

Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm./.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

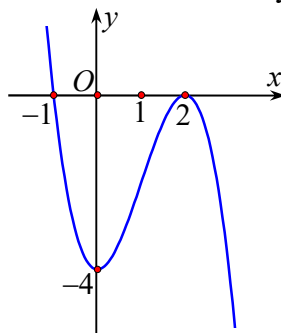
- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác ABC với $A(1;-5;4)$, $B(0;2;-1)$ và $C(2;9;0)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

- A.** 4. **B.** 12. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 12.

- Câu 2.** Với a, x, y là các số thực dương tùy ý, $a > 1$, kết quả khi rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\log_a y}}{y^{\log_a x}}$ là

- A.** $P = 1$. **B.** $P = x$. **C.** $P = y$. **D.** $P = a$.

- Câu 3.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ **D.** $y = -x^3 - 4$.

- Câu 4.** Tích phân $\int_{-1}^1 x^{2020} dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{2021}$. **B.** $\frac{2}{2021}$ **C.** $\frac{2}{2020}$. **D.** 0.

- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;1;-6)$ và $B(5;3;-2)$ có phương trình tham số là

- A.** $\begin{cases} x = 6 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - 4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -6 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$

- Câu 6.** Trong tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $(2-i)\bar{z}-4=0$ có nghiệm là

- A.** $z = \frac{7}{5} - \frac{3}{5}i$ **B.** $z = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$ **C.** $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$ **D.** $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$.

- Câu 7.** Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng 49π . Khi đó chiều cao của hình nón bằng

- A.** $7\sqrt{3}$. **B.** $\frac{7\sqrt{3}}{3}$. **C.** $14\sqrt{3}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				3		$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(-2; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(-2; -1; 0)$.

Câu 10. Hệ số của x^4 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(3x - 2)^{11}$ là

- A. $-C_{11}^7 3^4 2^7$. B. $C_{11}^7 3^4 2^7$. C. $C_{11}^7 3^7 2^4$. D. $-C_{11}^7 3^7 2^4$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x} 7^x$ là

- A. $63^x \ln 63 + C$ B. $63^x + C$. C. $\frac{21^x}{\ln 21} + C$. D. $\frac{63^x}{\ln 63} + C$.

Câu 12. Với a là các số thực dương tùy ý, $(a^{-\sqrt{5}})^{\sqrt{5}}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{a^5}$ C. a^5 . D. $a^{-2\sqrt{5}}$.

Câu 13. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Khi đó thể tích khối tứ diện $EBCD$ bằng

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{5}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $(4,5)^{4x-5} = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x-1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = \frac{4}{5}$. C. $x = 2$ D. $x = \frac{5}{4}$.

Câu 15. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. $35\pi(\text{cm}^2)$. B. $70\pi(\text{cm}^2)$ C. $\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 16. Cho số phức $z = 9 - 5i$. Phần ảo của số phức z là

- A. 5. B. $5i$. C. -5 . D. $-5i$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm có tọa độ lần lượt là $(0; 0; 0)$, $(1; 2; 3)$ và $(2; 0; 6)$ thì có bao nhiêu điểm nằm trên mặt cầu (S) ?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$			3		$-\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-3; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 360 B. 6. C. 720 D. 1.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

- A. $x = 27$. B. $x = \sqrt[3]{3}$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{1}{27}$.

Câu 21. Một lớp học có 18 nam và 12 nữ. Số cách chọn hai bạn từ lớp học đó, trong đó có một nam và một nữ tham gia đội xung kích của nhà trường là

- A. 30 B. $C_{18}^2 \cdot C_{12}^2$ C. C_{20}^2 . D. 216.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log(\tan x)$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

- A. $\frac{4}{3\ln 10}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{9\ln 10}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3\ln 10}$.

Câu 23. Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}}$ và $\log_b\left(\frac{4}{5}\right) > \log_b\left(\frac{5}{6}\right)$ thì

- A. $0 < a < 1, b > 1$. B. $0 < b < 1, a > 1$. C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(1; 2; 4)$, $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) và đi qua điểm M là

- A. $x + 2y + 4z - 21 = 0$. B. $x + 2y + 4z - 12 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 12 = 0$. D. $4x + 2y + z - 21 = 0$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AC = 2a$, $BC = a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $6a^3$ B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = -3 + 4i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z.w$ có tọa độ là

- A. $(6; 17)$. B. $(-18; 17)$. C. $(17; 6)$. D. $(17; -18)$.

Câu 28. Nếu $\int_2^{2021} f(x)dx = 12$ và $\int_{2020}^{2021} f(x)dx = 2$ thì $\int_2^{2020} f(x)dx$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 14. D. 24.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x.e^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 4]$ là

- A. $4e^5$. B. $-2e$. C. $\frac{-2}{e}$. D. -1.

Câu 30. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{5-3x}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{(5-3x)^3} + C$. B. $-\frac{2}{3}\sqrt{5-3x} + C$. C. $-\frac{2}{9}\sqrt{(5-3x)^3} + C$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{5-3x} + C$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a, AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{2a}{9}$. C. $\frac{a}{6}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 32. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty; -2)$. B. $\{2; -2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.

Câu 33. Một lớp 12 có hai tổ, mỗi tổ có 16 học sinh. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông 2021, tổ 1 có 10 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên, 6 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội. Tổ 2 có 9 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội, 7 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên ở mỗi tổ một bạn. Xác suất để cả hai bạn được chọn đều đăng kí cùng tổ hợp dự thi tốt nghiệp là

A. $\frac{33}{64}$. B. $\frac{124}{C_{32}^2}$. C. $\frac{31}{64}$. D. $\frac{124}{A_{32}^2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $(SAB) \perp (ABCD)$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB vuông tại S , $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$. Giá trị tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{51}}{17}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 35. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + mx + 1}$ có duy nhất một đường tiệm cận?

A. $m \in (-2; 2)$ B. $m \in [-2; 2]$. C. $m \in \{-2; 2\}$. D. $m \in (2; +\infty)$.

Câu 36. Mùa hè năm 2021, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 45 ngày (năng suất ăn của mỗi ngày là như nhau). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày

A. 24 B. 25. C. 23 D. 26.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho với mỗi giá trị của m , bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 10$ nghiệm đúng với mọi giá trị x thuộc đoạn $[0; 3]$?

A. 13. B. 12. C. 252 D. 253.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			6		$-\infty$

Đặt $h(x) = |m - f(x - 2)|$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = h(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. Vô số. B. 12. C. 0. D. 10.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x > 3 \\ ax-3a+7 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ là tham số thực. Nếu $\int_0^1 f(e^x + 1)e^x dx = e^2$ thì a bằng

A. $\frac{3e^2 + 4e - 6}{e - 1}$ B. $6e - 6$. C. $6e + 6$. D. $-6e + 6$.

Câu 40. Cho hình nón (T) đỉnh S , có đáy là đường tròn (C_1) tâm O , bán kính bằng 2, chiều cao hình nón (T) bằng 2. Khi cắt hình nón (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I . Lấy hai điểm A và B lần lượt trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho góc giữa $\overline{IA}$ và $\overline{OB}$ là 60° . Thể tích của khối tứ diện $IAOB$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-5|+|z+5|=12$ là

- A. Một đường parabol B. Một đường elip.
C. Một đường tròn. D. Một đường thẳng.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;5)$ và $B(-1;2;7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng (P) có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2 là

- A. 12. B. $\frac{441}{35}$. C. $\frac{858}{35}$. D. $\frac{324}{35}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z-3}{-18}$. B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{9}$.
C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z+3}{18}$. D. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{9}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2 - 2\bar{z}$. Tổng phần thực của các số phức thuộc S bằng

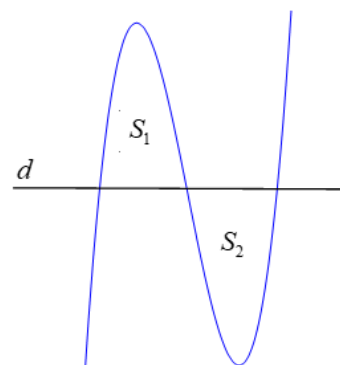
- A. 0. B. -2. C. 3. D. 2.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , H là điểm thỏa mãn $\overline{HB} = -2\overline{HA}$ và $SH \perp (ABC)$, các mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc 45° . Biết $SB = a\sqrt{6}$, thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{9a^3}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 46. Gọi X là tập các giá trị của tham số m thỏa mãn đường thẳng $(d): y = -12m - 7$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Tích các giá trị của các phần tử của X là

- A. 9. B. -9.
C. 27. D. $-\frac{9}{2}$



Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2021}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		$\frac{7}{6}$	
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		1		$-\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2| + 2|3-\bar{z}|$. Tổng $M+m$ bằng

- A. 14. B. 7. C. $\frac{45+3\sqrt{55}}{5}$. D. $\frac{15+5\sqrt{33}}{3}$.

Câu 49. Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn: $\log_5 \left[(x+2)(y+1) \right]^{y+1} = 125 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 5y$ là

- A. $P_{\min} = 125$. B. $P_{\min} = 57$. C. $P_{\min} = 43$ D. $P_{\min} = 25$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$ và $(S_2): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$. Gọi M là điểm thay đổi, thuộc mặt cầu (S_2) sao cho tồn tại ba mặt phẳng đi qua M , đôi một vuông góc với nhau và lần lượt cắt mặt cầu (S_1) theo ba đường tròn. Giá trị lớn nhất của tổng chu vi ba đường tròn đó là

- A. 8π . B. $4\sqrt{6}\pi$. C. $2\sqrt{30}\pi$. D. 4π .

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.B	5.A	6.D	7.A	8.B	9.C	10.A
11.D	12.B	13.C	14.C	15.B	16.A	17.C	18.D	19.C	20.B
21.D	22.D	23.B	24.C	25.C	26.C	27.A	28.B	29.C	30.C
31.B	32.A	33.C	34.B	35.A	36.B	37.C	38.D	39.B	40.A
41.B	42.C	43.B	44.D	45.A	46.A	47.D	48.D	49.C	50.B

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác ABC với $A(1;-5;4)$, $B(0;-2;-1)$ và $C(2;9;0)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

A. 4.**B.** 12.**C.** $\frac{4}{3}$.**D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$$G(a;b;c) \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4.$$

Câu 2: Với a, x, y là các số thực dương tùy ý, $a > 1$, kết quả khi rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\log_a y}}{y^{\log_a x}}$ là

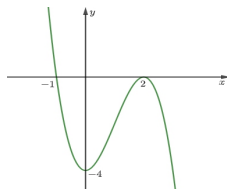
A. $P=1$.**B.** $P=x$.**C.** $P=y$.**D.** $P=a$.

Lời giải

Chọn A

$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x} \Rightarrow P = 1.$$

Câu 3: Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

**A.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.**B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$.**C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.**D.** $y = -x^3 - 4$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Tích phân $\int_{-1}^1 x^{2020} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2021}$.

B. $\frac{2}{2021}$.

C. $\frac{2}{2020}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\int_{-1}^1 x^{2020} dx = \frac{x^{2021}}{2021} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{2021}.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;1;-6), B(5;3;-2)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=6+t \\ y=4+t \\ z=2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=5+2t \\ y=3+2t \\ z=-2-4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-6-2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=6+2t \\ y=4+2t \\ z=-1+4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$A(3;1;-6), B(5;3;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;2;4) \Rightarrow \vec{u} = (1;1;2)$ là vtcp của đường thẳng AB .

Loại đáp án B,C.

Xét đáp án A. Tọa độ điểm $A(3;1;-6)$ thuộc đường thẳng này nên chọn A.

Câu 6: Trong tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $(2-i)\bar{z}-4=0$ có nghiệm là

A. $z = \frac{7}{5} - \frac{3}{5}i$.

B. $z = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$.

C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$.

D. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn D

$$(2-i)\bar{z}-4=0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{4}{2-i} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i \Rightarrow z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i.$$

Câu 7: Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng 49π . Khi đó chiều cao của hình nón bằng

A. $7\sqrt{3}$.

B. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

C. $14\sqrt{3}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S_{\text{đ}} = \pi r^2 = 49\pi \Rightarrow r = 7 \Rightarrow l = 2r = 14$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{14^2 - 7^2} = 7\sqrt{3}$$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = -2$.

B. $x = -3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x = -3$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là

A. $(0; -1; 0)$

B. $(-2; 0; 0)$

C. $(0; -1; 3)$

D. $(-2; -1; 0)$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là $(0; -1; 3)$.

Câu 10: Hệ số của x^4 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(3x - 2)^{11}$ là

A. $-C_{11}^7 \cdot 3^4 \cdot 2^7$.

B. $C_{11}^7 \cdot 3^4 \cdot 2^7$.

C. $C_{11}^7 \cdot 3^7 \cdot 2^4$.

D. $-C_{11}^7 \cdot 3^7 \cdot 2^4$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát $T = C_{11}^k \cdot (3x)^{11-k} \cdot (-2)^k = C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{11-k}$ với $k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 11$

T chứa $x^4 \Leftrightarrow 11 - k = 4 \Leftrightarrow k = 7$ (nhận)

Vậy hệ số của x^4 là $C_{11}^7 \cdot 3^{11-7} \cdot (-2)^7 = -C_{11}^7 \cdot 3^4 \cdot 2^7$

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x} \cdot 7^x$ là

A. $63^x \cdot \ln 63 + C$.

B. $63^x + C$.

C. $\frac{21^x}{\ln 21} + C$.

D. $\frac{63^x}{\ln 63} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = 9^x \cdot 7^x = (9 \cdot 7)^x = 63^x$

Vậy họ nguyên hàm của hàm số $y = 63^x$ là $\frac{63^x}{\ln 63} + C$.

Câu 12: Với a là các số thực dương tùy ý, $(a^{-\sqrt{5}})^{\sqrt{5}}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{a^5}$.

C. a^5 .

D. $a^{-2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } (a^{-\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = a^{-\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = a^{-5} = \frac{1}{a^5}.$$

Câu 13: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Khi đó thể tích khối tứ diện $EBCD$ bằng:

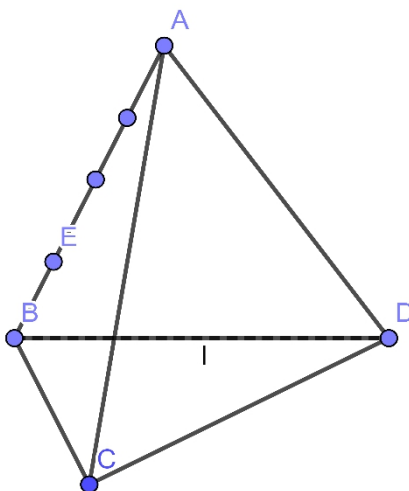
A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{5}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\frac{V_{AECD}}{V_{ABCD}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_{AECD} = \frac{3}{4}V$$

$$V_{EBCD} = V - V_{AECD} = V - \frac{3}{4}V = \frac{1}{4}V$$

Câu 14: Nghiệm của phương trình $(4,5)^{4x-5} = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = \frac{4}{5}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}(4,5)^{4x-5} &= \left(\frac{2}{9}\right)^{-x-1} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^{4x-5} &= \left(\frac{9}{2}\right)^{x+1} \\ \Leftrightarrow 4x-5 &= x+1 \\ \Leftrightarrow x &= 2\end{aligned}$$

Câu 15: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. $35\pi(\text{cm}^2)$. B. $70\pi(\text{cm}^2)$. C. $\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi(\text{cm}^2)$$

Câu 16: Cho số phức $z = 9 - 5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. 5. B. $5i$. C. -5 . D. $-5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} = 9 + 5i$, suy ra phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 5.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm có tọa độ lần lượt là $(0;0;0)$, $(1;2;3)$ và $(2;0;6)$ thì có bao nhiêu điểm nằm trên mặt cầu.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Điểm nằm trên mặt cầu thỏa mãn phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

Xét hai điểm $(0;0;0)$ và $(2;0;6)$ thỏa mãn.

Xét điểm $(1;2;3)$ ta có $1^2 + 2^2 + 3^2 - 2.1 - 4.2 - 6.3 = -14 \neq 0$ (không thỏa mãn).

Câu 18: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -2 -2

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-3; 0)$. **D. $(0; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; 3)$

Câu 19: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 360. B. 6. **C. 720.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Mỗi số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một hoán vị của 6 phần tử nên số các số cần tìm là $P_6 = 6! = 720$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

- A. $x = 27$. **B. $x = \sqrt[3]{3}$.** C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 3^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{3}.$$

Câu 21: Một lớp học có 18 nam và 12 nữ. Số cách chọn hai bạn từ lớp học đó, trong đó có một nam và một nữ tham gia đội xung kích của nhà trường là

- A. 30. B. $C_{18}^2 \cdot C_{12}^2$. C. C_{20}^2 . **D. 216.**

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $18 \cdot 12 = 216$.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y = \log(\tan x)$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

- A. $\frac{4}{3 \ln 10}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{9 \ln 10}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. **D. $\frac{4\sqrt{3}}{3 \ln 10}$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 23: Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}}$ và $\log_b\left(\frac{4}{5}\right) > \log_b\left(\frac{5}{6}\right)$ thì

A. $0 < a < 1, b > 1$.

B. $0 < b < 1, a > 1$.

C. $a > 1, b > 1$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \\ a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}} \end{cases} \Rightarrow a > 1.$$

$$\begin{cases} \frac{4}{5} < \frac{5}{6} \\ \log_b\left(\frac{4}{5}\right) > \log_b\left(\frac{5}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(1;2;4), A(1;0;0), B(0;2;0)$ và $C(0;0;4)$. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) và đi qua điểm M là

A. $x+2y+4z-21=0$.

B. $x+2y+4z-12=0$.

C. $4x+2y+z-12=0$.

D. $4x+2y+z-21=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 4 = 0$.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $4x + 2y + z + D = 0 (D \neq -4)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;4)$ nên $4.1 + 2.2 + 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = -12$ (thỏa).

Vậy phương trình (α) : $4x + 2y + z - 12 = 0$.

Câu 25: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	—	2	+
y'	—	—	—
y	2	+	2

A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x = 2$ và $y = 2$ lần lượt là đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên loại đáp án B và D.

Lại có hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y' < 0$ suy ra loại A, chọn C.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Biết $AC = 2a, BC = a, AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $6a^3$. B. $2a^3$. **C. $3a^3$.** D. $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = 3a^3$$

Câu 27: Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = -3 + 4i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z.w$ có tọa độ là

- A. $(6; 17)$.** B. $(-18; 17)$. C. $(17; 6)$. D. $(17; -18)$.

Lời giải

Chọn B

$z.w = (2 - 3i)(-3 + 4i) = 6 + 17i$ được biểu diễn bởi điểm $(6; 17)$.

Câu 28: Nếu $\int_2^{2021} f(x)dx = 12$ và $\int_{2020}^{2021} f(x)dx = 2$ thì $\int_2^{2020} f(x)dx$ bằng

- A. -10 . **B. -10 .** C. 14 . D. 24 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_2^{2020} f(x)dx = \int_2^{2021} f(x)dx - \int_{2020}^{2021} f(x)dx = 12 - 2 = 10.$$

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x.e^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 4]$ là

- A. $4e^5$. B. $-2e$. **C. $-\frac{2}{e}$.** D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = e^{x+1} - x.e^{x+1} = (1 - x)e^{x+1}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Khi đó: } \min_{[-2; 4]} f(x) = \{f(-2); f(1); f(4)\} = \frac{-2}{e}.$$

Câu 30: Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{5-3x}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{(5-3x)^3} + C.$

B. $-\frac{2}{3}\sqrt{5-3x} + C.$

C. $-\frac{2}{9}\sqrt{(5-3x)^3} + C.$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{5-3x} + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int \sqrt{5-3x} dx = \int (5-3x)^{\frac{1}{2}} dx = -\frac{1}{3} \cdot \frac{(5-3x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{2}{9} \sqrt{(5-3x)^3} + C.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$, $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}.$

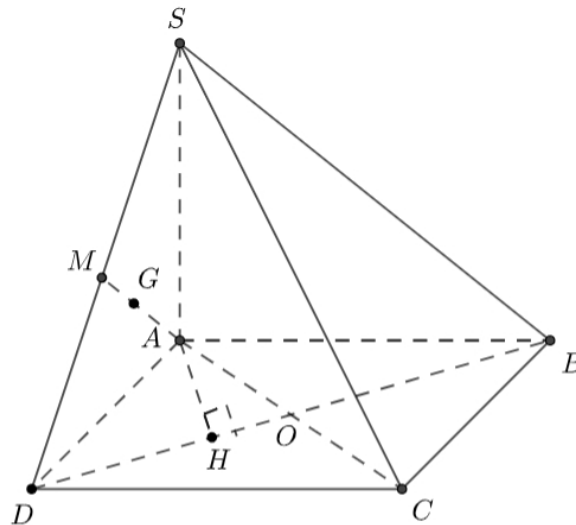
B. $\frac{2a}{9}.$

C. $\frac{a}{6}.$

D. $\frac{2a}{2}.$

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \frac{d_{(G;(SBD))}}{d_{(A;(SBD))}} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Mặt khác: } AH = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d_{(A;(SBD))} = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} a}{\sqrt{a^2 + \frac{4}{5} a^2}} = \frac{2}{3} a \Rightarrow d_{(A;(SBD))} = \frac{2}{9} a$$

Câu 32: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $\{-2; 2\}$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại khi $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \\ a > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$

Áp dụng cho bài toán này ta được: $-2(m+2) > 0 \Leftrightarrow m < -2$

Câu 33: Một lớp 12 có hai tổ, mỗi tổ có 16 học sinh. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông 2021, tổ 1 có 10 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên, 6 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội. Tổ 2 có 9 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội, 7 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên ở mỗi tổ 1 bạn. Xác suất để cả hai bạn được chọn đều đăng kí cùng tổ hợp dự thi tốt nghiệp là

A. $\frac{33}{64}$.

B. $\frac{124}{C_{32}^2}$.

C. $\frac{31}{64}$.

D. $\frac{124}{A_{32}^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|\Omega| = 16.16 = 256$.

TH1: Chọn hai bạn cùng thi tổ hợp xã hội. Có $C_6^1.C_9^1 = 54$ cách chọn.

TH2: Chọn hai bạn cùng thi tổ hợp tự nhiên. Có $C_{10}^1.C_7^1 = 70$ cách chọn.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{54 + 70}{256} = \frac{124}{256} = \frac{31}{64}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $(SAB) \perp (ABCD)$, có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB vuông tại S , $SA = a, SB = a\sqrt{3}$. Giá trị tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

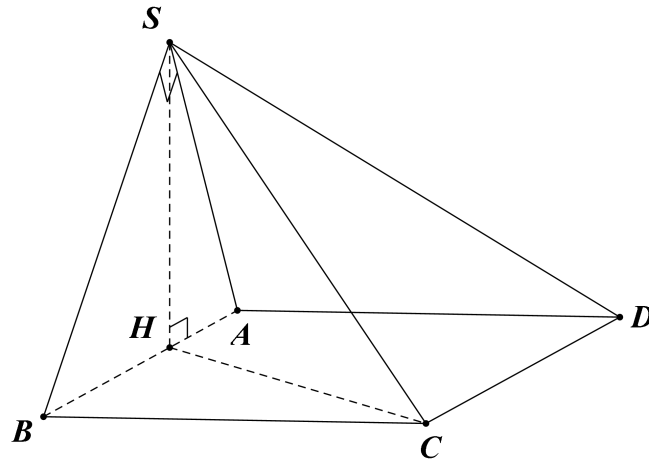
A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{51}}{17}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Chọn B

Kẻ $SH \perp AB$ tại H , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó $(SC, (ABCD)) = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH}$.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 2a; HB = \frac{SB^2}{BA} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3}{2}a;$$

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \frac{5}{2}a; SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{5a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 35: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + mx + 1}$ có duy nhất một đường tiệm cận ?

A. $m \in (-2; 2)$.

B. $m \in [-2; 2]$.

C. $m \in \{-2; 2\}$.

D. $m \in (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Ta có $2x^2 - 3x + 4 = 0$ vô nghiệm.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + mx + 1}$ có duy nhất một đường tiệm cận

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình } x^2 + mx + 1 = 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2; 2).$$

Câu 36: Mùa hè năm 2021, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 45 ngày (năng suất ăn của mỗi

ngày là như nhau). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 24.

B. 25.

C. 23.

D. 26.

Lời giải

Chọn B.

Gọi x là số thực phẩm dự kiến dùng cho 1 ngày.

$\Rightarrow$ Tổng số thực phẩm $45x$.

Số thực phẩm đã dùng trong 10 ngày đầu là $10x$.

Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày.

$\Rightarrow$ Số thực phẩm dùng trong ngày thứ n là $x(1+0,1)^n$.

Tổng số thực phẩm đã dùng sau ngày thứ n là

$$10x + x + x(1+0,1)^1 + \dots + x(1+0,1)^n = 10x + x \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1}$$

Sau n ngày dùng hết sản phẩm nếu

$$10x + x \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 45x \Leftrightarrow \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 35$$

$$\Leftrightarrow (1,1)^{n+1} = 4,5 \Leftrightarrow n+1 = \log_{1,1} 4,5 \Leftrightarrow n \approx 15,78.$$

Suy ra, thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho $10+15=25$ ngày.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho mỗi giá trị của m , bất phương trình

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 10 \text{ nghiệm đúng với mọi } x \text{ thuộc đoạn } [0;3]?$$

A. 13.

B. 12.

C. 252.

D. 253.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } x^2 - 2x + m \geq 1 \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 2(1).$$

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 10 \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m}} \leq 10$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} \ (t \geq 0).$$

$$t' = \frac{x-1}{(x^2 - 2x + m) \cdot \ln 2} \Rightarrow t' = 0 \Rightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	0	1	3
t'	-	0	+

t	$\log_2 \sqrt{m}$ $\log_2 \sqrt{m-1}$ $\log_2 \sqrt{m+3}$
-----	---

Ta có bất phương trình

$$t + 3\sqrt{t} \leq 10 \quad (1) \quad \forall t \in [\log_2 \sqrt{m-1}; \log_2 \sqrt{m+3}] \Leftrightarrow -5 \leq \sqrt{t} \leq 2 \quad \forall t \in [\log_2 \sqrt{m-1}; \log_2 \sqrt{m+3}]$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{t} \leq 2, \quad \forall t \in [\log_2 \sqrt{m-1}; \log_2 \sqrt{m+3}] \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sqrt{m+3} \leq 4 \\ \log_2 \sqrt{m-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m+3 \leq 256 \Leftrightarrow m \leq 253 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) thì số phần tử của m là $[253 - 2] + 1 = 252$. Vậy có 252 giá trị của m .

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
y'		- 0 +	0 -	
y	$+\infty$	-5	6	$-\infty$

Đặt $h(x) = |m - f(x-2)|$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = h(x)$ có đúng 5 cực trị?

A. Vô số.

B. 12.

C. 0.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

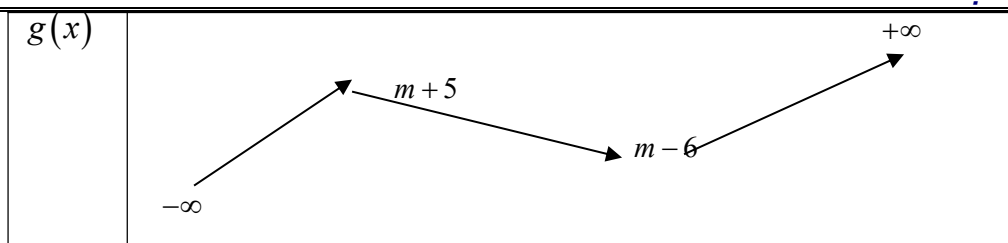
Đặt

$$g(x) = m - f(x-2) \Rightarrow g'(x) = -f'(x-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = a \\ x-2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+a \\ x = 2+b \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$a+2$	$b+2$	$+\infty$
$g'(x)$		+ 0 -	0 +	



Để hàm số $h(x) = |m - f(x-2)| = |g(x)|$ có đúng 5 cực trị điều kiện là

$$\begin{cases} m+5 > 0 \\ m-6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < 6 \Rightarrow m \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Do m nguyên nên $m \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Vậy có 10 giá trị của m .

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x > 3 \\ ax-3a+7 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ (a là tham số thực). Nếu $\int_0^1 f(e^x+1)e^x dx = e^2$ thì a bằng

A. $\frac{3e^2+4e-6}{e-1}$.

B. $6e-6$.

C. $6e+6$.

D. $-6e+6$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 7 = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=3$.

Đặt $t = e^x + 1 \Rightarrow dt = e^x dx$

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2$; $x=1 \Rightarrow t=e+1$

Khi đó $\int_2^{e+1} f(t).dt = e^2 \Leftrightarrow \int_2^3 (at-3a+7)dt + \int_3^{e+1} (2t+1)dt = e^2$.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{at^2}{2} - 3at + 7t \right) \Big|_2^3 + (t^2 + t) \Big|_3^{e+1} = e^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}a - 9a + 21 \right) - (2a - 6a + 14) + [(e+1)^2 + (e+1)] - (3^2 + 3) = e^2$$

$$\Leftrightarrow a = 6e - 6.$$

Câu 40: Cho hình nón (T) đỉnh S , có đáy là đường tròn (C_1) tâm O , bán kính bằng 2, chiều cao hình nón (T) bằng 2. Khi cắt hình nón (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song

song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I . Lấy hai điểm A và B lần lượt trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho góc giữa $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là 60° . Thể tích khối tứ diện $IAOB$ bằng.

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

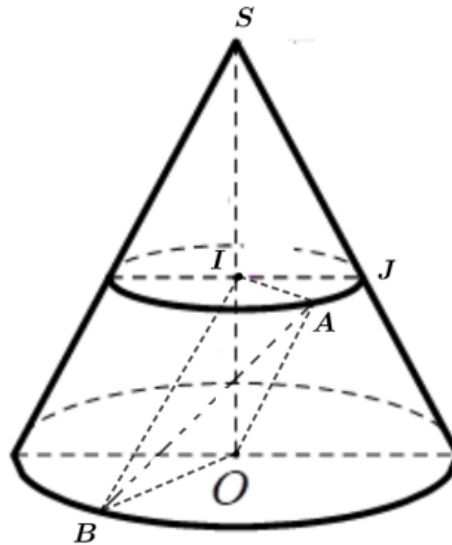
B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn B.



Vì khi cắt hình nón (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I nên $IA = IJ = \frac{1}{2}r = 1$.

Ta có $IA = IJ = \sqrt{SJ^2 - SI^2} = 1$.

$d(IA; OB) = OI = 1$.

Khi đó $V_{OBAI} = \frac{1}{6} IA \cdot OB \cdot d(IA; OB) \cdot \sin(IA; OB) = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 5| + |z + 5| = 12$ là

A. Một đường parabol. **B.** Một đường elip. **C.** Một đường tròn. **D.** Một đường thẳng.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi; (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có:

$$|z-5|+|z+5|=12 \Leftrightarrow |x+yi-5|+|x+yi+5|=12 \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2+y^2}+\sqrt{(x+5)^2+y^2}=12.$$

Đặt $F_1(5;0); F_2(-5;0) \Rightarrow MF_1+MF_2=12 > F_1F_2=10$ nên tập hợp điểm biểu diễn M là một Elip $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $F_1; F_2$ là tiêu điểm.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MF_1+MF_2=2a=12 \\ F_1F_2=2c=10 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ c=5 \\ b=\sqrt{11} \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{11}=1.$$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;5)$ và $B(-1;2;7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng (P) có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2

A. 12.

B. $\frac{441}{35}$.

C. $\frac{858}{35}$.

D. $\frac{324}{35}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I(0;3;6)$ và $\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$.

$$\vec{IA}=(1;1;-1); \vec{IB}=(-1;-1;1).$$

Ta có:

$$\begin{aligned} MA^2+MB^2 &= \vec{MA}^2+\vec{MB}^2 = (\vec{MI}+\vec{IA})^2 + (\vec{MI}+\vec{IB})^2 = 2MI^2 + 2\vec{MI} \cdot (\vec{IA}+\vec{IB}) + IA^2 + IB^2 \\ &= 2MI^2 + IA^2 + IB^2. \end{aligned}$$

Ta có: IA^2+IB^2 không đổi $\Rightarrow MA^2+MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P) .

$$\text{Vậy } (MA^2+MB^2)_{\min} = 2MI^2 + IA^2 + IB^2.$$

$$\text{Mà } MI = d(I; (P)) = \frac{|3 \cdot 0 - 5 \cdot 3 + 6 - 9|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2 + 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{35}}; IA^2 + IB^2 = 6.$$

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = \frac{858}{35}.$$

$$\text{Gọi } d \text{ là đường thẳng đi qua } I \text{ và vuông góc với } (P) \Rightarrow d: \begin{cases} x=3t \\ y=3-5t \\ z=6+t \end{cases}$$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 3 - 5t \\ z = 6 + t \\ 3x - 5y + z - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{24}{35} \\ x = \frac{72}{35} \\ y = -\frac{3}{7} \\ z = \frac{129}{35} \end{cases} \Rightarrow M \left(\frac{72}{35}; -\frac{3}{7}; \frac{129}{35} \right).$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z-3}{-18}$.

B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{9}$.

C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z+3}{18}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là giao điểm của d và d_2 .

Do $A \in d_2 \Rightarrow A(-2t+2; t+3; 4t+9)$, khi đó đường thẳng d nhận $\overrightarrow{MA} = (-2t+4; t+3; 4t+6)$ làm một VTCP.

Vì $d \perp d_1$ nên $\overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \Leftrightarrow 3(-2t+4) - 2(t+3) + (4t+6) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Suy ra $A(-4; 6; 21)$.

Đường thẳng d đi qua $M(-2;0;3)$ và có VTCP là $\overrightarrow{MA} = (-2; 6; 18) \parallel (-1; 3; 9)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{9}$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2 - 2\bar{z}$. Tổng phần thực của các số phức thuộc S bằng

A. 0.

B. -2.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $z^2 = |z|^2 - 2\bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 - 2(a - bi) \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 + b^2 - 2a + 2bi$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a^2 + b^2 - 2a \\ 2ab = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b^2 \\ b = 0 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = 1; b = 1 \\ a = 1; b = -1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{0; 1+i; 1-i\}$. Khi đó tổng phần thực của các số phức thuộc S bằng 2.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C ; H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HA}$ và $SH \perp (ABC)$. Các mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc 45° . Biết $SB = a\sqrt{6}$, thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{3a^3}{4}$.

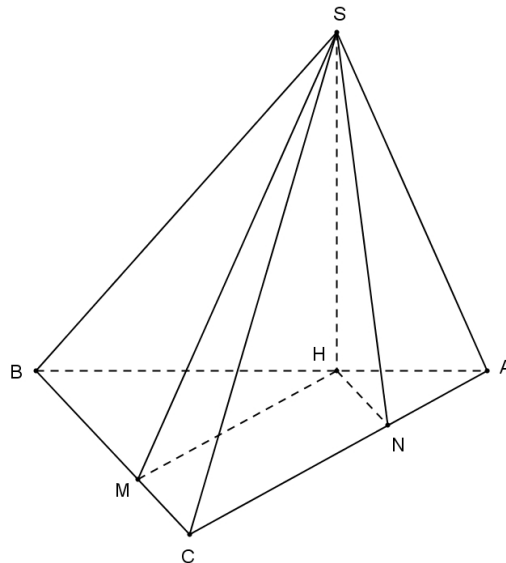
B. $\frac{9a^3}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M ; N lần lượt là hình chiếu của H trên BC và AC

Từ gt $\Rightarrow$ Tứ giác $HMCN$ là hình chữ nhật

Ta có: $SH \perp BC$; $SH \perp AC$; $HM \perp BC$; $HN \perp AC \Rightarrow BC \perp (SHM)$; $AC \perp (SHN)$

$$\Rightarrow \widehat{((SBC); (ABC))} = \widehat{(SM; HM)} = \widehat{SMH} = 45^\circ; \widehat{((SAC); (ABC))} = \widehat{(SN; HN)} = \widehat{SNH} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow SH = HM = HN = MC$$

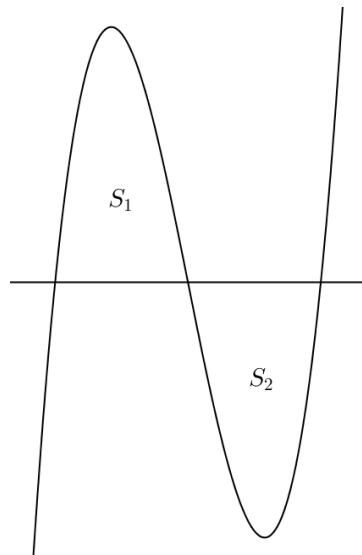
$$\text{Từ gt} \Rightarrow \frac{HN}{BC} = \frac{AH}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow BM = 2MC = 2SH$$

$$\text{Lại có: } SB^2 = SH^2 + HB^2 = SH^2 + MB^2 + HM^2 = 6SH^2 \Rightarrow SH = \frac{1}{\sqrt{6}} SB = a$$

$$\Rightarrow BC = 3MC = 3SH = 3a; AC = \frac{3}{2} NC = \frac{3}{2} HM = \frac{3}{2} SH = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SH.\frac{1}{2} AC.BC = \frac{3a^3}{4}.$$

Câu 46: Gọi X là tập hợp các giá trị của tham số m thỏa mãn đường thẳng $(d): y = -12m - 7$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Tích các giá trị của các phần tử của X là:



A. 9.

B. -9.

C. 27.

D. $-\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$$

$$y' = x^2 - 2mx - 4; y'' = 2x - 2m$$

$$\Rightarrow \text{Điểm uốn của đồ thị } (C) \text{ là } I\left(m; -\frac{2}{3}m^3 - 4m - 1\right)$$

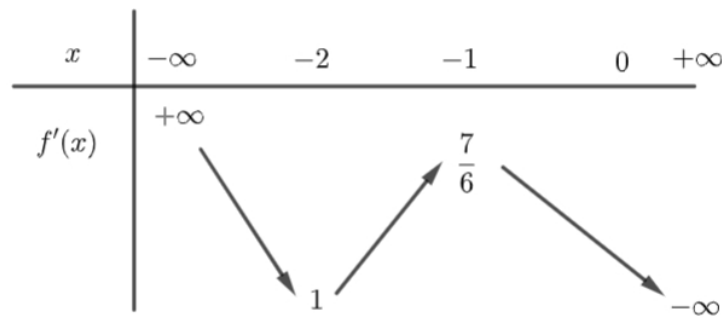
Do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm đối xứng và $S_1 = S_2$ nên hai hình phẳng có diện tích $S_1; S_2$ đối xứng nhau qua điểm uốn $I\left(m; -\frac{2}{3}m^3 - 4m - 1\right)$.

Từ gt $\Rightarrow$ Đường thẳng (d) đi qua điểm uốn của đồ thị (C)

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}m^3 - 4m - 1 = -12m - 7 \Leftrightarrow (m+3)(m^2 - 3m - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \\ m = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

Vậy tích các giá trị của các phần tử của X bằng 9.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2021}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

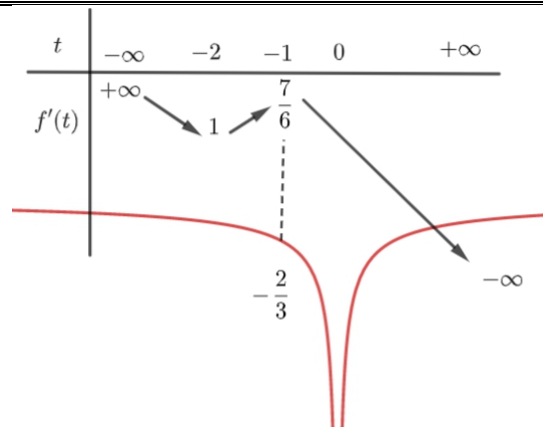
Chọn D

Xét hàm số $h(x) = f(x^3) + x \Rightarrow h'(x) = 3x^2 f'(x^3) + 1 \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = -\frac{1}{x^2}$.

Đặt $t = x^3 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$.

Xét hàm số $y = -\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow y' = \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{t^5}}$

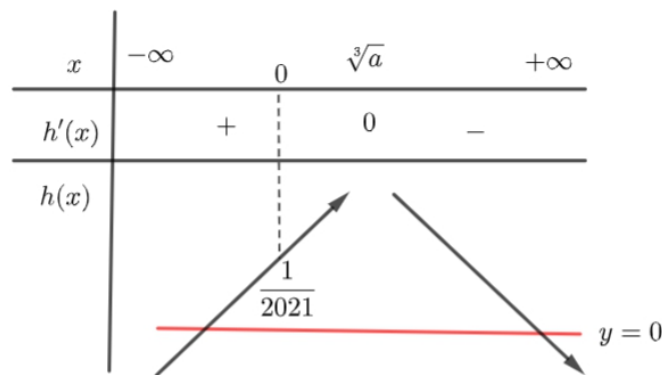
Vẽ hai đồ thị lên cùng BBT ta được:



Ta thấy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm duy nhất $t = a > 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{a} > 0$.

Suy ra hàm số $y = h(x)$ có một cực trị.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:



Suy ra $h(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy hàm $y = g(x)$ có 3 cực trị.

Câu 48: Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của biểu thức $P = |z + 2| + 2|3 - \bar{z}|$. Tổng $M + m$ bằng?

A. 14.

B. 7.

C. $\frac{45 + 3\sqrt{35}}{5}$.

D. $\frac{15 + 5\sqrt{33}}{3}$.

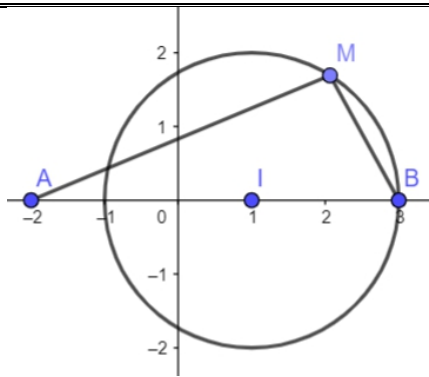
Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

$|z - 1| = 2 \Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(1; 0)$, $R = 2$.

Gọi $A(-2; 0)$, $B(3; 0)$ khi đó $P = MA + 2MB$.



Ta có $P = MA + 2MB \geq AB = 5$. Dấu “=” xảy ra khi $M \equiv B$.

Lại có $\vec{IA} = -\frac{3}{2}\vec{IB}$.

$$MA^2 = (\vec{MI} + \vec{IA})^2 = MI^2 + IA^2 + 2\vec{MI} \cdot \vec{IA} = MI^2 + IA^2 - 3\vec{MI} \cdot \vec{IB}$$

$$MB^2 = (\vec{MI} + \vec{IB})^2 = MI^2 + IB^2 + 2\vec{MI} \cdot \vec{IB}$$

$$\Rightarrow MA^2 + \frac{3}{2}MB^2 = \frac{5}{2}MI^2 + IA^2 + \frac{3}{2}IB^2 = \frac{5}{2}R^2 + IA^2 + \frac{3}{2}IB^2 = 25.$$

$$\text{Ta có } (MA + 2MB)^2 = \left(MA + \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} MB \right)^2 = \frac{11}{3} \cdot \left(MA^2 + \frac{3}{2}MB^2 \right) = \frac{275}{3}.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \frac{5\sqrt{33}}{3} \Rightarrow M + m = 5 + \frac{5\sqrt{33}}{3} = \frac{15 + 5\sqrt{33}}{3}.$$

Câu 49: Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn $\log_5 [(x+2)(y+1)]^{y+1} = 125 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 5y$ là

A. $P_{\min} = 125.$

B. $P_{\min} = 57.$

C. $P_{\min} = 43.$

D. $P_{\min} = 25.$

Lời giải

Chọn C

Với $x, y > 0$, ta có pt $\Leftrightarrow (y+1)\log_5 [(x+2)(y+1)] = 125 - (x-1)(y+1)$

$$\Leftrightarrow \log_5 (x+2) + \log_5 (y+1) = \frac{125}{y+1} - (x+2) + 3$$

$$\Leftrightarrow \log_5 (x+2) + (x+2) = \log_5 \frac{125}{y+1} + \frac{125}{y+1}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$, trên khoảng $(0; +\infty)$

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{Mà } f(x+2) = f\left(\frac{125}{y+1}\right) \text{ nên } x+2 = \frac{125}{y+1} \Leftrightarrow x = \frac{125}{y+1} - 2$$

$$\text{Xét hàm số } P = x + 5y = \frac{125}{y+1} - 2 + 5y$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{125}{y+1} + 5(y+1) - 7 \geq 2\sqrt{\frac{125}{y+1} \cdot 5(y+1)} - 7 \Leftrightarrow P \geq 43$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 43 \text{ khi } \frac{125}{y+1} = 5(y+1) \Leftrightarrow (y+1)^2 = 25 \Leftrightarrow y = 4, x = 23.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$ và $(S_2): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$. Gọi M là điểm thay đổi thuộc mặt cầu (S_2) sao cho tồn tại ba mặt phẳng đi qua M , đôi một vuông góc với nhau và lần lượt cắt mặt cầu (S_1) theo ba đường tròn. Giá trị lớn nhất của tổng chu vi ba đường tròn đó là

A. 8π .

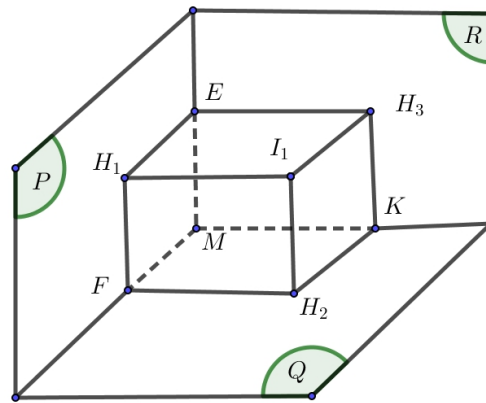
B. $4\sqrt{6}\pi$.

C. $2\sqrt{30}\pi$.

D. 4π .

Lời giải

Chọn B



(S_1) có tâm $I_1(2; -3; 1)$, bán kính $R_1 = 2$.

(S_2) có tâm $I_2(3; -1; -1)$, bán kính $R_2 = 1$.

$I_1I_2 = 3 = R_1 + R_2 \Rightarrow (S_1)$ tiếp xúc ngoài với (S_2) .

Gọi ba mặt phẳng đi qua M , đôi một vuông góc với nhau và lần lượt cắt mặt cầu (S_1) là $(P), (Q), (R)$, bán kính các đường tròn giao tuyến lần lượt là r_1, r_2, r_3 . Gọi hình chiếu của I_1 lên $(P), (Q), (R)$ lần lượt là H_1, H_2, H_3 . Dựng hình hộp chữ nhật $EH_3I_1H_1.MKH_2F$.

Xét hình hộp chữ nhật $EH_3I_1H_1.MKH_2F$ có:

$$I_1H_1^2 + I_1H_2^2 + I_1H_3^2 = I_1M^2 \Leftrightarrow 4 - r_1^2 + 4 - r_2^2 + 4 - r_3^2 = I_1M^2 \Leftrightarrow r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 12 - I_1M^2.$$

Tổng chu vi của ba đường tròn là

$$\begin{aligned} 2\pi(r_1 + r_2 + r_3) &\leq 2\pi\sqrt{3(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)} &= 2\pi\sqrt{3(12 - I_1 M^2)} &\leq 2\pi\sqrt{3(12 - R_1^2)} \\ &= 2\pi\sqrt{3(12 - 4)} = 4\sqrt{6}\pi. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow M$ là điểm tiếp xúc của (S_1) và (S_2) .

Vậy tổng chu vi ba đường tròn đó đạt giá trị lớn nhất là $4\sqrt{6}\pi$.

HẾT

<https://toanmath.com/>