THCS ĐÔNG NGẠC

ĐỀ THI THỬ LẦN 1 MÔN TOÁN 9

NĂM HỌC 2020 – 2021

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \qquad B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{5}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-4}{x+\sqrt{x}-2} \qquad (x\ge 0; x\ne 1)$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$
2) Rút gọn biểu thức $P=\frac{A}{B}$.
3) Chứng minh $\sqrt{P}<P$ với mọi $x>1$

Bài 2: (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một tàu thủy chảy xuôi dòng một khúc sông dài 144km, sau đó chạy ngược dòng khúc sông đó 100km hết tất cả 11 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu biết vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Bài 3: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+3)+\dfrac{5}{y-2}=8 \\ 4(x+3)-\dfrac{1}{y-2}=3 \end{cases}$
2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét đường thẳng (d): $y=(m-2)x+3$ với $m\ne 2$.
   a) Gọi A là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Oy. Tìm tọa độ điểm A.
   b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt trục Ox tại điểm B sao cho tam giác OAB cân.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R), đường kính AB. Kẻ tia tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên Ax lấy điểm P sao cho AP>R. Kẻ tiếp tuyến PM với đường tròn (O) (M là tiếp điểm)

1) Chứng minh 4 điểm A, P, M, O cùng thuộc một đường tròn.
2) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N.
   Chứng minh tứ giác APNO là hình chữ nhật.
3) Gọi K là giao điểm của AN với OP, E là giao điểm của ON với PM, D là giao điểm của PN với OM. Chứng minh $EK.ED=EO.EN$
4) Xác định vị trí của điểm P trên Ax sao cho K thuộc đường tròn (O)

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a+b+c=1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}$

ĐÁP ÁN

ĐỀ THI THỬ VÀO 10 MÔN TOÁN LẦN 1

THCS ĐÔNG NGẠC

NĂM HỌC 2020-2021

ĐỀ THI THỬ LẦN 1 MÔN TOÁN 9

THCS ĐÔNG NGẠC

NĂM HỌC 2021 – 2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1

1) Thay $x=36$(tmđk) vào $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$, ta có:

$$A=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}+2}=\frac{6}{6+2}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

Vậy $A=\dfrac{3}{4}$ khi $x=36$

2) $P=A.B$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}:\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{5}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-4}{x+\sqrt{x}-2}\right)$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}:\left[\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{5\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right]$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}:\left[\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right]$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

3) Có $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}-1+1}{\sqrt{x}-1}=1+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

Vì $x>1\Rightarrow\sqrt{x}>1\Rightarrow\sqrt{x}-1>0\Rightarrow\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}>0\Rightarrow 1+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}>1$

$\Rightarrow P>1\Rightarrow\sqrt{P}>\sqrt{1}\Rightarrow\sqrt{P}-1>0\Rightarrow\sqrt{P}\left(\sqrt{P}-1\right)>0$

$\Rightarrow P-\sqrt{P}>0\Rightarrow P>\sqrt{P}$

Vậy $P>\sqrt{P}$ với mọi $x>1$

Bài 2:

Gọi vận tốc riêng của tàu là $x(km/h)$ (đk: $x>2$)

Vận tốc xuôi dòng của tàu là: $x+2(km/h)$

Vận tốc ngược dòng của tàu là: $x-2(km/h)$

Thời gian xuôi dòng của tàu khi chạy 144 km là: $\frac{144}{x+2}(h)$

Thời gian ngược dòng của tàu khi chạy 100 km là: $\frac{100}{x-2}(h)$

Theo đề bài thì tổng thời gian xuôi dòng 144 km và thời gian ngược dòng 100 km của tàu là 11h

Ta có phương trình:

$$\frac{144}{x+2}+\frac{100}{x-2}=11$$
$$\frac{144(x-2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{100(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{11(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$
$$\Leftrightarrow \frac{144x-288+100x+200}{(x+2)(x-2)}=\frac{11(x^2-4)}{(x+2)(x-2)}$$
$$\Rightarrow 244x-88=11x^2-44$$
$$\Leftrightarrow 11x^2-244x+44=0$$
$$\Leftrightarrow 11x^2-242x-2x+44=0$$
$$\Leftrightarrow 11x(x-22)-2(x-22)=0$$
$$\Leftrightarrow (11x-2)(x-22)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}11x-2=0\\ x-22=0\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{11}(ktm)\\ x=22(tm)\end{array}\right.$$

Vậy vận tốc riêng của tàu là 22 km/h.

Bài 3:

1) Đk: $y\neq 2$

Đặt $\begin{cases}(x+3)=a\\ \frac{1}{y-2}=b\end{cases}$ ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases}3a+5b=8\\ 4a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+5b=8\\ 20a-5b=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}23a=23\\ b=4a-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases}$$

Thay $a=(x+3);b=\dfrac{1}{y-2}$ ta có:

$$\begin{cases}(x+3)=1\\ \dfrac{1}{y-2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2(tm)\\ y=3(tm)\end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases}x=-2\\ y=3\end{cases}$

2)

a) Vì A là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Oy $\Rightarrow x_A=0$

Thay $x=0$ vào hàm số $y=(m-2)x+3$ ta được

$y=(m-2).0+3-3$

$\Rightarrow y_A=3$

$\Rightarrow$Điểm A có tọa độ $A(0;3)$

b) Vì điểm B là giao của đường thẳng (d) với trục Ox $\Rightarrow y_B=0$

+, Thay $y=0$ vào đồ thị hàm số $y=(m-2)x+3=0$ ta được:

$\Leftrightarrow x_B=\dfrac{-3}{m-2}(\mathrm{m}\neq 2)\Rightarrow$Điểm B có tọa độ $\left(\dfrac{-3}{m-2};0\right)$

Có $OA=|y_A|=|3|=3,\quad OB=|x_B|=\left|\dfrac{-3}{m-2}\right|=\dfrac{3}{|m-2|}$

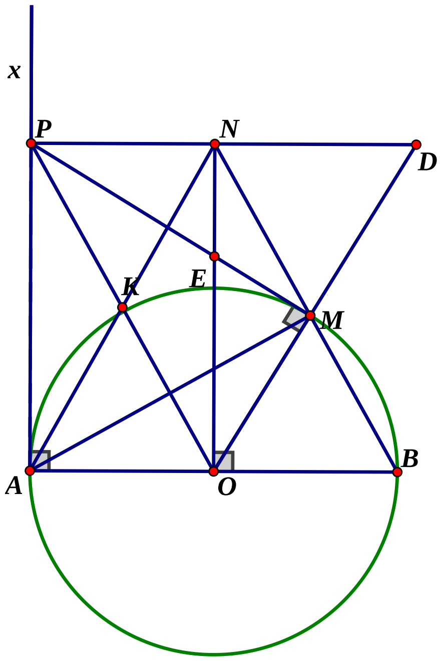
Vì $A\in Oy;B\in Ox$ mà $Ox\perp Oy\Rightarrow OA\perp OB\Rightarrow\Delta AOB$ vuông tại O

$\Rightarrow\Delta AOB$ vuông cân tại O thì $OA=OB$

$$\Rightarrow\frac{3}{|m-2|}=3\Leftrightarrow 3|m-2|=3\Leftrightarrow|m-2|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2=1\\ m-2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=1\end{array}\right.$$

Vậy với $m=1$ và $m=3$ thì ΔAOB vuông cân tại O

Bài 4:



a) Vì AP, MP là tiếp tuyến của (O) tại 2 tiếp điểm A và M

$\Rightarrow AP \perp AO; PM \perp MO$

$\Rightarrow \Delta PAO$ vuông tại A và ΔPMO vuông tại M

Xét ΔPAO vuông tại A có AK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền PO

$\Rightarrow KA = KP = KO = \dfrac{OP}{2}$ (1)

Xét ΔPMO vuông tại M có MK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OP

$\Rightarrow KM = KP = KO = \dfrac{OP}{2}$ (2)'

Từ (1) và (2) ta có: $\Rightarrow KA = KM = KP = KO = \dfrac{OP}{2}$

$\Rightarrow$ Bốn điểm P; A; O; M cùng thuộc một đường tròn.

b) Nối A với M

Xét (O) có AP, PM là tiếp tuyến cắt nhau tại P (A, M lần lượt là tiếp điểm)

$\Rightarrow$ OP là đường phân giác của AOM

ΔAMO cân tại O ($AO = OM = R$) có OP là đường phân giác

$\Rightarrow$ OP đồng thời là đường cao (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow OP \perp AM$

Xét (O) có AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$\Rightarrow AMB = 90^o \Rightarrow AM \perp MB$

Ta có: $\left.\begin{array}{l} OP \perp AM\,(cmt) \\ MB \perp AM\,(cmt) \end{array}\right\} \Rightarrow OP//MB$ (quan hệ từ vuông góc đến song song)

$\Rightarrow POA = NBO$ (2 góc đồng vị)

Xét ΔPAO và ΔNOB có:

$$\left.\begin{array}{l} POA = NBO \\ OA = OB(=R) \\ PAO = NOB(=90^o) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta PAO = \Delta NOB(g.c.g)$$

$\Rightarrow PA = NO$ (2 cạnh tương ứng)

Ta có: $\left.\begin{array}{l} PA//NO(cùng \perp AB) \\ PA = NO \end{array}\right\} \Rightarrow$ tứ giác PNOA là hình bình hành (dhnb) mà $NOA = 90^o$

$\Rightarrow$ Tứ giác PNOA là hình chữ nhật (dhnb)

c) Ta có: Tứ giác PNOA là hình chữ nhật (cm câu b)

$\Rightarrow \begin{cases} PA = ON \\ PK = KO \end{cases}$ (tính chất hình chữ nhật)

Mà $PA = PM$

Xét $\Delta PDM : DPM + PMD + PDM = 180^o$ (định lí tổng 3 góc trong tam giác)

$$\Rightarrow DPM + 90^o + PDM = 180^o$$
$$\Rightarrow DPM + PDM = 90^o \,(3)$$

Xét $\Delta ODN : NOD + DNO + NDO = 180^o$ (định lí tổng 3 góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow NOD + 90^o + NDO = 180^o$$
$$\Rightarrow NOD + NDO = 90^o \,(4)$$

Từ (3) và (4), ta có:

$$DPM + PDM = NOD + NDO$$
$$\Rightarrow DPM = NOD$$

Xét ΔPDM và ΔODN có:

$$\left.\begin{array}{l} DPM = NOD \\ PM = ON \\ PMD = OND(=90^o) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta PDM = \Delta ODN(g.c.g)$$

$\Rightarrow DP = DO$ (2 cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \Delta POD$ cân tại D

Chứng minh E là trực tâm $\Rightarrow$ DE thuộc một phần đường cao

ΔPOD cân tại D có DE thuộc đường cao

$\Rightarrow$ DE thuộc đường trung tuyến

$\Rightarrow$ E, D, K thẳng hàng

ΔPOD cân tại D có DK là trung tuyến

$\Rightarrow$ DK đồng thời là đường cao (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow DK \perp PO$

$\Rightarrow EKO = 90^o$

Xét ΔDEN và ΔOEK có:

$$\left.\begin{array}{l} DEN = OEK(2\_doi\_dinh) \\ DNE = OKE(=90^o) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta DEN \backsim \Delta OEK(g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{EN}{EK} = \frac{ED}{EO}$$

$\Rightarrow EK.ED = EO.EN$

=>đpcm

d) Vì K là giao điểm của 2 đường chéo của hình chữ nhật APNO

$\Rightarrow KA = KO \Rightarrow \Delta AKO$ cân tại K (dhnb)

Vì điểm $K \in (O) \Rightarrow OK = R = OA \Rightarrow KA = KO = OA = R \Rightarrow \Delta KAO$ đều

$\Rightarrow KOA = 60^o$ hay $POA = 60^o$

Xét ΔPAO vuông tại A có:

$$\tan POA = \frac{PA}{OA} \Rightarrow \tan 60^o = \frac{AP}{R} \Leftrightarrow AP = \tan 60^o.R = R\sqrt{3}$$

Vậy điểm $P \in Ax$ và cách A một khoảng $R\sqrt{3}$ thì điểm $K \in (O)$.

Bài 5:

Vì a, b, c là các số thực dương

$\Rightarrow \dfrac{a^2}{a+b}$ và $\dfrac{a+b}{4}$ là các số dương

$\Rightarrow$ Áp dụng bất đẳng thức Cosy cho hai số không âm, ta được:

$$\frac{a^2}{a+b}+\frac{a+b}{4}\ge 2\sqrt{\frac{a^2}{a+b}.\frac{a+b}{4}}=a$$

Tương tự: $\frac{b^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}\ge 2\sqrt{\frac{a^2}{b+c}.\frac{b+c}{4}}=b$

$$\frac{c^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}\ge 2\sqrt{\frac{a^2}{c+a}.\frac{c+a}{4}}=c$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}+\frac{a+b}{4}+\frac{b+c}{4}+\frac{c+a}{4}\ge a+b+c$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}+\frac{2(a+b+c)}{4}\ge a+b+c$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}+\frac{(a+b+c)}{2}\ge a+b+c$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\ge 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(a+b+c=1)$$

$$\Rightarrow P\ge \frac{1}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $4a^2=(a+b)^2;4b^2=(b+c)^2;4c^2=(c+a)^2\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{1}{2}$ khi $a=b=c=\frac{1}{3}$