Đề thi thử THPT Quốc gia 2020 môn Toán có đáp án mã đề 103

Câu 1. **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 2. **[1D1-1]** Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = \frac{2\pi}{3}$. **C.** $x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 3. **[2D2-1]** Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha\beta}$. **C.** $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$. **D.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta} = a^{\alpha\beta}$.

Câu 4. **[1H1-1]** Cho hình bình hành $ABCD$. Ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. B. **B.** C. **C.** D. **D.** A.

Câu 5. **[1H2-2]** Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm các tam giác ABC, ABD. Khi đó

A. $IJ \,//\, (BCD)$. **B.** $IJ \,//\, (ABC)$. **C.** $IJ \,//\, (ABD)$. **D.** $IJ \,//\, (BIJ)$.

Câu 6. **[2D1-2]** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2

A. $y = \frac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y = \frac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y = \frac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2-x}{x+1}$.

Câu 7. **[2D2-1]** Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x ?

A. $(\log x)' = \frac{x}{\ln 10}$. **B.** $(\log x)' = \frac{\ln 10}{x}$. **C.** $(\log x)' = \frac{1}{x\ln 10}$. **D.** $(\log x)' = x\ln 10$.

Câu 8. **[2H1-2]** Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 9. **[2D2-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y = (\pi - e)^x$. **C.** $y = \pi^x$. **D.** $y = (e-2)^x$.

Câu 10. **[1D4-1]** Tìm giới hạn $I = \lim \frac{2n+1}{n+1}$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 1$.

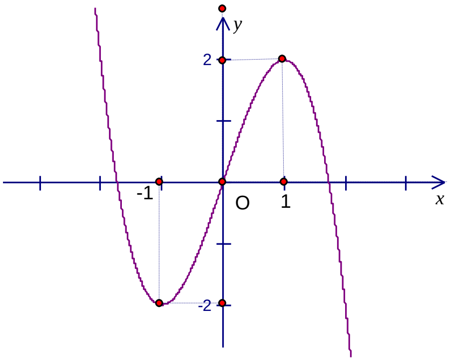
Câu 11. **[2D1-2]** Hàm số $y = x^2 - 4x + 4$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-2; +\infty)$.

Câu 12. **[2H1-1]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 13. **[2D1-1]** Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số.



A. $y=x^2-2x$ **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Câu 14. **[2H1-2]** Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 **B.** 4. **C.** 9 **D.** 3.

Câu 15. **[1D1-2]** Tất cả các họ nghiệm của phương trình $2\cos 2x+9\sin x-7=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 16. **[1D2-1]** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 36. **B.** 320. **C.** 1220. **D.** 630.

Câu 17. **[1D5-1]** Hàm số $y=x^2+x+1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y'=3x$. **B.** $y'=2+x$. **C.** $y'=x^2+x$. **D.** $y'=2x+1$.

Câu 18. **[2D2-2]** Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19. **[1H2-2]** Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b.

B. Nếu c chéo a thì c chéo b.

C. Nếu c cắt a thì c chéo b.

D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Câu 20. **[1H2-1]** Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 21. **[1D3-2]** Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3=12$, $u_7=192$. Tìm u_{10}.

A. $u_{10}=1536$. **B.** $u_{10}=-1536$. **C.** $u_{10}=3072$. **D.** $u_{10}=-3072$.

Câu 22. **[1D5-1]** Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 2x$ trên $\mathbb{R}$ là ?

A. $y'=-2\sin 4x$. **B.** $y'=2\sin 4x$. **C.** $y'=-2\cos 4x$. **D.** $y'=2\cos 4x$.

Câu 23. **[2D2-1]** Cho số thực $a>1$ và các số thực α, β. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha>1, \forall\alpha\in\mathbb{R}$. **B.** $a^\alpha>a^\beta \Leftrightarrow \alpha>\beta$. **C.** $\frac{1}{a^\alpha}<0, \forall\alpha\in\mathbb{R}$. **D.** $a^\alpha<1, \forall\alpha\in\mathbb{R}$.

Câu 24. **[2H2-1]** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $S=\frac{3}{4}\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.

Câu 25. **[1D1-2]** Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2240. **B.** 2520. **C.** 2016. **D.** 256.

Câu 26. **[2D1-2]** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}$ (với m là tham số) là

A. $y=\frac{4m+1}{4}$. **B.** $y=\frac{4m-1}{4}$. **C.** $y=\frac{2m+1}{2}$. **D.** $y=\frac{2m-1}{2}$.

Câu 27. **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|2|x|-6\right|=m\left||x|-1\right|$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;1)\cup(4;+\infty)$. **B.** $m\in(0;1)\cup(6;+\infty)$.

C. $m\in(0;2)\cup(6;+\infty)$. **D.** $m\in(0;3)\cup(5;+\infty)$.

Câu 28. **[2D2-2]** Cho $a=\log_2 5$, $b=\log_3 5$. Tính $\log_{24}600$ theo a, b.

A. $\log_{24}600=\frac{2ab+a-3b}{a+3b}$. **B.** $\log_{24}600=\frac{2ab+1}{3a+b}$.

C. $\log_{24}600=\frac{2+a+b}{a+b}$. **D.** $\log_{24}600=\frac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

Câu 29. **[1D2-4]** Cho khai triển $\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2.

A. 18302258. **B.** 16269122. **C.** 8132544. **D.** 8136578.

Câu 30. **[1D1-4]** Số nghiệm thuộc đoạn $[0;2017]$ của phương trình $\frac{\sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}=4\cos x$ là

A. 1283. **B.** 1285. **C.** 1284. **D.** 1287.

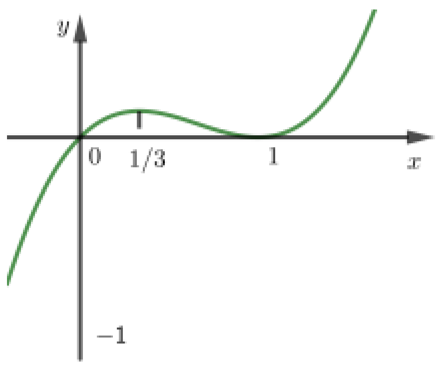
Câu 31. **[2H1-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM=C'N=DP=\frac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E. Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

A. $A'E=5a/3$. **B.** $A'E=3a/4$. **C.** $A'E=5a/4$. **D.** $A'E=4a/3$..

Câu 32. **[1D4-3]** Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

A. $I=1/2$. **B.** $I=46/31$. **C.** $I=17/11$. **D.** $I=3/2$.

Câu 33. **[2D1-3]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng



A. $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 34. **[1D3-3]** Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1} thứ tự là trung điểm các cạnh A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (với $k=1,\ 2,\ ...$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$.

Câu 35. **[2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2+(m-3)x+m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m=-5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 36. **[2H1-3]** Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $A'CB'D'$. **B.** $A'C'BD$. **C.** $ACB'D'$. **D.** $AC'B'D'$.

Câu 37. **[2H1-3]** Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

A. $\sqrt[3]{180^2}\ (cm)$. **B.** $\sqrt[3]{360}\ (cm)$. **C.** $\sqrt[3]{720}\ (cm)$. **D.** $\sqrt[3]{180}\ (cm)$.

Câu 38. **[1D5-2]** Hàm số nào sau đây không có đạo hàm trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x-1|$. **B.** $y=\sqrt{x^2-4x+5}$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\sqrt{2-\cos x}$.

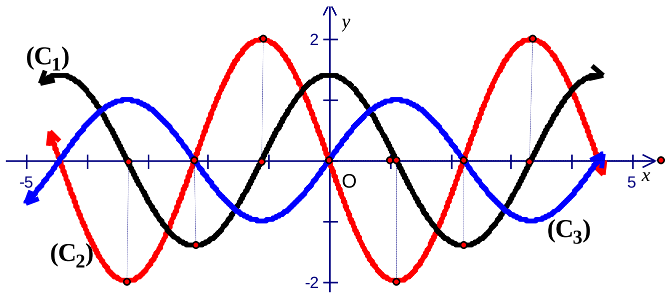
Câu 39. **[1H3-3]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng $60°$.

A. $d=\dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $d=\dfrac{3a}{4}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40. **[1D3-2]** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1=\cos\alpha\ (0<\alpha<\pi) \\ u_{n+1}=\sqrt{\dfrac{1+u_n}{2}},\forall n\ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là

A. $u_{2017}=\sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **B.** $u_{2017}=\cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **C.** $u_{2017}=\cos\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017}=\sin\left(\dfrac{\alpha}{2^{2016}}\right)$.

Câu 41. **[2D1-4]** Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị các hàm số



A. $f(x), f'(x), f''(x)$. **B.** $f'(x), f(x), f''(x)$. **C.** $f'(x), f''(x), f(x)$. **D.** $f''(x), f(x), f'(x)$.

Câu 42. **[1H2-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$.

Câu 43. **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = 2a.$ Tam giác ABC vuông tại B $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc φ tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$. **B.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{5}}$. **C.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$. **D.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

Câu 44. **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $B, AB = BC = a, AD = 2a.$ Biết $SA = \sqrt{3}a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (SBC). Tính khoảng cách d từ H đến mặt phẳng (SCD).

A. $d = \frac{3\sqrt{15}a}{60}$. **B.** $d = \frac{3\sqrt{30}a}{40}$. **C.** $d = \frac{3\sqrt{10}a}{20}$. **D.** $d = \frac{3\sqrt{50}a}{80}$.

Câu 45. **[2D1-4]** Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ). Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

A. $x = 36$. **B.** $x = 32$. **C.** $x = 44$. **D.** $x = 48$.

Câu 46. **[2D1-2]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$.

Câu 47. **[2D1-4]** Tìm trên đường thẳng $x = 3$ điểm M có tung độ là số nguyên nhỏ nhất mà qua đó có thể kẻ tới đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đúng ba tiếp tuyến phân biệt.

A. $M(3;-5)$. **B.** $M(3;-6)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(3;1)$.

Câu 48. **[2D2-4]** Một người mua một căn hộ chung cư với giá 500 triệu đồng. Người đó trả trước số tiền là 100 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là $0,5\%$ mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ là

A. 136 tháng. **B.** 140 tháng. **C.** 139 tháng. **D.** 133 tháng.

Câu 49. **[1H1-2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $I\left(3;1\right)$, $J\left(-1;-1\right)$. Ảnh của J qua phép quay $Q_I^{-90^0}$ là

A. $J'\left(1;5\right)$. **B.** $J'\left(5;-3\right)$. **C.** $J'\left(-3;3\right)$. **D.** $J'\left(1;-5\right)$.

Câu 50. **[1D2-3]** Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $\frac{188}{273}$. **B.** $\frac{1009}{1365}$. **C.** $\frac{245}{273}$. **D.** $\frac{136}{195}$.

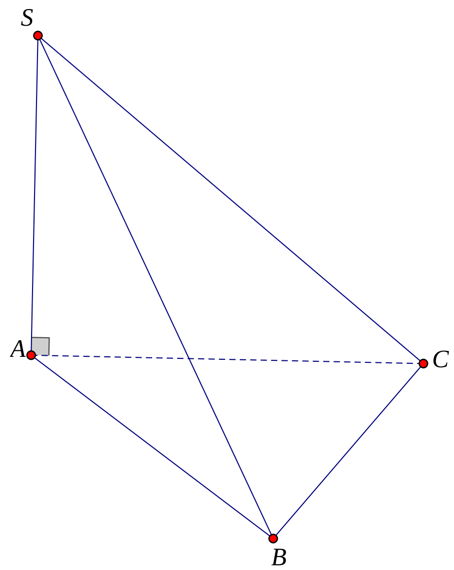
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC – LẦN 1 – MÃ ĐỀ 904
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAC)\perp(SBC)$. **B.** $(SAB)\perp(ABC)$. **C.** $(SAC)\perp(ABC)$. **D.** $(SAB)\perp(SBC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SA\perp(ABC) \\ SA\subset(SAB),(SAC)\end{cases} \Rightarrow (SAB),(SAC)\perp(ABC) \Rightarrow$ B, C đúng.

$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$ mà $BC\perp AB \Rightarrow BC\perp(SAB); BC\subset(SBC)$

$\Rightarrow (SAB)\perp(SBC) \Rightarrow$ D đúng.

Vậy đáp án sai là A.

Câu 2. **[1D1-1]** Phương trình $2\cos x-1=0$ có một nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x=\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$.

Vậy các nghiệm của phương trình là $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3. **[2D2-1]** Cho các số dương $a\neq 1$ và các số thực α, β. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$. **C.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$. **D.** $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B.

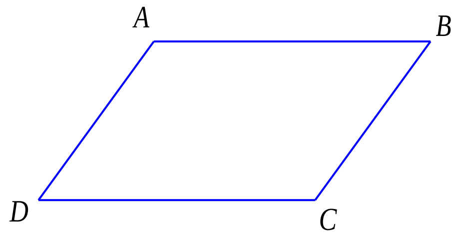
Thấy ngay $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha\beta}$ sai.

Câu 4. **[1H1-1]** Cho hình bình hành $ABCD$. Ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. B. **B.** C. **C.** D. **D.** A.

Lời giải

Chọn B.



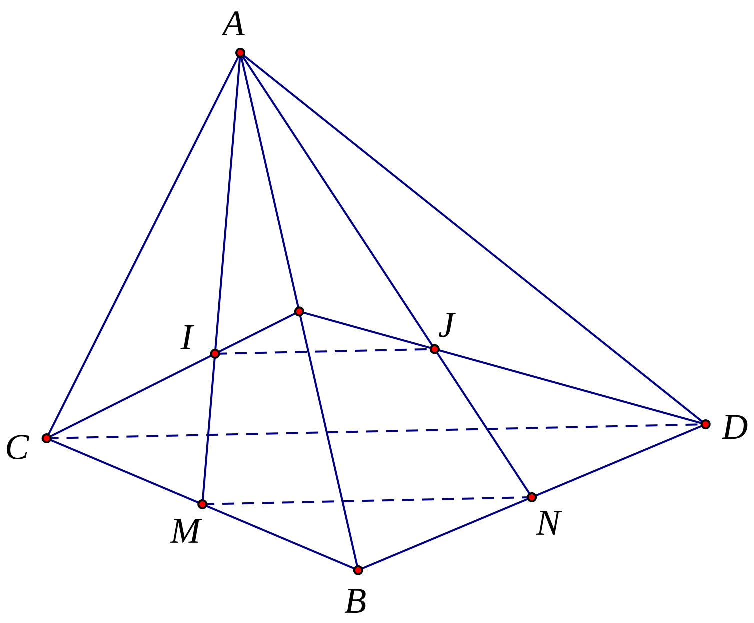
Thấy ngay phép tịnh tiến theo véctơ $\overrightarrow{AB}$ biến điểm D thành điểm C vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 5. **[1H2-2]** Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm các tam giác ABC, ABD. Khi đó

A. $IJ \mathbin{//} (BCD)$. **B.** $IJ \mathbin{//} (ABC)$. **C.** $IJ \mathbin{//} (ABD)$. **D.** $IJ \mathbin{//} (BIJ)$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $IJ \mathbin{//} MN$ với M, N lần lượt là trung điểm BC, BD.

Mà $MN \subset (BCD) \Rightarrow IJ \mathbin{//} (BCD)$.

Câu 6. **[2D1-2]** Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2

A. $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y = \dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2-x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo bảng biến thiên thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$ nên loại A, D.

Lại có $y'<0$, $\forall x\neq -2$ nên loại B.

Câu 7. **[2D2-1]** Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x ?

A. $(\log x)'=\dfrac{x}{\ln 10}$. **B.** $(\log x)'=\dfrac{\ln 10}{x}$. **C.** $(\log x)'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. **D.** $(\log x)'=x\ln 10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $(\log x)'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 8. **[2H1-2]** Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. a^3. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.

Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A=\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. **[2D2-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=(\pi-e)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=(e-2)^x$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y=a^x$ với $a>0$, $a\neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a>1$.

Ta có $\pi>1$ nên hàm số $y=\pi^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10. **[1D4-1]** Tìm giới hạn $I=\lim\dfrac{2n+1}{n+1}$.

A. $I=2$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=1$.

Lời giải

Chọn A.

$$I=\lim\frac{2n+1}{n+1}=\lim\frac{2+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}=2.$$

Câu 11. **[2D1-2]** Hàm số $y=x^2-4x+4$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

*Hoành độ đỉnh của parabol $x=-\frac{b}{2a}=2$, mà hệ số $a=1>0$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 12. **[2H1-1]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

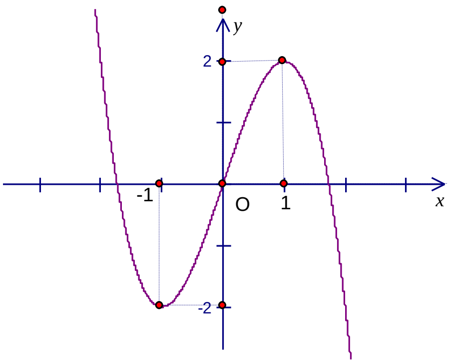
Lời giải

Chọn A.

* Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

* Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.a^2=a^3$.

Câu 13. **[2D1-1]** Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số.



A. $y=x^2-2x$ **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy đồ thị hàm sô có điểm cực đại và điểm cực tiểu nên loại A, D.

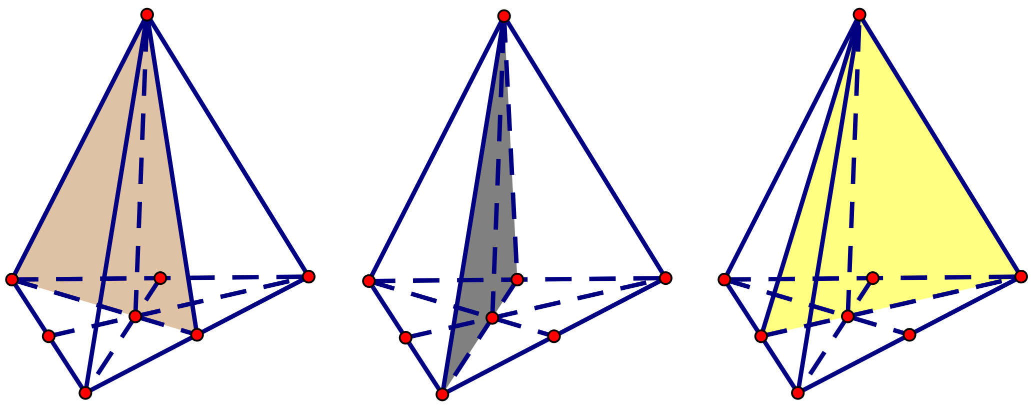
Hệ số $a<0$ nên chọn B.

Câu 14. **[2H1-2]** Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 **B.** 4. **C.** 9 **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.



Mặt phẳng đối xứng của khối chóp trên tạo bởi cạnh bên và trung điểm của cạnh đáy đối diện.

Vậy khối chóp trên có 3 mặt phẳng đối xứng.

Câu 15. **[1D1-2]** Tất cả các họ nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 9\sin x - 7 = 0$ là

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2\cos 2x + 9\sin x - 7 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - 2\sin^2 x) + 9\sin x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow -4\sin^2 x + 9\sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1,\ \sin x = \dfrac{5}{4}$ (vô nghiệm) $\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16. **[1D2-1]** Lớp $12A$ có 20 bạn nữ, lớp $12B$ có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp $12A$ và một bạn nam lớp $12B$ để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 36. **B.** 320. **C.** 1220. **D.** 630.

Lời giải

Chọn B.

Số cách chọn một bạn nữ từ 20 bạn nữ lớp $12A$: 20 cách.
Số cách chọn một bạn nam từ 16 bạn nam lớp $12B$: 16 cách.
Theo quy tắc nhân, số cách chọn thỏa đề bài là: $20.16 = 320$.

Câu 17. **[1D5-1]** Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = 3x$. **B.** $y' = 2 + x$. **C.** $y' = x^2 + x$. **D.** $y' = 2x + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1$.

Câu 18. **[2D2-2]** Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.
Đạo hàm: $y' = 4x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 19. **[1H2-2]** Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b.
B. Nếu c chéo a thì c chéo b.
C. Nếu c cắt a thì c chéo b.
D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Lời giải

Chọn D.

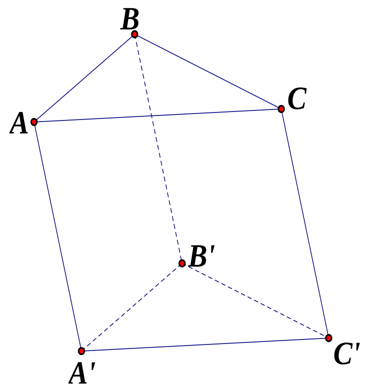
* Nếu c cắt a thì c có thể chéo b nên A sai.
* Nếu c chéo a thì c có thể cắt b nên B sai.
* Nếu c cắt a thì c có thể cắt b nên C sai.
* Vậy chọn D.

Câu 20. **[1H2-1]** Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.



* Lăng trụ tam giác có 5 mặt gồm 3 mặt bên và 2 mặt đáy.

Câu 21. **[1D3-2]** Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Tìm u_{10}.

A. $u_{10} = 1536$. **B.** $u_{10} = -1536$. **C.** $u_{10} = 3072$. **D.** $u_{10} = -3072$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi q là công bội của cấp số nhân đề bài cho $(q < 0)$.

Ta có $\begin{cases} u_3 = 12 = u_1 q^2 \\ u_7 = 192 = u_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{u_1 q^6}{u_1 q^2} = \dfrac{192}{12} \Rightarrow q^4 = 16$.

Mà $q < 0 \Rightarrow q = -2 \Rightarrow u_1 = \dfrac{12}{q^2} = 3$.

Do đó $u_{10} = u_1 q^9 = 3.(-2)^9 = -1536$.

Câu 22. **[1D5-1]** Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ trên $\mathbb{R}$ là ?

A. $y' = -2\sin 4x$. **B.** $y' = 2\sin 4x$. **C.** $y' = -2\cos 4x$. **D.** $y' = 2\cos 4x$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 2\sin 2x.(2\cos 2x) = 4\sin 2x \cos 2x = 2\sin 4x$.

Câu 23. **[2D2-1]** Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha > 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. **B.** $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$. **C.** $\dfrac{1}{a^\alpha} < 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. **D.** $a^\alpha < 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Với $a > 1$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Ta có: $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 24. **[2H2-1]** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $S=\dfrac{3}{4}\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D.

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2$.

Câu 25. **[1D1-2]** Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2240. **B.** 2520. **C.** 2016. **D.** 256.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Khi đó:

d có 5 cách chọn.

a có 8 cách chọn.

Số các số là: $5.8.A_8^2=2240$ (số).

Vậy số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là 2240 số.

Câu 26. **[2D1-2]** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}$ (với m là tham số) là

A. $y=\dfrac{4m+1}{4}$. **B.** $y=\dfrac{4m-1}{4}$. **C.** $y=\dfrac{2m+1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{2m-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

- $$\lim_{x\to+\infty}\left(2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x+m)^2-\left(4x^2+x+1\right)}{2x+m+\sqrt{4x^2+x+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(4m-1)x+m^2-1}{2x+m+\sqrt{4x^2+x+1}}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(4m-1)+\dfrac{m^2-1}{x}}{2+\dfrac{m}{x}+\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}=\frac{4m-1}{4}.$$

- $$\lim_{x\to-\infty}\left(2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x+m+x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)$$
$$=\lim_{x\to-\infty}x\left(2+\frac{m}{x}+\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)=-\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{4m-1}{4}$.

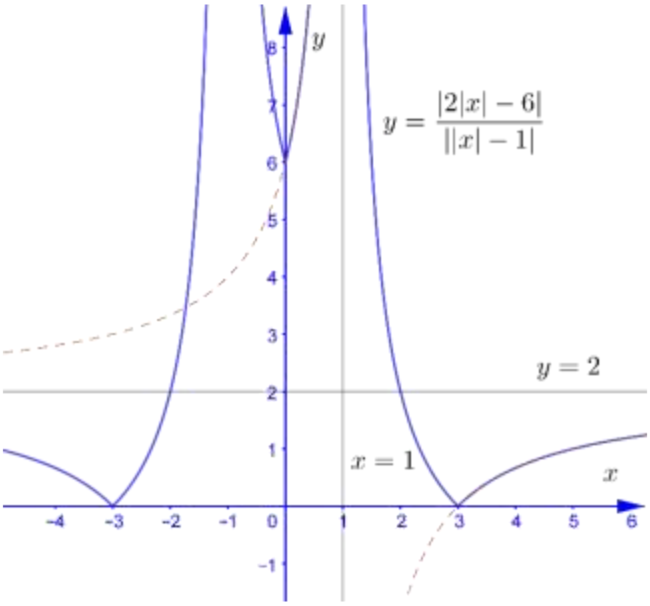
Câu 27. **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|2|x|-6\right|=m\left||x|-1\right|$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;1)\cup(4;+\infty)$. **B.** $m\in(0;1)\cup(6;+\infty)$.

C. $m\in(0;2)\cup(6;+\infty)$. **D.** $m\in(0;3)\cup(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\left|2|x|-6\right| = m\left||x|-1\right| \Rightarrow \left|\frac{2|x|-6}{|x|-1}\right| = m$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \left|\frac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ tại 4 điểm phân biệt .

Vẽ đồ thị hàm số ta dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x-1}$.

\+ Trước hết vẽ đồ thị hàm số $y = \left|\frac{2x-6}{x-1}\right|$ bằng cách từ đồ thị $y = \frac{2x-6}{x-1}$ bỏ phần phía dưới trục hoành, lấy đối xứng phần bị bỏ qua trục hoành.

\+ Vẽ đồ thị hàm số $y = \left|\frac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ bằng cách từ đồ thị $y = \left|\frac{2x-6}{x-1}\right|$ ta lấy đối xứng qua trục tung.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \left|\frac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ trong hình vẽ ta thấy để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \left|\frac{2|x|-6}{|x|-1}\right|$ tại 4 điểm phân biệt thì $m > 6$ hoặc $0 < m < 2$.

Vậy $m \in (0;2) \cup (6;+\infty)$.

Câu 28. **[2D2-2]** Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b.

A. $\log_{24} 600 = \frac{2ab+a-3b}{a+3b}$.

B. $\log_{24} 600 = \frac{2ab+1}{3a+b}$.

C. $\log_{24} 600 = \frac{2+a+b}{a+b}$.

D. $\log_{24} 600 = \frac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{24} 600 = \frac{\log_5 600}{\log_5 24} = \frac{\log_5 5^2.24}{\log_5 24} = \frac{2+\log_5 24}{\log_5 24}$.

Mà $\log_5 24 = \log_5 2^3.3 = 3\log_5 2 + \log_5 3 = \frac{3}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+3b}{ab}$.

Do đó $\log_{24} 600 = \dfrac{2+\dfrac{a+3b}{ab}}{\dfrac{a+3b}{ab}} \Rightarrow \log_{24} 600 = \dfrac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

Câu 29. **[1D2-4]** Cho khai triển $\left(1-3x+2x^2\right)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2.

A. 18302258. **B.** 16269122. **C.** 8132544. **D.** 8136578.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\left(1-3x+2x^2\right)^{2017} = \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^{k}\left(1-3x\right)^{k}\left(2x^2\right)^{2017-k} = \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^{k}\sum_{i=0}^{k} C_{k}^{i}\left(-3x\right)^{i}\left(2x^2\right)^{2017-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{2017}\sum_{i=0}^{k} C_{2017}^{k}C_{k}^{i}\left(-3\right)^{i}\left(2\right)^{2017-k}x^{4034-2k+i}$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $\begin{cases}4034-2k+i=2\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}i=2k-4032\ge 0\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}k=2016\\ i=0\end{cases}\\ \begin{cases}k=2017\\ i=2\end{cases}\end{array}\right.$

Vậy $a_2 = C_{2017}^{2016}C_{2016}^{0}\left(-3\right)^{0}2^{1} + C_{2017}^{2017}C_{2017}^{2}\left(-3\right)^{2}2^{0} = 18302258$.

Câu 30. **[1D1-4]** Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;2017\right]$ của phương trình $\dfrac{\sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} = 4\cos x$ là

A. 1283. **B.** 1285. **C.** 1284. **D.** 1287.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $\sin x \ne 0$; $\sin x.\cos x \ge 0$

$\dfrac{\sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} = 4\cos x \Leftrightarrow \sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x} = 4\sin x\cos x$

$\Leftrightarrow 2+2\sqrt{\left(1+\cos x\right)\left(1-\cos x\right)} = 16\sin^2 x\cos^2 x \Leftrightarrow 1+\left|\sin x\right| = 8\sin^2 x\left(1-\sin^2 x\right)$ (1)

<u>TH1:</u> $\sin x \ge 0$

$$(1) \Leftrightarrow \left(1+\sin x\right)\left(8\sin^3 x - 8\sin^2 x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = -1\\ \sin x = \dfrac{1}{2}\\ \sin x = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}\end{array}\right. \overset{\sin x\ge 0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l}\sin x = \dfrac{1}{2}\\ \sin x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$$

$* \sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x = \dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ vì $\sin x.\cos x \ge 0$ nên $x = \dfrac{\pi}{6}+k2\pi$.

$* \sin x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi \end{array}\right.$ vì $\sin x.\cos x \ge 0$ nên

$x = \arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi$.

<u>TH2:</u> $\sin x < 0$

$$(1) \Leftrightarrow (1-\sin x)\left(-8\sin^3 x - 8\sin^2 x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = -\dfrac{1}{2} \\ \sin x = \dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{4} \end{array}\right. \overset{\sin x<0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} \sin x = -\dfrac{1}{2} \\ \sin x = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{4} \end{array}\right.$$

$* \sin x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ vì $\sin x.\cos x \ge 0$ nên $x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi$.

$* \sin x = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi \end{array}\right.$

vì $\sin x.\cos x \ge 0$ nên $x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi$.

Xét nghiệm thuộc đoạn $[0;2017]$**:**

*Với $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow 0 \le \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0 \le k \le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x = \arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi = \dfrac{3\pi}{10} + k2\pi \Rightarrow 0 \le \dfrac{3\pi}{10} + k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0 \le k \le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow 0 \le \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0 \le k \le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x = \pi - \arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right) + k2\pi = \dfrac{13\pi}{10} + k2\pi \Rightarrow 0 \le \dfrac{13\pi}{10} + k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0 \le k \le 320$ có 321 nghiệm.

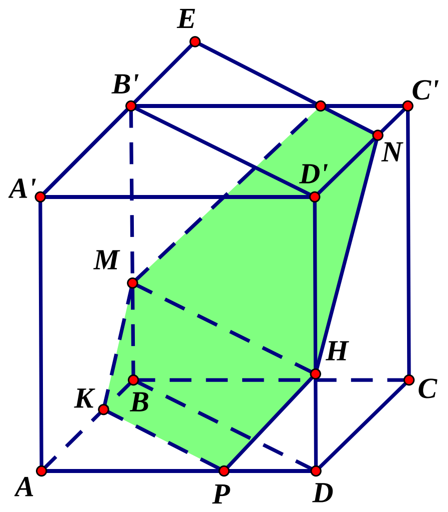
*Vậy có tổng cộng $321.4 = 1284$ nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 31. **[2H1-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM = C'N = DP = \dfrac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E. Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

A. $A'E = 5a/3$. **B.** $A'E = 3a/4$. **C.** $A'E = 5a/4$. **D.** $A'E = 4a/3$..

Lời giải

Chọn A.



Lấy H, K thuộc đoạn DD', AB sao cho $DH = BK = \frac{a}{3}$.

Nhận xét $KP//BD$ và $MH//BD$ nên $KP//MH$, suy ra 4 điểm M,K,P,H đồng phẳng.

Tương tự: $MK//AB'$, $DC'//AB'$; $DC'//HN$ nên $MK//HN$ suy ra 4 điểm M,K,H,N đồng phẳng.

Vậy mặt phẳng (MNP) chứa các điểm H, K đồng thời mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng (BDC'). Suy ra mặt phẳng (MNP) song song với $B'D'$.

Xét mặt phẳng $(A'B'C'D')$, qua N kẻ $NE//B'D'$ cắt $A'B'$ tại E là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có $B'EDN$ là hình bình hành nên $B'E = \frac{2a}{3}$ suy ra $A'E = A'B' + B'E = \frac{5a}{3}$.

Câu 32. **[1D4-3]** Tìm giới hạn $I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

A. $I = 1/2$. **B.** $I = 46/31$. **C.** $I = 17/11$. **D.** $I = 3/2$.

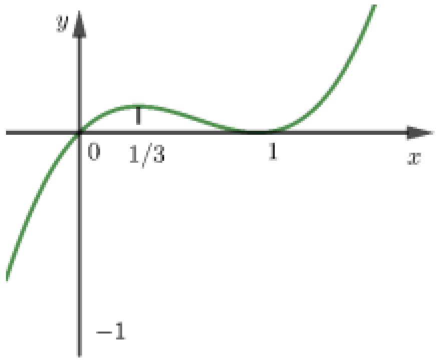
Lời giải

Chọn D.

Ta có: $I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right) \Leftrightarrow I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-x^2+x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right)$

$\Leftrightarrow I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right) \Leftrightarrow I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1-\frac{2}{x}}{1+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}+1\right) \Leftrightarrow I = \frac{3}{2}$.

Câu 33. **[2D1-3]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng



A. $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải :

Chọn D

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘	

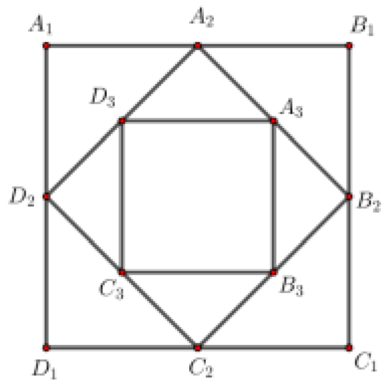
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 34. **[1D3-3]** Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1} thứ tự là trung điểm các cạnh A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (với $k=1, 2, \ldots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$.

Lời giải :

Chọn B



Hình vuông có cạnh bằng a thì có chu vi là $4a$. Hình vuông có các đỉnh là trung điểm của hình vuông ban đầu có cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ có chu vi là $2a\sqrt{2}$.

Đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có độ dài bằng $\sqrt{2}$ nên cạnh của hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có độ dài bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Đường chéo của hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có độ dài bằng 1 nên cạnh của hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có độ dài bằng $\frac{1}{2}$.

Đường chéo của hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có độ dài bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ nên cạnh của hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ có độ dài bằng $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Cứ như thế độ dài các cạnh hình vuông tạo thành một cấp số nhân có $u_1 = 1$, công bội $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên độ dài cạnh của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là: $u_{2008} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{2017}}$ nên chu vi hình vuông đó là: $4u_{2018} = \frac{4}{\left(\sqrt{2}\right)^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 35. **[2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m = -5$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -1$.

Lời giải :

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 4x + m - 3$, để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{3} (*)$

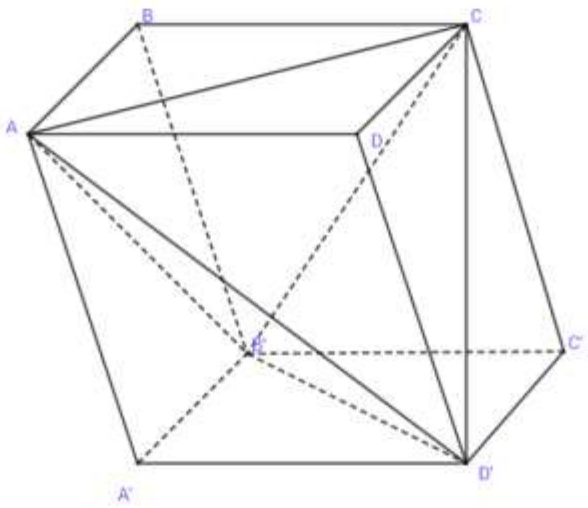
Ta có $y = y'.\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}\right) + \left(\frac{2m}{3} - \frac{26}{9}\right)x + \frac{7m}{9} + \frac{2}{3}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = \left(\frac{2m}{3} - \frac{26}{9}\right)x + \frac{7m}{9} + \frac{2}{3}$. Theo giả thiết, đường thẳng này đi qua $M(9;-5)$ nên $m = 3$ (thỏa mãn điều kiện $(*)$).

Câu 36. **[2H1-3]** Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $A'CB'D'$. **B.** $A'C'BD$. **C.** $ACB'D'$. **D.** $AC'B'D'$.

Lời giải :

Chọn C



Khi cắt khối hộp bởi các mặt phẳng trên ta được 5 khối tứ diện $AA'B'D'$, $B'ABC$, $CC'B'D'$, $D'DAC$, $AB'D'C$. Gọi V là thể tích của khối hộp.

$V_{AA'B'D'} = V_{B'ABC} = V_{CC'B'D'} = V_{D'ADC} = \frac{1}{6}V$

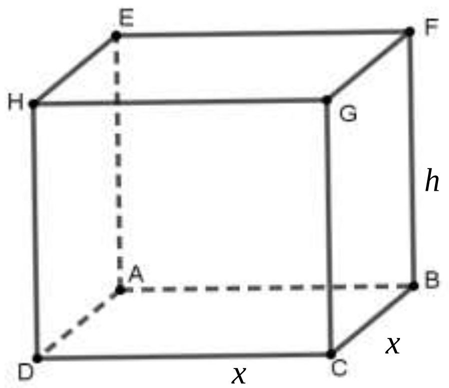
Suy ra $V_{ACB'D'} = \frac{1}{3}V$ nên tứ diện $ACB'D'$ có thể tích lớn nhất.

Câu 37. **[2H1-3]** Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

A. $\sqrt[3]{180^2}\ (cm)$. **B.** $\sqrt[3]{360}\ (cm)$. **C.** $\sqrt[3]{720}\ (cm)$. **D.** $\sqrt[3]{180}\ (cm)$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi x là độ dài cạnh đáy, h là chiều cao của hình hộp.

Theo bài ra ta có: $x^2h = 180 \Rightarrow h = \frac{180}{x^2}$.

Nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất khi diện tích toàn phần S nhỏ nhất.

$S = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + 4x.\frac{180}{x^2}$ $S = 2x^2 + \frac{720}{x} = 2x^2 + \frac{360}{x} + \frac{360}{x}$

$\geq 3\sqrt[3]{2x^2\left(\frac{360}{x}\right)\left(\frac{360}{x}\right)} = 3\sqrt[3]{2.360^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi: $2x^2 = \dfrac{360}{x} \Leftrightarrow x^3 = 180 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{180}$. Khi đó $h = \sqrt[3]{180}$.

Câu 38. **[1D5-2]** Hàm số nào sau đây không có đạo hàm trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x-1|$. **B.** $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \sqrt{2 - \cos x}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y = |x-1|$, do đó: $y = \begin{cases} x-1, & x \ge 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$ khi đó: $y' = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases}$

Tại $x = 1$: $y'(1^+) = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-1}{x-1} = 1$.

$y'(1^-) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1-x}{x-1} = -1$.

Do $y'(1^+) \ne y'(1^+)$ nên hàm số không có đạo hàm tại 1.

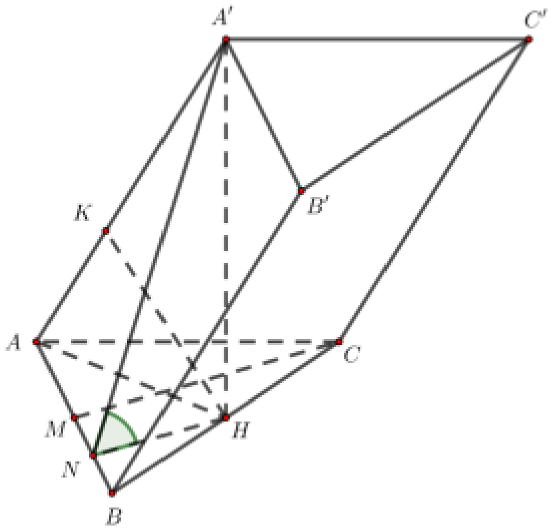
Các hàm số còn lại xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 39. **[1H3-3]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng $60°$.

A. $d = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $d = \dfrac{3a}{4}$. **D.** $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trung điểm BC, theo giả thiết $A'H \perp (ABC)$.

Vì ΔABC là tam giác đều nên $AH \perp BC$. Vậy $BC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp AA'$.

Gọi M là trung điểm AB, N là trung điểm MB. Ta có $CM \perp AB$, NH là đường trung bình ΔBCM nên $HN // CM$ $\Rightarrow HN \perp AB$. Mà góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) là góc $A'NH = 60°$.

Vì $AA' // BB'$ nên $d(AA'; B'C') = d(AA'; (BCC'B'))$

Trong mặt phẳng $(A'AH)$, kẻ $HK \perp AA'$ tại K. Ta thấy $HK \perp AA'$ mà $AA'//BB'$ $\Rightarrow HK \perp BB'$, $HK \perp BC$ nên $HK \perp (BCC'B')$.

Vì $AA'//BB'$ nên $d(AA';B'C') = d(AA';(BCC'B')) = d(K;(BCC'B')) = HK$.

Ta có $HN = \frac{1}{2}CM = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A'H = NH.\tan 60° = \frac{3a}{4}$.

Trong $\Delta A'AH$ có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'H = \frac{3a}{4}$ nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{16}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{28}{9a^2}$

$\Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Câu 40. **[1D3-2]** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos\alpha\ (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là

A. $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **B.** $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$. **C.** $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. **D.** $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Do $0 < \alpha < \pi$ nên

Ta có $u_2 = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \cos\frac{\alpha}{2}$.

$$u_3 = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\alpha}{2}}{2}} = \sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{4}} = \cos\frac{\alpha}{4}$$

Vậy $u_n = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{n-1}}\right)$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Ta sẽ chứng minh bằng quy nạp.

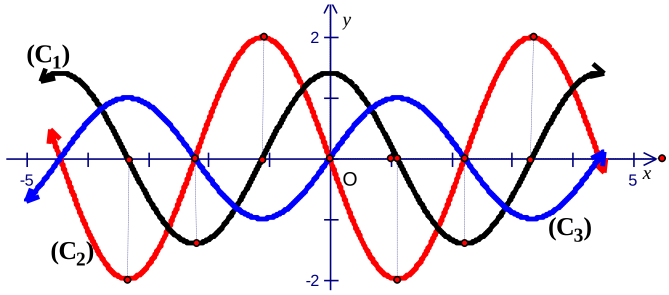
Với $n = 1$ đúng.

Giả sử với $n = k \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_k = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{k-1}}\right)$. Ta chứng minh $u_{k+1} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{k-1}}\right)$.

Thật vậy $u_{k+1} = \sqrt{\frac{1+u_k}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\left(\frac{\alpha}{2^{k-1}}\right)}{2}} = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2^k}\right)} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^k}\right)$.

Từ đó ta có $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$.

Câu 41. **[2D1-4]** Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị các hàm số



A. $f(x), f'(x), f''(x)$. **B.** $f'(x), f(x), f''(x)$. **C.** $f'(x), f''(x), f(x)$. **D.** $f''(x), f(x), f'(x)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong (C_2) khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong (C_1), Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong (C_1) khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong (C_3).

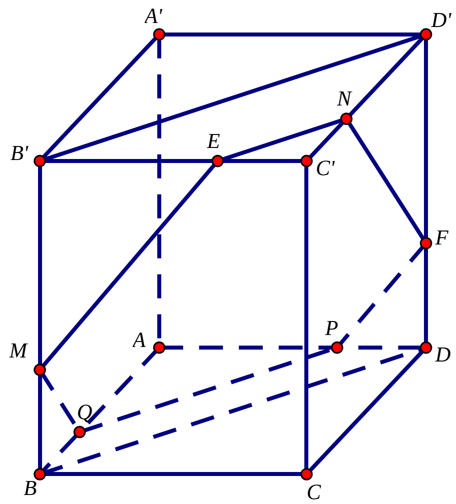
Vậy đáp án đúng là đáp án D.

Câu 42. **[1H2-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\frac{BM}{C'N} = \frac{MB'}{ND'} = \frac{BB'}{C'D'} = 1$, do đó theo định lý ta-let trong không gian thì BC', MN, $B'D'$ lần lượt cùng song song với một mặt phẳng. Mà $B'D' // (BC'D)$ và $BC' \subset (BC'D)$ nên ta có $MN // (BC'D)$. Chứng minh tương tự ta có $NP // (BC'D)$. Do đó $(MNP) // (BC'D)$.

Qua P, kẻ $PQ // BD, Q \in AB$. Qua N, kẻ $NF // C'D, F \in D'D$.

Qua M, kẻ $ME // BC', E \in B'C'$.

Khi đó ta có thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương là lục giác $MENFPQ$.

Dễ thấy $EN = PF = MQ = \frac{a\sqrt{2}}{3}$, $NF = PQ = ME = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ và tam giác $BC'D$ là tam giác đều vì $BC' = BD = DC' = a\sqrt{2}$. Do đó $ENF = NFP = FPQ = PQM = QME = MEN = 60°$

Suy ra: $EF^2 = EN^2 + NF^2 - 2.EN.NF.\cos 60° = \frac{2}{3}a^2 \Rightarrow EF = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tương tự thì $FQ = QE = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

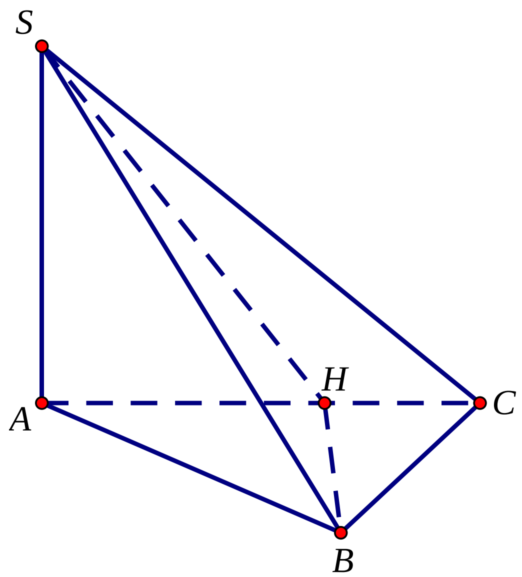
Ta có $S_{MENFPQ} = 3.S_{ENF} + S_{EFQ} = 3.\frac{1}{2}.\frac{2a\sqrt{2}}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{2a^2}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{18}a^2$.

Câu 43. **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = 2a.$ Tam giác ABC vuông tại B $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc φ tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$. **B.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{5}}$. **C.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$. **D.** $\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$. Áp dụng công thức $S' = S\cos\varphi$ trong đó $S' = dt(SHC)$, $S = dt(SBC)$, φ là góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SAC)

Dễ thấy tam giác SBC vuông tại B và $SB = a\sqrt{5}$. $dt(SBC) = \frac{a^2\sqrt{15}}{2}$

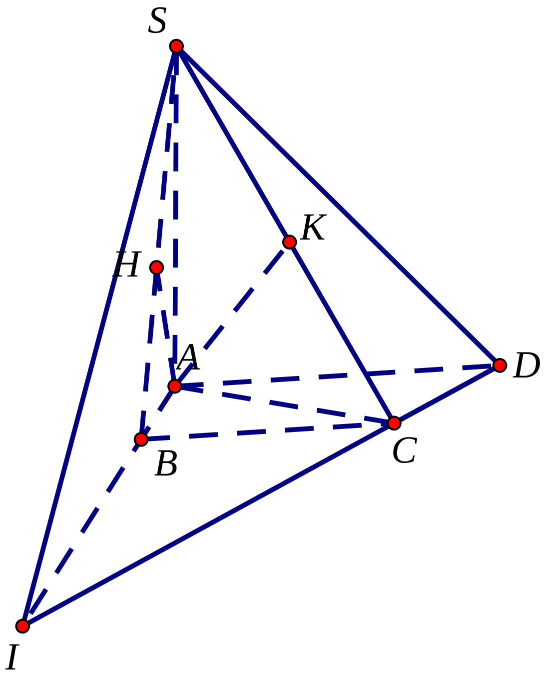
$CH = \frac{BC^2}{AC} = \frac{3}{2}a$, $dt(SHC) = \frac{3}{2}a^2$. Vậy $\cos\varphi = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 44. **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $B, AB = BC = a, AD = 2a.$ Biết $SA = \sqrt{3}a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (SBC). Tính khoảng cách d từ H đến mặt phẳng (SCD).

A. $d=\dfrac{3\sqrt{15}a}{60}$. **B.** $d=\dfrac{3\sqrt{30}a}{40}$. **C.** $d=\dfrac{3\sqrt{10}a}{20}$. **D.** $d=\dfrac{3\sqrt{50}a}{80}$.

Lời giải

Chọn B.



Cách 1: Kẻ $AH\perp(SBC)\Rightarrow AH\perp SB$. Ta có $d=\dfrac{HS}{BS}d(B,(SCD))=\dfrac{HS}{BS}.\dfrac{BI}{AI}d(A,(SBC))$

mà $\dfrac{SH}{SB}=\dfrac{SH.SB}{SB^2}=\dfrac{SA^2}{SB^2}=\dfrac{3a^2}{4a^2}=\dfrac{3}{4}$;

Tam giác ADI có BC là đường trung bình nên $\dfrac{\text{BI}}{\text{AI}}=\dfrac{1}{2}$

Vậy $d=\dfrac{3}{8}d(A,(SCD))=\dfrac{3}{8}d\left(A,SC\right)=\dfrac{3}{8}\dfrac{SA.SC}{\sqrt{SA^2+SC^2}}=\dfrac{3}{8}\dfrac{a\sqrt{3}.a\sqrt{2}}{\sqrt{3a^2+2a^2}}=\dfrac{3a\sqrt{30}}{40}$

Cách 2: Dùng phương pháp thể tích:

$d=\dfrac{3V_{H.SCD}}{dt(SCD)}$; $\dfrac{\text{V}_{\text{S.HCD}}}{\text{V}_{\text{S.BCD}}}=\dfrac{\text{SH}}{\text{SB}}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow$

$V_{S.HCD}=\dfrac{3}{4}V_{S.BCD}=\dfrac{1}{8}SA.AB.BC=\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$; $dt\left(SCD\right)=\dfrac{1}{2}SC.CD=\dfrac{a^2\sqrt{10}}{2}\Rightarrow d=\dfrac{3a\sqrt{30}}{40}$.

Câu 45. **[2D1-4]** Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ).

Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P\left(x\right)=\dfrac{95x^2+120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

A. $x=36$. **B.** $x=32$. **C.** $x=44$. **D.** $x=48$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi t là số giờ làm tăng thêm (hoặc giảm) mỗi tuần, $t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ số công nhân bỏ việc (hoặc tăng thêm) là $\frac{t}{2}$ nên số công nhân làm việc là $100-\frac{t}{2}$ người.

Năng suất của công nhân còn $120-\frac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40+t$ giờ.

Để nhà máy hoạt động được thì $\begin{cases} 40+t>0 \\ 120-\frac{5t}{2}>0 \\ 100-\frac{t}{2}>0 \end{cases} \Rightarrow t \in (-40;48)$.

Số sản phẩm trong một tuần làm được: $S=\left(100-\frac{t}{2}\right)\left(120-\frac{5t}{2}\right)(40+t)$.

Số sản phẩm thu được là $f(t)=\left(100-\frac{t}{2}\right)\left(120-\frac{5t}{2}\right)(40+t)-\frac{95(40+t)^2+120(40+t)}{4}$.

$$f'(t)=-\frac{1}{2}\left(120-\frac{5t}{2}\right)(40+t)-\frac{5}{2}\left(100-\frac{t}{2}\right)(40+t)+\left(100-\frac{t}{2}\right)\left(120-\frac{5t}{2}\right)-\frac{95}{2}(40+t)-30$$

$$=\frac{15}{4}t^2-\frac{1135}{2}t-2330.$$

$$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t=\frac{466}{3}\ (\mathrm{L}) \end{array}\right..$$

Ta có BBT như sau

t	-40		-4		48
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		↗	$f(-4)$	↘	

Vậy số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần lớn nhất khi $x=36$ (giờ).

Câu 46. **[2D1-2]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. Hàm số có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 47. **[2D1-4]** Tìm trên đường thẳng $x=3$ điểm M có tung độ là số nguyên nhỏ nhất mà qua đó có thể kẻ tới đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đúng ba tiếp tuyến phân biệt.

A. $M(3;-5)$. **B.** $M(3;-6)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(3;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-6x$.

Gọi $M(3;m)$ là điểm cần tìm. Do hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc đồ thị hàm số (C) nên tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) sẽ luôn tồn tại hệ số góc $k\in\mathbb{R}$.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) đi qua $M(3;m)$ với hệ số góc k là $y=k(x-3)+m$.

Giả sử tiếp tuyến d tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ là x_0. Khi đó x_0 là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x_0^3-3x_0^2+2=k(x_0-3)+m \\ 3x_0^2-6x_0=k \end{cases}$.

Ta tìm m để cho hệ phương trình trên có đúng 3 nghiệm. Điều này tương đương với phương trình $x_0^3-3x_0^2+2=(3x_0^2-6x_0)(x_0-3)+m \Leftrightarrow 2x_0^3-12x_0^2+18x_0+m-2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x)=2x^3-12x^2+18x+m-2$. Ta có: $f'(x)=6x^2-24x+18$.

Xét $f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2-24x+18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow f(x)=6+m \\ x=3 \Rightarrow f(x)=-2+m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $(6+m)(-2+m)<0$ $\Leftrightarrow -6<m<2$.

Vậy giá trị nguyên nhỏ nhất của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=-5$. Vậy $A(3;-5)$.

Câu 48. **[2D2-4]** Một người mua một căn hộ chung cư với giá 500 triệu đồng. Người đó trả trước số tiền là 100 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là $0,5\%$ mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ là

A. 136 tháng. **B.** 140 tháng. **C.** 139 tháng. **D.** 133 tháng.

Lời giải

Chọn C.

Tổng số tiền người đó còn nợ là $A_0=400$ triệu đồng.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ nhất là: $A_1=A_0+0,5\%A_0-4=1,005A_0-4$.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ hai là: $A_2=A_1+0,5\%A_1-4=1,005A_1-4$

$=1,005(1,005A_0-4)-4=(1,005)^2A_0-4(1,005+1)$.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ ba là: $A_3=A_2+0,5\%A_2-4=1,005A_2-4$

$=1,005\left[(1,005)^2A_0-4(1,005+1)\right]-4=(1,005)^3A_0-4\left[(1,005)^2+1,005+1\right]$.

...

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ n là:

$A_n=(1,005)^n A_0-4\left[(1,005)^{n-1}+(1,005)^{n-2}+...+1\right]$.

Ta có: $1+1,005+(1,005)^2+...+(1,005)^{n-2}+(1,005)^{n-1}$ là tổng n số hạng của một cấp số nhân

có số hạng $u_1=1$ và $q=1,005$, do đó: $S_n=\dfrac{1\left[1-(1,005)^n\right]}{1-1,005}=200\left[(1,005)^n-1\right]$.

Người đó trả hết nợ khi $A_n=0\Rightarrow(1,005)^n A_0-800\left[(1,005)^n-1\right]=0$

$\Leftrightarrow 400.(1,005)^n=800\Leftrightarrow(1,005)^n=2\Leftrightarrow n=\log_{1,005}2\approx 138,98$ tháng.

Vậy người đó trả hết nợ sau 139 tháng.

Câu 49. **[1H1-2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $I(3;1)$, $J(-1;-1)$. Ảnh của J qua phép quay $Q_I^{-90^0}$ là

A. $J'(1;5)$. **B.** $J'(5;-3)$. **C.** $J'(-3;3)$. **D.** $J'(1;-5)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $J'(x';y')$ là ảnh của điểm $J(x;y)$ qua phép quay tâm $I(a;b)$ góc quay -90°.

Trong đó: $J(-1;-1)$, $I(3;1)$.

Ta có:

$$\begin{cases}x'=(x-a)\cos\varphi-(y-b)\sin\varphi+a\\ y'=(x-a)\sin\varphi+(y-b)\cos\varphi+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=(x-3)\cos(-90^\circ)-(y-1)\sin(-90^\circ)+3\\ y'=(x-3)\sin(-90^\circ)+(y-1)\cos(-90^\circ)+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=1\\ y'=5\end{cases}$$

Câu 50. **[1D2-3]** Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $\dfrac{188}{273}$. **B.** $\dfrac{1009}{1365}$. **C.** $\dfrac{245}{273}$. **D.** $\dfrac{136}{195}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^4$.

Tính biến cố bù như sau:

Xét số cách chọn 4 đỉnh không tạo thành tứ diện. Có 2 trường hợp:

+ TH1: Chọn 3 điểm thẳng hàng, có 25 cách. Chọn điểm còn lại, có 12 cách.

Vậy có 25.12=300 cách.

+ TH2: Chọn 4 điểm thuộc 1 mặt mà không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- Có 10 mặt chứa 7 điểm: Mỗi mặt 11 cách chọn. Suy ra có 110 cách.

- Có 15 mặt chứa 5 điểm, mỗi mặt 1 cách chọn. Suy ra có 15 cách.

Tổng: 300 + 110 + 15 = 425 cách.

Vậy, xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện là: $1-\dfrac{425}{C_{15}^4}=\dfrac{188}{273}$.

Cách 2:

Không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=C_{15}^{4}$.

Tính biến cố bù như sau:

Xét các bộ bốn điểm cùng nằm trên một mặt phẳng gồm các bộ thuộc các mặt phẳng sau:

1) Mặt phẳng chứa 1 cạnh và trung điểm của cạnh đối diện, suy ra có 7 điểm thuộc mặt phẳng loại này. Có C_7^4 bộ mỗi mặt và 6 mặt như vậy.

Vậy có $6C_7^4$ (bộ).

2) Mặt phẳng chứa mặt của tứ diện, suy ra có 7 điểm thuộc mỗi mặt và 4 mặt loại này.

Vậy có $4C_7^4$ (bộ).

3) Mặt phẳng chứa 2 đường trung bình của tứ diện, suy ra có 5 điểm thuộc mặt này và 3 mặt loại này.

Vậy có $3C_5^4$ (bộ).

4) Mặt phẳng chứa 1 đỉnh của tứ diện và 1 đường trung bình của mặt đối diện, suy ra có 5 điểm thuộc mỗi mặt (đỉnh, 2 trung điểm, cạnh và 2 trọng tâm) và có 12 mặt loại này.

Vậy có $12C_5^4$ (bộ).

Vậy, xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện là:

$$1-\frac{6.C_7^4+4C_7^4+3C_5^4+12C_5^4}{C_{15}^4}=\frac{188}{273}.$$
