Phần ảo của số phức z là bi

C. Phần thực của số phức z là b

D. Mô đun của số phức z là a^2+b^2

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+2=0$. Biết số phức z_1 có phần ảo âm. Phần ảo của số phức z_2.

A. i **B.** -1 **C.** 1 **D.** $1-i$

Câu 31: Cho $z\in\mathbb{C}$ thỏa $z+2|z|=12.$ Phần ảo của số phức z là

A. 0 **B.** 4 **C.** -12 **D.** -2

Câu 32: Cho $z\in\mathbb{C}$ thỏa $\begin{cases}|z-1-2i|\le 1\\ |z-2-4i|\le 2\end{cases}.$ Giá trị $S=\min|z|+\max|z|$ bằng

A. $3\sqrt{5}-1$ **B.** $\sqrt{5}+2$ **C.** $2\sqrt{5}+1$ **D.** $\sqrt{2}+\sqrt{5}-1$

Câu 33: Có bao nhiêu khối đa diện đều

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 5

Câu 34: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a,$ cạnh bên $SA=2a.$ Thể tích của khối chóp.

A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **B.** $2a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$ **D.** $a^3\sqrt{\frac{7}{2}}$

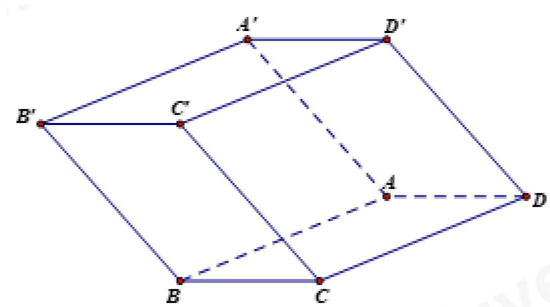
Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a.$ Thể tích khối tứ diện $ABDB'$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{2a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a,$ góc $\angle BAD=60^0,$ $SA\perp\left(ABCD\right),\left(SC;\left(ABCD\right)\right)=45^0.$ Gọi I là trung điểm SC. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $\left(SBD\right)$.

A. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$ **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$ **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{10}$

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình bình hành. $AC=BC=a, CD=a\sqrt{2},$ $AC'=a\sqrt{3},$ $\angle CA'B'=\angle A'D'C=90^0.$ Thể tích khối tứ diện $BCDA'$ là



A. $\frac{a^3}{6}$ B. a^3 C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\sqrt{6}a^3$

Câu 38: Khối trụ có bán kính đáy, đường cao lần lượt là $a, 2a$ thì có thể tích bằng

A. $2\pi a^3$ B. $\frac{2\pi a^3}{3}$ C. πa^3 D. $\frac{\pi a^3}{3}$

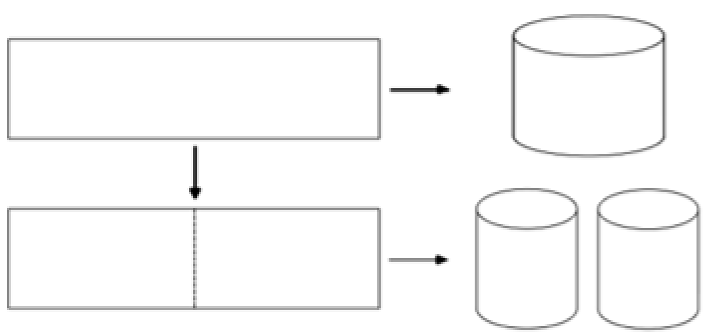
Câu 39: Hình nón có bán kính đáy, đường cao lần lượt là 3, 4 thì diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $12\pi.$ B. $\frac{15\pi}{2}$ C. 15π D. 6π

Câu 40: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước h và $a,$ người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $h,$ theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2}=4$ B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$ C. $\frac{V_1}{V_2}=1$ D. $\frac{V_1}{V_2}=2$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz,$ gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính $R.$ Chọn phương án đúng.

A. $IA<R$ B. $IA=R$ C. $IA>R$ D. $IA=R^2$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz,$ điểm $A(1;2;3)$ thuộc phương trình mặt phẳng nào dưới đây.

A. $x-2y+z=0$ **B.** $x+2y+3z=0$ **C.** $x-2y+3z=0$ **D.** $x+2y+3z=1$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz,$ đường thẳng Ox có phương trình nào dưới đây

A. $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz,$ tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng $Oxz.$

A. $(1;0;3)$ **B.** $(1;-2;3)$ **C.** $(0;2;0)$ **D.** $(-1;2;-3)$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz,$ phương trình mặt phẳng cắt tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C và nhận $G(673;674;675)$ làm trọng tâm của tam giác $ABC.$

A. $\dfrac{x}{2019}+\dfrac{y}{2022}+\dfrac{z}{2025}=0$ **B.** $\dfrac{x}{2019}+\dfrac{y}{2022}+\dfrac{z}{2025}=1$

C. $\dfrac{x}{673}+\dfrac{y}{674}+\dfrac{z}{675}=1$ **D.** $\dfrac{x}{673}+\dfrac{y}{674}+\dfrac{z}{675}=0$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz,$ tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0.$

A. $(-4;2;0)$ **B.** $(0;-1;-2)$ **C.** $(0;1;-2)$ **D.** $(-2;-1;0)$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz,$ biết phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=25$ cắt mặt phẳng $(P):x+y+z=3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r.$ Khi đó giá trị của r là

A. 4 **B.** $\dfrac{5}{3}$ **C.** 5 **D.** 3

Câu 48: Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(3;-2;3);B(1;0;5).$ Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. $\left(\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$ **B.** $\left(\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$ **C.** $\left(-\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$ **D.** $\left(-\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$

Câu 49: Cho hình lăng trụ $A_1A_2A_3A_4A_5.B_1B_2B_3B_4B_5$. Số đoạn thẳng có hai đỉnh là đỉnh hình lăng trụ là

A. 35 **B.** 90 **C.** 60 **D.** 45

Câu 50: Có 6 học sinh gồm 2 học sinh trường $A,$ 2 học sinh trường B và 2 học sinh trường C sắp xếp trên một hàng dọc. Xác suất để được cách sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B là

A. $\dfrac{1}{90}$ **B.** $\dfrac{1}{45}$ **C.** $\dfrac{1}{180}$ **D.** $\dfrac{1}{30}$

------------------------ **HẾT** ------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1-A	**2-C**	**3-D**	**4-C**	**5-A**	**6-A**	**7-B**	**8-D**	**9-A**	**10-C**
11-A	**12-A**	**13-B**	**14-D**	**15-A**	**16-C**	**17-C**	**18-A**	**19-B**	**20-D**
21-A	**22-A**	**23-C**	**24-B**	**25-A**	**26-A**	**27-D**	**28-B**	**29-A**	**30-C**
31-A	**32-A**	**33-D**	**34-C**	**35-A**	**36-D**	**37-A**	**38-A**	**39-C**	**40-D**
41-B	**42-A**	**43-D**	**44-A**	**45-B**	**46-D**	**47-A**	**48-A**	**49-D**	**50-B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào bảng biến thiên để xác định: hàm số đồng biến ứng với mũi tên hướng lên

Cách giải:

Hàm số đồng biến trên khoảng là $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$.

Chọn A.

Câu 2 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để xác định số điểm cực trị

Cách giải:

Ta có đồ thị hàm số có 3 cực trị trong đó có 1 cực đại tại $x=0$ và 2 cực tiểu tại $x=-1;x=1.$

Chọn C.

Câu 3 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị xác định điểm thấp nhất của đồ thị trên $\left[-1;0\right].$

Cách giải:

Ta thấy trên đoạn $\left[-1;0\right]$ đồ thị hàm số hướng xuống hay hàm số nghịch biến nên $\min\limits_{[-1;0]} y=y\left(0\right)=-1.$

Chọn D.

Câu 4 (NB)

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải:

Ta thấy: $y=\frac{x+2}{x-2}\Rightarrow y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0\ \forall x\ne 1$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1),(1;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 5 (NB)

Phương pháp:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} y'=0 \\ y''<0 \end{cases}$ để tìm điểm cực đại.

Cách giải:

Hàm số $y=x^4-2x^2+2021$ có điểm cực đại thỏa mãn $\begin{cases} y'=4x^3-4x=0 \\ y''=12x^2-4<0 \end{cases}\Leftrightarrow x=0.$

Chọn A.

Câu 6 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y=f(x)$:

- Đường thẳng $y=y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$.

- Đường thẳng $x=x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=-\infty.$

Cách giải:

Ta có $y=\frac{x+1}{x^2-1}$ có bậc tử < bậc mẫu nên có TCN $y=0.$

Ta có: $y=\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}$ nên $x=-1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Chọn A.

Câu 7 (NB)

Phương pháp:

Giải phương trình hoành độ giao điểm

Cách giải:

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình:

$x^3+x^2-2x+2=x^2-2x+3$

$\Leftrightarrow x^3=1 \Leftrightarrow x=1$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là 1.

Chọn B.

Câu 8 (TH)

Phương pháp:

- Tính y', xác định các nghiệm $x_i \in [1;2]$ của phương trình $y'=0.$

- Tính $y(1), y(2), y(x_i).$

- KL: $\min\limits_{[1;2]} y=\min\left\{y(1);y(2);y(x_i)\right\}, \max\limits_{[1;2]} f(x)=\max\left\{y(1);y(2);y(x_i)\right\}$

Cách giải:

Ta có $y=x^3-3x \Rightarrow y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[1;2] \\ x=-1\notin[1;2] \end{array}\right.$.

Lại có $y(1)=2, y(2)=10.$

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} y=y(1)=-2, \max\limits_{[1;2]} f(x)=y(2)=2.$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng $-2+2=0.$

Chọn D.

Câu 9 (TH)

Phương pháp:

- Giải phương trình $y'=0,$ từ đó tìm ba điểm cực trị của hàm số.

- Sử dụng: Tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow AB.\overrightarrow{AC}=0.$

Cách giải:

Ta có $y=x^4-2m^2x^2+1 \Rightarrow y'=4x^3-4m^2x$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4m^2x=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m^2 \end{array}\right.$.

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow m\neq 0.$

Khi đó ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=m \Rightarrow y=-m^4+1 \\ x=-m \Rightarrow y=-m^4+1 \end{array}\right.$.

Suy ra các điểm cực trị của hàm số đã cho là: $A(0;1); B\left(m;-m^4+1\right); C\left(-m;-m^4+1\right).$

Vì $A\in Oy, B, C$ đối xứng nhau qua Oy nên ΔABC cân tại $A,$ do đó để ABC là tam giác vuông thì phải vuông tại $A \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0.$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=\left(m;-m^4\right) \\ \overrightarrow{AC}=\left(-m;-m^4\right) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow -m^2+m^8=0 \Leftrightarrow m^2\left(m^6-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1 \end{array}\right.$

Có ABC là tam giác vuông cân tại A nên $BC=AB\sqrt{2} \Rightarrow 4m^2=2\left(m^2+m^8\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\left(tm\right) \\ m=\pm 1\left(tm\right) \end{array}\right.$.

Vậy $S=\{-1;1\} \Rightarrow$ Tổng bình phương các phần tử của S bằng 2.

Chọn A.

Câu 10 (TH)

Phương pháp:

- Đặt $t=1-2x.$

- Tính đạo hàm hàm số $f\left(t\right),$ dựa vào BBT giải bất phương trình $y'>0,$ từ đó suy ra các khoảng đồng biến của hàm số.

Cách giải:

Đặt $t=1-2x,$ hàm số trở thành $y=f\left(t\right)+1.$

Ta có $y'>0 \Rightarrow f'\left(t\right)>0 \Leftrightarrow f'\left(t\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<-1 \\ 0<t<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x<-1 \\ 0<1-2x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ 0<x<\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $\left(0;\dfrac{1}{2}\right);\left(1;+\infty\right).$

Chọn C.

Câu 11 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}},$ tìm điều kiện của t ứng với $x\in\left[\dfrac{-3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right].$

- Sử dụng tương giao để tìm số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Đặt $t=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right).$

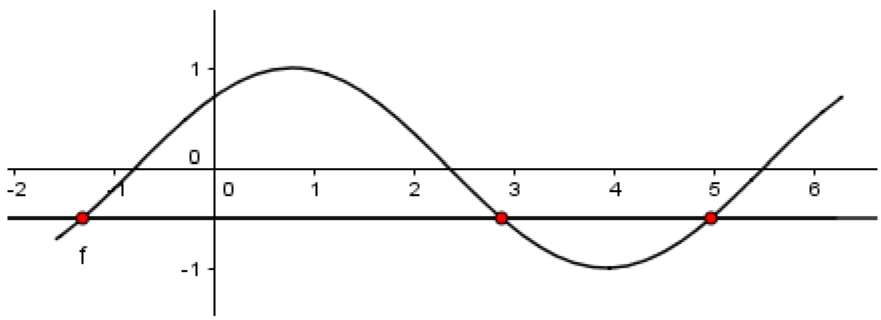
Với $x \in \left[\frac{-3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right] \Rightarrow x+\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2};2\pi\right] \Rightarrow t \in [-1;1]$.

Khi đó phương trình trở thành $2f(t)+3=0 \Leftrightarrow f(t)=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại 2 điểm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=t<-1 \\ x=t\in(-1;0) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow f(t)=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=a<-1 \\ t=b\in(-1;0) \end{array}\right.$.

Ta có đồ thị hàm số $t=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};2\pi\right]$ như sau:



Dựa vào đồ thị ta thấy, phương trình $t=a$ vô nghiệm, phương trình $t=b$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn A.

Câu 12 (VD)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y=f(x)$:

- Đường thẳng $y=y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$.

- Đường thẳng $x=x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=-\infty$.

Cách giải:

Xét các phương trình:

$x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

$f^2(x)-f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+ Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1(nghiem\ kep) \end{array}\right. \Rightarrow x=-2$ không là TCĐ, $x=1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

+ Phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt khác $1,-2.$

Vậy đồ thị có tất cả 4 đường tiệm cận đứng.

Chọn A.

Câu 13 (TH)

Phương pháp:

- Tính y', sử dụng tương giao giải phương trình $y'=0.$

- Hàm số có 3 điểm cực trị khi $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Xét các TH có thể xảy ra và tìm $m.$

Cách giải:

Ta có $y=f\left((x-1)^2+m\right) \Rightarrow y'=2(x-1)f'\left((x-1)^2+m\right)=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f'\left((x-1)^2+m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (x-1)^2+m=-1 \\ (x-1)^2+m=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (x-1)^2=-m-1\ (1) \\ (x-1)^2=-m+3\ (2) \end{array}\right.$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ TH1: (1) có nghiệm kép $x=1$ hoặc vô nghiệm và (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Rightarrow \begin{cases} -m-1\le 0 \\ -m+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -1 \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m<3.$$

+ TH2: (2) có nghiệm kép $x=1$ và (2) có 1 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Rightarrow \begin{cases} -m-1>0 \\ -m+3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \\ m\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Suy ra $-1\le m<3 \Rightarrow S=\{-1;0;1;2\}.$

Vậy tổng các phần tử của S là: $-1+0+1+2=2.$

Chọn B.

Câu 14 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng các công thức logarit: $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c\left(0<a\ne 1,b,c>0\right)$, $\log_a c=\log_a b.\log_b c\left(0<a,b\ne 1,c>0\right)$, $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b\left(0<a\ne 1,b>0\right)$.

Cách giải:

Ta thấy $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$ nên đáp án A sai.

Chọn D.

Câu 15 (NB)

Phương pháp:

Áp dụng các công thức tính đạo hàm: $\left(a^x\right)'=a^x\ln a.$

Cách giải:

Ta có $y=2021^x\Rightarrow y'=2021^x.\ln 2021.$

Chọn A.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

Hàm số $y=\log a$ xác định khi $a>0.$

Cách giải:

Hàm số $y=\log_{2021}\left(x-1\right)^2+\log_{2020}\left(4-x^2\right)$ xác định khi $\begin{cases}(x-1)^2>0\\4-x^2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ne 1\\-2<x<2\end{cases}.$

Vậy TXĐ của hàm số là $D=\left(-2;2\right)\setminus\left\{1\right\}.$

Chọn C.

Câu 17 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đưa về cùng cơ số.

Cách giải:

$2^{x^2+2x}=8\Leftrightarrow x^2+2x=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right..$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $-2.$

Chọn C.

Câu 18 (TH)

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ của bất phương trình.

- Sử dụng công thức $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy) \left(0 < a \ne 1, x, y > 0\right)$.

- Giải bất phương trình logarit: $\log_a x < b \Leftrightarrow x < a^b$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$

Ta có:

$$\log_2 x + \log_2 (x+1) \le 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left[x(x+1)\right] \le 1$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) \le 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 \le 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \le x \le 1$$

Kết hợp điều kiện ta có $0 < x \le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0;1]$.

Chọn A.

Câu 19 (VD)

Phương pháp:

Sử dụng công thức trả góp: $S_n = A(1+r)^n - X\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$, trong đó S_n là số tiền còn lại sau n kì hạn, A là số tiền vay ban đầu, X là số tiền trả hàng tháng, r là lãi suất 1 kì hạn.

Cách giải:

Số tiền còn lại sau n tháng là: $S_n = 600(1+0,6\%)^n - 16\dfrac{(1+0,6\%)^n - 1}{0,6\%}$.

Để sau n tháng trả hết nợ thì $S_n = 0$.

$$\Rightarrow 600(1+0,6\%)^n - 16\frac{(1+0,6\%)^n - 1}{0,6\%} = 0$$

$$\Rightarrow 600(1+0,6\%)^n - \frac{16}{0,6\%}(1+0,6\%)^n + \frac{16}{0,6\%} = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+0,6\%)^n\left(\frac{16}{0,6\%} - 600\right) = \frac{16}{0,6\%}$$

$\Leftrightarrow \left(1+0,6\%\right)^n = \dfrac{40}{31}$

$\Leftrightarrow n = \log_{1+0,6\%} \dfrac{40}{31} \approx 42,6$

Vậy sau 43 tháng gia đình bạn A sẽ trả hết nợ.

Chọn B.

Câu 20 (VD)

Phương pháp:

Tìm điều kiện của x

Giải phương trình tìm nghiệm.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x > 0 \\ e^x - m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ e^x - m \ge 0 \end{cases}$.

Ta có:

$\left(\log_2^2 x - \log_2 \dfrac{x^3}{4}\right)\sqrt{e^x - m} = 0$

$\Leftrightarrow \left(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2\right)\sqrt{e^x - m} = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \\ e^x = m \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \\ e^x = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \\ e^x = m \end{array}\right.$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thì:

TH1: $m \le 0$

TH2: $m > 0, pt \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \\ x = \ln m \end{array}\right.$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l}\ln m=0\\ 2\le \ln m<4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ e^2\le m<e^4\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}, m\in[-10;10]$ ta suy ra $m\in\{-10;-9;-8;...;-1;1;8;9;10\}=S.$

Vậy tổng các phần tử của S bằng $-27.$

Chọn D.

Câu 21 (VD)

Phương pháp:

Đặt ẩn phụ.

Biến luận tham số m theo ẩn mới.

Cách giải:

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\log_{0,3}x^m+16}{\log_{0,3}x+m}(x>0).$

Đặt $t=\log_{0,3}x,$ với $x\in\left[\dfrac{3}{10};1\right]\Rightarrow t\in[0;1].$ Khi đó hàm số trở thành $f(t)=\dfrac{mt+16}{t+m}$ với $t\in[0;1]$ và x,t ngược tính đơn điệu.

Để tồn tại $\min\limits_{[0;1]}f(t)$ thì $-m\notin[0;1]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m<0\\ -m>1\end{array}\right.\Leftrightarrow 0<m<1.$

Khi đó $P=\left|\dfrac{mt+16}{t+m}\right|=\left|\dfrac{(m-16)t}{t+1}+16\right|$

Đặt $a=\dfrac{t}{t+1}\Rightarrow a\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

$\Rightarrow P=|(m-16)a+16|$

Và $MinP=16\Rightarrow$ điều kiện cần là $\left[\begin{array}{l}(m-16)a+16\ge 16\\ (m-16)a+16\le -16\end{array}\right.;\forall a\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m-16)a\ge 0\\ (m-16)a\le -32(l)\end{array}\right.\Rightarrow m\ge 16$

Khi đó $P=(m-16)a+16\ge 16$ với dấu bằng xảy ra là $a=0.$

Kết hợp điều kiện ta có $16\le m\le 20\Rightarrow$ có 5 giá trị của $m.$

Chọn A.

Câu 22 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng các tính chất của nguyên hàm.

Cách giải:

Ta thấy $\int kf\left(x\right)dx = k\int f\left(x\right)dx$ với $k \neq 0.$

Chọn A.

Câu 23 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tích phân Niu-tơn Leibniz.

Cách giải:

Ta thấy $\int_a^b f\left(x\right)dx = F\left(b\right) - F\left(a\right).$

Chọn C.

Câu 24 (TH)

Phương pháp:

Nhân phá ngoặc và sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải:

Ta có $\int f\left(x\right)dx = \int 2x\left(x-1\right)\left(2x-1\right)dx$

$$\Rightarrow \int f\left(x\right)dx = \int\left(4x^3 - 6x^2 + 2x\right)dx = x^4 - 2x^3 + x^2 + C = \left(x^2 - x\right)^2 + C$$

Chọn B.

Câu 25 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp tính nguyên hàm từng phần.

Cách giải:

Ta có $\int f\left(x\right)dx = \int xe^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$\Rightarrow \int f\left(x\right)dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - x + C$

Mà $f\left(1\right) = 0 \Rightarrow C = 0.$

Vậy $f\left(x\right) = xe^x - e^x.$

Chọn A.

Câu 26 (VD)

Phương pháp:

Tính nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$

Cách giải:

Ta có $F\left(x\right) = \int \left(x-1\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}dx$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x - 3} \Rightarrow t^2 = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow tdt = \left(x-1\right)dx.$

$$\Rightarrow F\left(x\right) = \int f\left(x\right)dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C$$

$$\Rightarrow F\left(x\right) = \frac{\left(x^2 - 2x - 3\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{3} + C$$

ĐKXĐ: $x^2 - 2x - 3 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 3 \\ x \le -1 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có: $F\left(x\right) = \left[\begin{array}{l} \dfrac{\left(x^2 - 2x - 3\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{3} + C_1 \ khi \ x \le -1 \\ \dfrac{\left(x^2 - 2x - 3\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{3} + C_2 \ khi \ x \ge 3 \end{array}\right.$

Ta có: $\begin{cases} F\left(-2\right) = \dfrac{5\sqrt{5}}{3} + C_1 = \dfrac{5\sqrt{5}}{3} \Rightarrow C_1 = 0 \\ F\left(4\right) - 1 = \dfrac{5\sqrt{5}}{3} + C_2 - 1 = \dfrac{5\sqrt{5}}{3} \Rightarrow C_2 = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow F\left(x\right) = \left[\begin{array}{l} \dfrac{\left(x^2 - 2x - 3\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{3} \ khi \ x \le -1 \\ \dfrac{\left(x^2 - 2x - 3\right)\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{3} + 1 \ khi \ x \ge 3 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F(-3) = \dfrac{12\sqrt{12}}{3} = 8\sqrt{3} \\ F(5) = \dfrac{12\sqrt{12}}{3} + 1 = 8\sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

Vậy $F(-3) + F(5) = 16\sqrt{3} + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 17.$

Chọn A.

Câu 27 (TH)

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp tích phân từng phần.

Cách giải:

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{xdx}{1-\sin^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{xdx}{\cos^2 x}$

Đặt $\begin{cases} x = u \\ dv = \dfrac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx = du \\ v = \tan x \end{cases}$

$$\Rightarrow I = x\tan x \Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \frac{\pi}{4} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$= \frac{\pi}{4} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\cos x)}{\cos x} = \frac{\pi}{4} + \ln|\cos x| \Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{4} + \ln\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2} - \ln 2$$

$\Rightarrow a = 4, b = 2$

Vậy $a + 3b = 10.$

Chọn D.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính tích phân.

Cách giải:

Xét tích phân $I = \int\limits_0^1 xf\left(x\right)dx.$

Đặt $\begin{cases} u = f\left(x\right) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'\left(x\right)dx \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2}f\left(x\right)\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 x^2 f'\left(x\right)dx$$

$$= \frac{1}{2}f\left(1\right) - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 x\left(e^x - 1\right)dx = -\frac{1}{2}J$$

Ta có $J = \int\limits_0^1 x\left(e^x - 1\right)dx = \int\limits_0^1 xe^x dx - \int\limits_0^1 xdx = \int\limits_0^1 xe^x dx - \frac{1}{2}.$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$\Rightarrow \int\limits_0^1 xe^x dx = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x dx = e - \left(e - 1\right) = 1.$$

Vậy $I = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}.$

Chọn B.

Câu 29 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa số phức.

Cách giải:

Số phức $z = a + bi$ có phần thực là a và phần ảo là b.

Chọn A.

Câu 30 (TH)

Phương pháp:

Giải phương trình bậc hai với hệ số thực.

Cách giải:

Ta có $z^2 - 2z + 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 1 - i \\ z_2 = 1 + i \end{array}\right.$.

Vậy phần ảo của số phức z_2 là 1.

Chọn C.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp lấy mô-đun hai vế.

Cách giải:

Ta có:

$z+2|z|=12 \Leftrightarrow z=12-2|z|$

$\Leftrightarrow |z|^2=\left|12-2|z|\right|^2=\left(12-2|z|\right)^2$

$\Leftrightarrow |z|^2=144-48|z|+|z|^2$

$\Leftrightarrow |z|=3$

Khi đó ta có $z+2.3=12 \Leftrightarrow z=6.$

Vậy phần ảo của số phức z bằng 0.

Chọn A.

Câu 32 (VD)

Phương pháp:

Áp dụng BĐT: $|z_1-z_2| \ge \left||z_1|-|z_2|\right|$.

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} |z-1-2i| \le 1 \\ |z-2-4i| \le 2 \end{cases}$

Mà $|z-1-2i|=|z-(1+2i)| \ge \left||z|-|1+2i|\right|$

$\Rightarrow |z|-|1+2i| \le 1$

$\Rightarrow \sqrt{5}-1 \le |z| \le 1+\sqrt{5}$

Tương tự ta có $2\sqrt{5}-2 \le |z| \le 2+2\sqrt{5}.$

Kết hợp ta có $\sqrt{5}-1 \le |z| \le 2+2\sqrt{5}.$

Vậy $\begin{cases} \min|z|=\sqrt{5}-1 \\ \min|z|=2+2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \min|z|+\max|z|=3\sqrt{5}-1$.

Chọn A.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

Liệt kê các khối đa diện đều.

Cách giải:

Có 5 khối đa diện đều: tứ diện đều; hình lập phương; bát diện đều; 12 mặt đều; 20 mặt đều.

Chọn D.

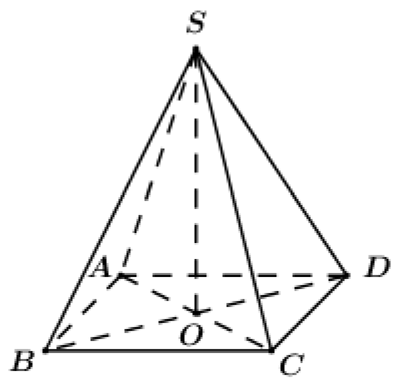
Câu 34 (TH)

Phương pháp:

- Áp dụng định lí Pytago tính chiều cao của khối chóp.

- Thể tích khối chóp bằng 1/3 tích đường cao và diện tích đáy.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông canh a nên $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.$

Áp dụng định lí Pytago ta có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$

Khi đó thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$

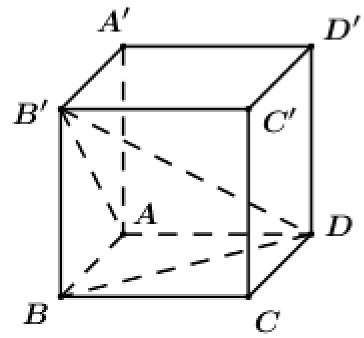
Chọn C.

Câu 35 (NB)

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp.

Cách giải:



Ta có $V_{ABDB'} = \frac{1}{3}.B'B.S_{ABD} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}$.

Chọn A.

Câu 36 (VD)

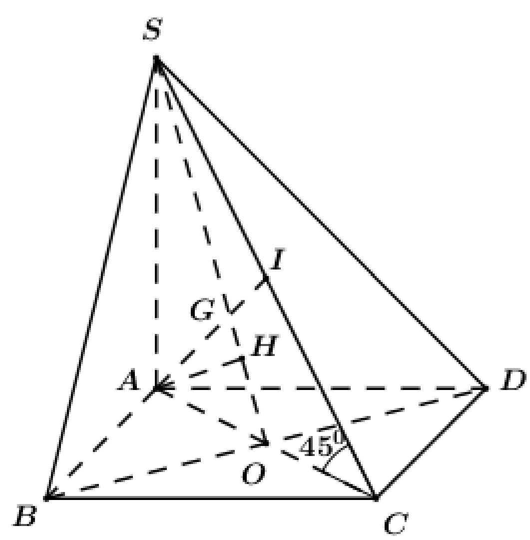
Phương pháp:

- Đổi khoảng cách từ I đến (SBD) sang $d\left(A;(SBD)\right)$.

- Xác định $\angle\left(SC;(ABCD)\right)$ là góc giữa SC và hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $G = AI \cap SO \Rightarrow G = AI \cap (SBD)$ và G là trọng tâm ΔSAC.

Ta có: $AI \cap (SBD) = G \Rightarrow \frac{d\left(I;(SBD)\right)}{d\left(A;(SBD)\right)} = \frac{IG}{AG} = \frac{1}{2}$.

Trong (SAC) kẻ $AH \perp SO$ ta có:

$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp SO \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A;(SBD)) = AH$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD) \Rightarrow \angle(SC;(ABCD)) = \angle SCA = 45^0.$

$\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại A.

Xét tam giác ABD có $\begin{cases} AB = AD = a \\ \angle BAD = 60^0 \end{cases} \Rightarrow \Delta ABD$ đều cạnh $a \Rightarrow AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}.$

$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{3}.$

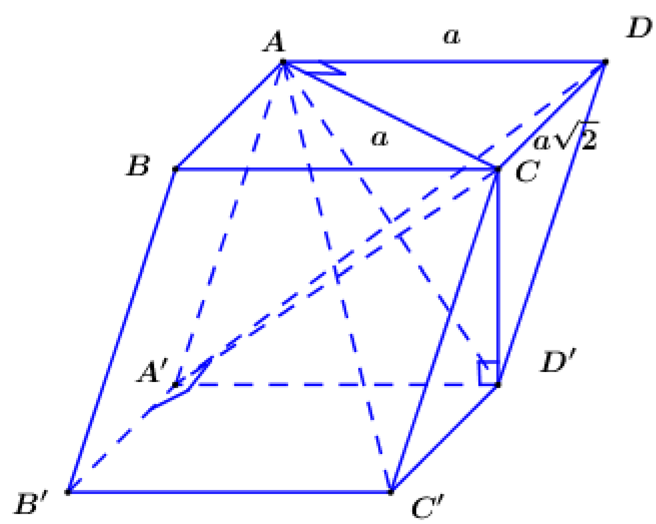
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAO có: $AH = \dfrac{SA.AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \dfrac{3a^2}{4}}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}.$

Vậy $d(I;(SBD)) = \dfrac{a\sqrt{15}}{10}.$

Chọn D.

Câu 37 (VDC)

Cách giải:



Đặt $AA' = x\,(x > 0).$

Xét tam giác ACD có $AC^2 + AD^2 = 2a^2 = CD^2 \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại A (định lí Pytago đảo).

Ta có: $\begin{cases} AD \perp AC \\ AD \perp CD'\left(do\ C' \perp A'D'\right) \end{cases} \Rightarrow AD \perp \left(ACD'\right) \Rightarrow AD \perp AD'.$

$\Rightarrow AD'^2 = DD'^2 - AD^2 = x^2 - a^2.$

Ta lại có $A'D^2 = AD'^2 + \left(2AD\right)^2$

$\Rightarrow A'D^2 = \left(x^2 - a^2\right) + 4a^2 = x^2 + 3a^2\ \ (1).$

Ta có: $\begin{cases} A'C \perp A'B'\left(gt\right) \\ A'B'//CD \end{cases} \Rightarrow A'C \perp CD.$

$\Rightarrow A'D^2 = A'C^2 + CD^2.$

Ta lại có: $A'C^2 + AC'^2 = 2\left(AA'^2 + AC^2\right) \Rightarrow A'C^2 + 3a^2 = 2\left(x^2 + a^2\right) \Rightarrow A'C^2 = 2x^2 - a^2$

$\Rightarrow x^2 + 3a^2 = 2x^2 - a^2 + 2a^2$

$\Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow A'C = \sqrt{2.2a^2 - a^2} = a\sqrt{3}, CD' = \sqrt{A'C^2 - A'D'^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}, AD'^2 = \sqrt{x^2 - a^2} = a.$

$\Rightarrow \Delta ACD'$ vuông cân tại $A.$

Vậy $V_{BCDA'} = V_{A'.BCD} = V_{D'.ACD} = V_{D.ACD'} = \frac{1}{3}AD.S_{ACD'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.a.a = \frac{a^3}{6}.$

Chọn A.

Câu 38 (NB)

Phương pháp:

- Thể tích khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h.$

Cách giải:

Thể tích khối trụ là $V = \pi.r^2.h = \pi.a^2.2a = 2\pi a^3.$

Chọn A.

Câu 39 (TH)

Phương pháp:

Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl.$

Cách giải:

Hình nón có bán kính đáy là 3, đường cao là 4 thì đường sinh bằng $l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.5 = 15\pi.$

Chọn C.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Thể tích khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h.$

Cách giải:

Hình 1 là hình trụ có chiều cao là h và chu vi đáy là $2\pi r = a \Rightarrow r = \dfrac{a}{2\pi}.$

$\Rightarrow V_1 = \pi r^2 h = \dfrac{a^2 h}{4\pi}.$

Hình 2 là 2 hình trụ và mỗi hình có chiều cao h và chu vi đáy là $2\pi R = \dfrac{a}{2} \Rightarrow R = \dfrac{a}{4\pi}$

$\Rightarrow V_2 = 2.\pi R^2 h = \dfrac{a^2 h}{8\pi}$

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = 2.$

Chọn D.

Câu 41 (NB)

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa mặt cầu.

Cách giải:

Điểm A thuộc mặt cầu $(I;R) \Rightarrow IA = R.$

Chọn B.

Câu 42 (NB)

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng đã cho.

Cách giải:

Ta thấy $A(1;2;3) \in (P): x - 2y + z = 0$

Chọn A.

Câu 43 (NB)

Phương pháp:

Trong không gian $Oxyz,$ phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$ là: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}.$

Cách giải:

Đường thẳng Ox đi qua $O\left(0;0;0\right)$ và có vecto chỉ phương là $\left(1;0;0\right)$ nên phương trình đường thẳng Ox là $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}.$

Chọn D.

Câu 44 (NB)

Phương pháp:

Hình chiếu của điểm $M\left(a;b;c\right)$ lên mặt phẳng Oxz là $M'\left(a;0;c\right)$.

Cách giải:

Hình chiếu của điểm $M\left(1;2;3\right)$ lên mặt phẳng Oxz là $M'\left(1;0;3\right)$.

Chọn A.

Câu 45 (TH)

Phương pháp:

- Gọi $A\left(a;0;0\right);B\left(0;b;0\right);C\left(0;0;c\right),$ sử dụng công thức tính tọa độ trọng tâm tìm tọa độ các điểm A, B, C.

- Viết phương trình mặt phẳng dạng mặt chắn.

Cách giải:

Ta có $A\left(a;0;0\right);B\left(0;b;0\right);C\left(0;0;c\right)$

Tam giác ABC có trọng tâm $G\left(673;674;675\right)\Rightarrow\begin{cases}a=3.673=2019\\b=3.674=2022\\c=3.675=2025\end{cases}$

Khi đó phương trình mặt phẳng ABC là $\dfrac{x}{2019}+\dfrac{y}{2022}+\dfrac{z}{2025}=1.$

Chọn B.

Câu 46 (VD)

Phương pháp:

- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P).

- Tìm $I = \Delta \cap (P) \Rightarrow I$ là hình chiếu của M lên (P).

- Gọi M' đối xứng M qua $(P) \Rightarrow I$ là trung điểm của MM'.

Cách giải:

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Gọi $I = \Delta \cap (P) \Rightarrow I$ là hình chiếu của M lên (P).

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \\ t + 1 + t + 2 + t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; -1; 0).$

Chọn D.

Câu 47 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng định lí Pytago.

Cách giải:

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25 \Rightarrow$ tâm $O(0;0;0); R = 5$

Ta có $d(O;(P)) = \dfrac{\left|-3\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1+1+1}} = 3.$

Khi đó bán kính đường tròn cần tìm là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4.$

Chọn A.

Câu 48 (VD)

Phương pháp:

- Nhận xét: A, B nằm cùng phía đối với (Oxy).

- Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(Oxy) \Rightarrow MA = MA'$.

- Áp dụng BĐT tam giác $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

- Đưa về bài toán tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.

Cách giải:

Dễ thấy A, B nằm cùng phía đối với (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(Oxy) \Rightarrow A'(3;-2;-3)$.

Khi đó ta có $MA = MA' \Rightarrow MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu "=" xảy ra khi $M = A'B \cap (Oxy)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (-2;2;8) = -2(1;-1;-4)$ nên phương trình đường thẳng $A'B: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$.

Khi đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 5 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{4} \\ x = \frac{9}{4} \\ y = -\frac{5}{4} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$.

Chọn A.

Câu 49 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tổ hợp.

Cách giải:

Có tất cả 10 đỉnh; lấy 2 trong 10 đỉnh ta có $C_{10}^2 = 45$.

Chọn D.

Câu 50 (VD)

Phương pháp:

- Tính số phần tử của không gian mẫu.

- Gọi A là biến cố: "Hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B"

Để sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B thì ta có 2 bộ ACA và BCB. Từ đó sử dụng hoán vị và quy tắc nhân tính số phần tử của
biến cố A.

- Tính xác suất của biến cố.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu là $6! = 720$.

Gọi A là biến cố: “Hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B”

Để sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B thì ta có 2 bộ ACA và BCB.

Đổi chỗ 2 học sinh lớp C có 2 cách.

Đổi chỗ 2 học sinh lớp A có 2 cách.

Đổi chỗ 2 học sinh lớp B có 2 cách.

Đổi chỗ 2 bộ trên có 2 cách.

$\Rightarrow n\left(A\right)=2.2.2.2=16.$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P\left(A\right)=\frac{16}{720}=\frac{1}{45}.$

Chọn B.

----------------- HẾT ----------------