Câu 1: **[2D3-1]** Tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}$ bằng?

A. $\cot\frac{\pi}{3}-\cot\frac{\pi}{4}$. **B.** $\cot\frac{\pi}{3}+\cot\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\cot\frac{\pi}{3}+\cot\frac{\pi}{4}$. **D.** $-\cot\frac{\pi}{3}-\cot\frac{\pi}{4}$.

Câu 2: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{4-x}$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 3: **[2D3-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn đẳng thức $\log_3 x=3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}} 3$.

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{40}{9}$. **C.** $\frac{25}{9}$. **D.** $\frac{28}{3}$.

Câu 4: **[2H1-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 5: **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\log_2\left(2x^2-x-1\right)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 6: **[1D1-2]** Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\cos x+3=0$. **B.** $\sin x=2$. **C.** $2\sin x-3\cos x=1$. **D.** $\sin x+3\cos x=6$.

Câu 7: **[2D2-2]** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{0}$. **B.** $(-4)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $(-3)^{-4}$. **D.** $1^{-\sqrt{2}}$.

Câu 8: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$+$	
y	-3	$\nearrow$	1 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 9: **[2D3-2]** Hàm số $F(x)=\frac{1}{27}\mathrm{e}^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)+C$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây.

A. $f(x)=\left(x^2+2x-1\right)\mathrm{e}^{3x+1}$. **B.** $f(x)=\left(x^2-2x-1\right)\mathrm{e}^{3x+1}$.

C. $f(x)=\left(x^2-2x+1\right)\mathrm{e}^{3x+1}$. **D.** $f(x)=\left(x^2-2x-1\right)\mathrm{e}^{3x-1}$.

Câu 10: **[2H1-1]** Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên hai lần. **C.** Giảm đi ba lần. **D.** Giảm đi hai lần.

Câu 11: **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** a^3.

Câu 12: **[2D3-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;3]$ và thỏa mãn $I=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int\limits_0^3\left(e^{1+\ln(f(x))}+4\right)\mathrm{d}x$ là:

A. $4+12\mathrm{e}$. **B.** $12+4\mathrm{e}$. **C.** $3\mathrm{e}+14$. **D.** $14+3\mathrm{e}$.

Câu 13: **[2D1-3]** Cho hàm số $f(x)=\frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min\limits_{[0;3]} f(x)+\max\limits_{[0;3]} f(x)=-2$. Hãy chọn kết luận đúng.

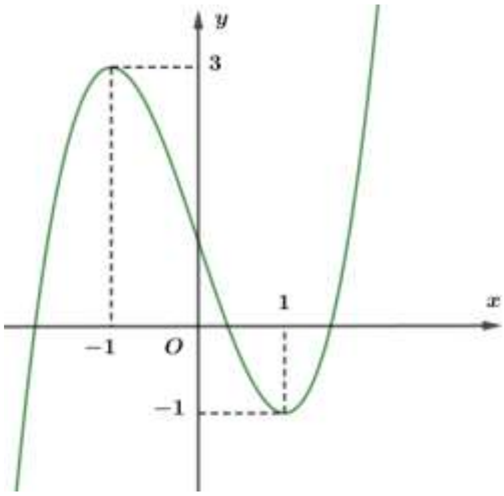
A. $m=2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m<-2$.

Câu 14: **[1D4-2]** Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Câu 15: **[2D1-2]** Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án **A, B, C,**. **D.** Đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3-6x+1$.

Câu 16: **[2D2-2]** Nếu $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}$ thì

A. $a<1$. **B.** $a>1$. **C.** $a>0$. **D.** $a<0$.

Câu 17: **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)=\int \pi^2\mathrm{d}x$.

A. $F\left(x\right)=\pi^2x+C$. **B.** $F\left(x\right)=2\pi x+C$. **C.** $F\left(x\right)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Câu 18: **[2D2-4]** Tìm giá trị gần đúng tổng các nghiệm của bất phương trình sau:

$$\left(\sqrt{2\log_x^2\frac{22}{3}-2\log_x\frac{22}{3}+5}-\sqrt{13}+\sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x}-\frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x}+4}\right)\text{x}$$

$$\text{x}\left(24x^6-2x^5+27x^4-2x^3+1997x^2+2016\right)\le 0$$

A. $12,3$. **B.** 12. **C.** $12,1$. **D.** $12,2$.

Câu 19: **[2D2-4]** Cho $m=\log_a\left(\sqrt[3]{ab}\right)$ với $a>1$, $b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 20: **[2D3-3]** Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm $f\left(x\right)=\sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{5}{4}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3}{4}$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 21: **[2H2-2]**Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Câu 22: **[2H1-1]**Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
B. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.
C. Hai khối chóp có hai đáy là hai đa giác bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
D. Hai khối đa diện bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

Câu 23: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = 4a$ và $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $5\sqrt{3}a$. **B.** $\dfrac{5a}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}a}{\sqrt{79}}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{3}a}{\sqrt{79}}$.

Câu 24: **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↗	2	↘	$\dfrac{19}{12}$	↗	$+\infty$

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 25: **[2H2-1]** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 26: **[2D1-3]** Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là:

A. 5. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 27: **[2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right) \le 3$ là:

A. $S = (-\infty;-5] \cup [5;+\infty)$. **B.** $S = \varnothing$.

C. $S = \mathbb{R}$. **D.** $P = [-5;5]$.

Câu 28: **[2H1-1]** Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

C. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Câu 29: **[2D2-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2+x-2\right)^{-3}$.

A. $D = (0;+\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;1\}$.

Câu 30: **[2D1-2]** Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 31: **[2H1-3]** Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA=3$, $OB=4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{12}$. **C.** $\frac{144}{\sqrt{41}}$. **D.** $\frac{12}{\sqrt{41}}$.

Câu 32: **[2D1-2]** Một chất điểm chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{t^2-2t}$ $(\mathrm{m/s})$(t: giây là thời gian chuyển động). Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên, vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. $v=\mathrm{e}+1\ (\mathrm{m/s})$. **B.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^2}\ (\mathrm{m/s})$. **C.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}\ (\mathrm{m/s})$. **D.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^4}\ (\mathrm{m/s})$.

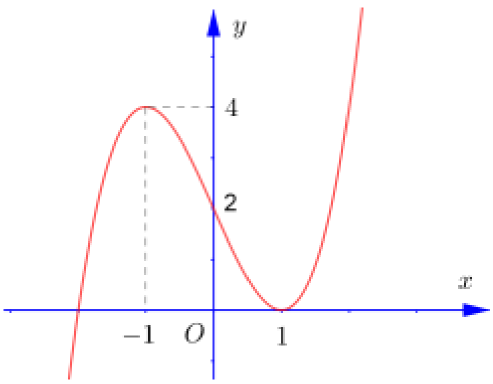
Câu 33: **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=a$, góc $BAC=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{9a^3}{8}$.

Câu 34: **[2H2-4]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi\ (\mathrm{cm}^2)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\frac{2\sqrt{21}}{7}\ (\mathrm{cm})$. **B.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}\ (\mathrm{cm})$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}\ (\mathrm{cm})$. **D.** $\frac{6\sqrt{21}}{7}\ (\mathrm{cm})$.

Câu 35: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x-2017)-2018x+2019$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 36: **[2H2-1]** Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **C.** $h^2=r^2+l^2$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 37: **[1H3-2]** Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của BC. Khi đó cosin của góc giữa hai đường thẳng nào sau đây có giá trị bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

A. AB, DM . **B.** AD, DM . **C.** AM, DM . **D.** AB, AM .

Câu 38: **[2D3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

A. $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$. **B.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{24}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{5}}{25}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{5}}{8}$.

Câu 39: **[1D5-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là?

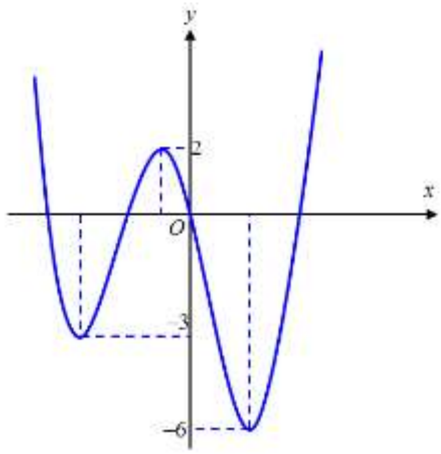
A. $y = 4x - 1$. **B.** $y = -4x + 7$. **C.** $y = -4x + 1$. **D.** $y = 4x + 7$.

Câu 40: **[1D5-2]** Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \dfrac{\sin x}{\sin x - \cos x}$.

A. $y' = \dfrac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

C. $y' = \dfrac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

Câu 41: **[2D1-3]** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$y = \left| f(x+2018) + \dfrac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 42: **[2D1-2]** Cho hàm số $f(x) = mx^2 - 4x + m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đạo hàm $f'(x) < 0$ với $\forall x \in (-1;2)$.

A. $m \le 1$. **B.** $-2 \le m \le 1$, $m \ne 0$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $-2 \le m \le 1$.

Câu 43: **[2H1-1]** Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Tứ diện đều. **B.** Hai mươi mặt đều. **C.** Tám mặt đều. **D.** Lập phương.

Câu 44: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của AD, mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với SD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{3\sqrt{5}a^2}{16}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{15}a^2}{16}$. **C.** $\dfrac{15\sqrt{3}a^2}{16}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^2}{16}$.

Câu 45: **[1D1-3]** Phương trình $\cos^2 2x+\cos 2x-\dfrac{3}{4}=0$ có bao nhiêu nghiệm $x\in(-2\pi;7\pi)$?

A. 16. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Câu 46: **[1D2-2]** Trên một giá sách có 9 quyển sách Văn, 6 quyển sách Anh. Lấy lần lượt 3 quyển và không để lại vào giá. Xác suất để lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh là

A. $\dfrac{72}{455}$. **B.** $\dfrac{73}{455}$. **C.** $\dfrac{74}{455}$. **D.** $\dfrac{71}{455}$.

Câu 47: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$ và AH là đường cao của ΔABC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SB\perp BC$. **B.** $AH\perp BC$. **C.** $SB\perp AC$. **D.** $AH\perp SC$.

Câu 48: **[2D2-3]** Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là $0,6\%$ mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 31 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 49: **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2-n^2=25$. **B.** $m^2+n^2=43$. **C.** $3m^2-2n=2$. **D.** $2m^2+n=15$.

Câu 50: **[2H1-2]** Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1=4V_2$. **B.** $V_1=6V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=8V_2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	B	D	A	C	C	C	C	A	B	B	B	D	C	D	A	C	C	C	B	D	D	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	B	D	A	D	C	B	D	B	C	A	A	C	A	A	D	B	C	C	A	C	A	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: **[2D3-1]** Tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}$ bằng?

A. $\cot\frac{\pi}{3}-\cot\frac{\pi}{4}$. **B.** $\cot\frac{\pi}{3}+\cot\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\cot\frac{\pi}{3}+\cot\frac{\pi}{4}$. **D.** $-\cot\frac{\pi}{3}-\cot\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}=-\cot x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}=-\cot\frac{\pi}{3}+\cot\frac{\pi}{4}$.

Câu 2: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{4-x}$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Ta có $y=\frac{2x-3}{-x+4}\Rightarrow y'=\frac{5}{(-x+4)^2}>0,\ \forall x\neq 4$.

Do đó hàm số hàm số đồng biến trên các khoảng $(4;+\infty)$ và $(-\infty;4)$.

Câu 3: **[2D3-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn đẳng thức $\log_3 x=3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}} 3$.

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{40}{9}$. **C.** $\frac{25}{9}$. **D.** $\frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}} 3=\log_3 2^3+\log_{3^2} 5^2-2\log_3 3=\log_3 8+\log_3 5-\log_3 9=\log_3\frac{40}{9}$.

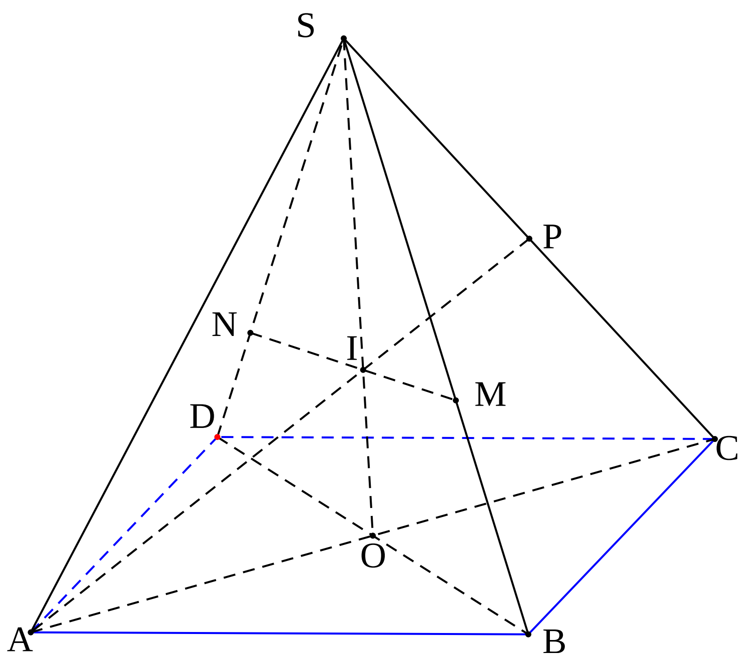
Mà $\log_3 x=3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}} 3$ nên $\log_3 x=\log_3\frac{40}{9}\Leftrightarrow x=\frac{40}{9}$.

Câu 4: **[2H1-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Đặt $\frac{SM}{SB}=x$, $\frac{SN}{SD}=y$, $0<x,\ y\le 1$.

Vì $\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SP}=\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}$ nên $1+2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}=\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.y.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.x.\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}(x+y)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$

Vì $x>0$, $y>0$ nên $\frac{1}{3}<x<1$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$ trên $\left(\frac{1}{3};1\right]$

Ta có $f'(x)=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{(3x-1)^2}\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y	$\|$	$\searrow$		$\nearrow$	$\frac{3}{8}$

	$\frac{1}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 5: **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\log_2\left(2x^2-x-1\right)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

$y'=\frac{4x-1}{\left(2x^2-x-1\right)\ln 2}>0\Rightarrow x>\frac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x>1$.

Mặt khác $y'=\frac{4x-1}{\left(2x^2-x-1\right)\ln 2}<0\Rightarrow x<\frac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x<-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 6: **[1D1-2]** Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\cos x+3=0$. **B.** $\sin x=2$. **C.** $2\sin x-3\cos x=1$. **D.** $\sin x+3\cos x=6$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $2\sin x-3\cos x=1$ có $a^2+b^2=4+9=13>c^2=1$ nên phương trình có nghiệm.

Câu 7: **[2D2-2]** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A. $\left(-\frac{3}{4}\right)^0$. **B.** $\left(-4\right)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $\left(-3\right)^{-4}$. **D.** $1^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có điều kiện xác định của hàm số mũ $y=x^\alpha$ là:

$$\left[\begin{array}{l} \alpha\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow x\in\mathbb{R} \\ \left[\begin{array}{l}\alpha\in\mathbb{Z}^- \\ \alpha=0\end{array}\right.\Rightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{0\} \\ \alpha\notin\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\left(0;+\infty\right)\end{array}\right.$$

Nên biểu thức sai là. **C.**

Câu 8: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\backslash\left\{\pm1\right\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
y	-3	$\nearrow$	$1 \Vert +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	3

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-3 \Rightarrow y=-3$ là TCN.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN.

$\lim\limits_{x\to-1^+} f\left(x\right)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right)=-\infty \Rightarrow x=1$ là TCĐ.

Hàm số có 2 TCĐ: $x=\pm1$, 2 TCN: $y=\pm3$.

Câu 9: **[2D3-2]** Hàm số $F\left(x\right)=\dfrac{1}{27}e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)+C$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây.

A. $f\left(x\right)=\left(x^2+2x-1\right)e^{3x+1}$. **B.** $f\left(x\right)=\left(x^2-2x-1\right)e^{3x+1}$.

C. $f\left(x\right)=\left(x^2-2x+1\right)e^{3x+1}$. **D.** $f\left(x\right)=\left(x^2-2x-1\right)e^{3x-1}$.

Lời giải

Chọn C.

$$F'\left(x\right)=\left(\frac{1}{27}e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)\right)'=\frac{1}{27}\left[3.e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)+e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)'\right]$$

$$=\frac{1}{27}\left[3.e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)+e^{3x+1}\left(18x-24\right)\right]=\frac{1}{27}e^{3x+1}\left(27x^2-54x+27\right)=e^{3x+1}\left(x^2-2x+1\right).$$

Câu 10: **[2H1-1]** Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên hai lần. **C.** Giảm đi ba lần. **D.** Giảm đi hai lần.

Lời giải

Chọn A.

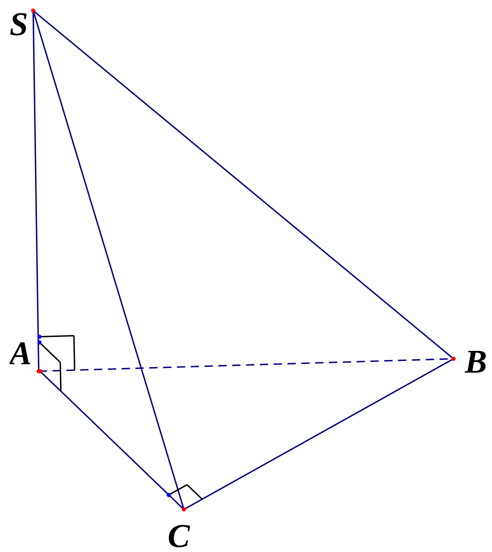
Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần thì diện tích đáy tăng bốn lần. Vì giảm chiều cao đi bốn lần nên thể tích khối chóp không thay đổi.

Câu 11: **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B.



Ta có ABC vuông tại C nên $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}CA.CB=a^2$.

Do cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta.ABC}=3a.a^2=3a^3$.

Câu 12: **[2D3-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;3]$ và thỏa mãn $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int_0^3\left(e^{1+\ln(f(x))}+4\right)\mathrm{d}x$ là:

A. $4+12\mathrm{e}$. **B.** $12+4\mathrm{e}$. **C.** $3\mathrm{e}+14$. **D.** $14+3\mathrm{e}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $K=\int_0^3\left(\mathrm{e}^{1+\ln(f(x))}+4\right)\mathrm{d}x=\int_0^3\mathrm{e}^{1+\ln(f(x))}\mathrm{d}x+\int_0^3 4\mathrm{d}x=\mathrm{e}.\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^3 4\mathrm{d}x=4\mathrm{e}+4x\Big|_0^3=4\mathrm{e}+12$.

Vậy $K=4\mathrm{e}+12$.

Câu 13: **[2D1-3]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min\limits_{[0;3]}f(x)+\max\limits_{[0;3]}f(x)=-2$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. $m=2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m<-2$.

Lời giải

Chọn B.

$f(x)=\dfrac{x-m}{x+1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f'(x)=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

Vì $f'(x)$ chỉ mang một dấu trên D nên $\begin{cases} \min\limits_{[0;3]} f(x) = f(0) \\ \max\limits_{[0;3]} f(x) = f(3) \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} \min\limits_{[0;3]} f(x) = f(3) \\ \max\limits_{[0;3]} f(x) = f(0) \end{cases}$.

Do đó: $\min\limits_{[0;3]} f(x) + \max\limits_{[0;3]} f(x) = -2 \Leftrightarrow f(0) + f(3) = -2 \Leftrightarrow -m + \dfrac{3-m}{4} = -2 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{5}$.

Câu 14: **[1D4-2]** Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\dfrac{1}{2}$?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

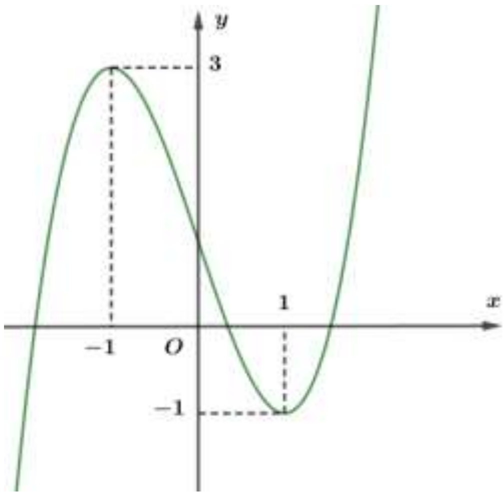
Lời giải

Chọn D.

Xét: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}+x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}+x}$.

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}+1} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 15: **[2D1-2]** Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án **A, B, C, D.** Đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3-6x+1$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử hàm số cần tìm là $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$.

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$. Suy ra: $a>0$. Vậy loại đáp án **A.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-1)$ và $B(-1;3)$.

Xét hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ có $y(1)=0$. Vậy loại đáp án **B.**

Xét hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y(1)=-1$ và $y(-1)=3$. Vậy nhận đáp án **C.**

Xét hàm số $y=2x^3-6x+1$ có $y(1)=-3$. Vậy loại đáp án **D.**

Câu 16: **[2D2-2]** Nếu $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}$ thì

A. $a<1$. **B.** $a>1$. **C.** $a>0$. **D.** $a<0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right)=1$ nên $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-1}$

$\Leftrightarrow a-1<-1\Leftrightarrow a<0$ (do $7+4\sqrt{3}>1$).

Câu 17: **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm $F(x)=\int\pi^2\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F(x)=\int\pi^2\mathrm{d}x=\pi^2x+C$ (vì π^2 là hằng số).

Câu 18: **[2D2-4]** Tìm giá trị gần đúng tổng các nghiệm của bất phương trình sau:

$$\left(\sqrt{2\log_x^2\frac{22}{3}-2\log_x\frac{22}{3}+5}-\sqrt{13}+\sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x}-\frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x}+4}\right)\left(24x^6-2x^5+27x^4-2x^3+1997x^2+2016\right)\le 0$$

A. $12,3$. **B.** 12. **C.** $12,1$. **D.** $12,2$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $0<x\ne 1$.

Ta có $24x^6-2x^5+27x^4-2x^3+1997x^2+2016$

$=\left(x^3-x^2\right)^2+\left(x^3-1\right)^2+22x^6+26x^4+1997x^2+2015>0$, $\forall x$.

Do đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\sqrt{2\log_x^2\frac{22}{3}-2\log_x\frac{22}{3}+5}-\sqrt{13}+\sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x}-\frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x}+4}\right)\le 0.$$

Đặt $t=\log_x\dfrac{22}{3}$, ta có bất phương trình

$\sqrt{2t^2-2t+5}+\sqrt{2t^2-4t+4}\le\sqrt{13}$

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}+\sqrt{(1-t)^2+1^2}\le\sqrt{\dfrac{13}{2}}$.

Đặt $\vec{u}=\left(t-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ và $\vec{v}=(1-t;1)$. Ta có $\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\ge\left|\vec{u}+\vec{v}\right|=\sqrt{\dfrac{13}{2}}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{t-\frac{1}{2}}{1-t}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 2t-1=3-3t\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{5}\Rightarrow x=\left(\dfrac{22}{3}\right)^{\frac{5}{4}}=12,06$.

Nghiệm trên thỏa điều kiện nên ta Chọn **C.**

Câu 19: **[2D2-4]** Cho $m=\log_a\left(\sqrt[3]{ab}\right)$ với $a>1$, $b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết ta có $m=\frac{1}{3}\log_a(ab)=\frac{1}{3}(1+\log_a b)\Rightarrow \log_a b=3m-1$.

Suy ra $P=\log_a^2 b+\frac{16}{\log_a b}\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{16}{3m-1}\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{8}{3m-1}+\frac{8}{3m-1}$.

Vì $a>1$, $b>1$ nên $\log_a b=3m-1>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho ba số dương ta có:

$$\Leftrightarrow P=(3m-1)^2+\frac{8}{3m-1}+\frac{8}{3m-1}\geq 3.\sqrt[3]{(3m-1)^2.\frac{64}{(3m-1)^2}}\Leftrightarrow P\geq 12.$$

Dấu bằng xảy ra khi $(3m-1)^2=\frac{8}{3m-1}\Leftrightarrow m=1$.

Câu 20: **[2D3-3]** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ nên

$$F(x)=\int \sin 2x.dx\Leftrightarrow F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+C.$$

Ta có $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-1}{2}\cos\frac{\pi}{2}+C=1\Rightarrow C=1\Rightarrow F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+1\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{-1}{2}\cos\frac{\pi}{3}+1$

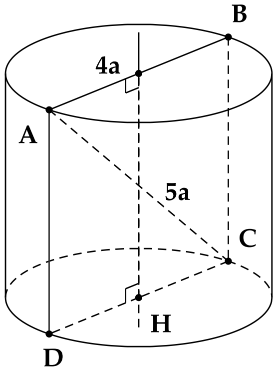
$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}.$$

Câu 21: **[2H2-2]** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r = \dfrac{AB}{2} = 2a$.

+ Chiều cao khối trụ: $h = AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$.

+ Thể tích khối trụ: $V = \pi.r^2.h = \pi.(2a)^2.3a = 12\pi a^3$.

Câu 22: **[2H1-1]**Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

B. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.

C. Hai khối chóp có hai đáy là hai đa giác bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

D. Hai khối đa diện bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn D.

+ **Phương án A sai** vì hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau nhưng diện tích đáy chưa bằng nhau thì thể tích không bằng nhau.

+ **Phương án B sai** vì hai khối đa diện có thể tích bằng nhau nhưng có thể đó là một khối chóp và một khối lăng trụ nên hai khối đó không bằng nhau.

+ **Phương án C sai** vì hai khối chóp có đáy bằng nhau nhưng chiều cao chưa bằng nhau thì thể tích không bằng nhau.

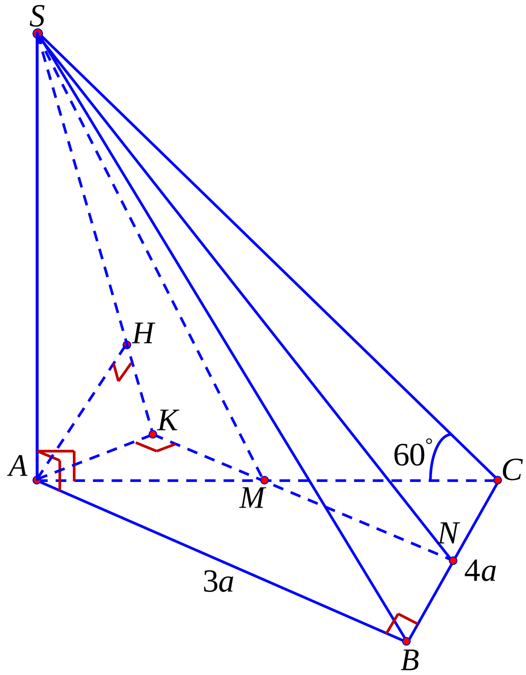
+ **Phương án D đúng** theo khái niệm thể tích khối đa diện " Nếu hai khối (H_1) và (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$ ".

Câu 23: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = 4a$ và $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $5\sqrt{3}a$. **B.** $\dfrac{5a}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}a}{\sqrt{79}}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{3}a}{\sqrt{79}}$.

Lời giải

Chọn D.



Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $MN // AB$ cắt

BC tại $N \Rightarrow AB // (SMN)$.

Ta có $d(AB, SM) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN))$.

Hạ đường cao từ A xuống MN tại K.

Kẻ $AH \perp SK = \{H\}$.

Khi đó $AH \perp (SMN) \Rightarrow AH = d(A, (SMN))$.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 + BA^2} = 5a$.

Ta lại có $SA = AC.\tan 60° = 5\sqrt{3}a$.

Do $MN // AB \Rightarrow BN \perp MN$, tứ giác $ABNK$ có:

$B = N = K = 90°$ suy ra $ABNK$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow AK = BN = \dfrac{1}{2}BC = 2a$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \dfrac{SA.AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}}$.

$\Rightarrow AH = \dfrac{5\sqrt{3}a.2a}{\sqrt{75a^2 + 4a^2}} = \dfrac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

Câu 24: **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$			2	$\searrow$	$\dfrac{19}{12}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 25: **[2H2-1]** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn D.

Một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác nội tiếp được đường tròn.

Như vậy đáy là hình bình hành, hình tứ giác, hình thang bất kỳ chưa chắc đã nội tiếp được một mặt cầu nên đáp án A, B,C (loại).

Câu 26: **[2D1-3]** Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là:

A. 5.

B. $\sqrt{26}$.

C. 9.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số $D=[-1;1]\setminus\{0\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$.

$\Rightarrow$Đường thẳng $x=0$ (trục Oy) là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy $d(A,Oy)=|-5|=5$.

Câu 27: **[2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2)\le 3$ là:

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$.

B. $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$.

D. $P=[-5;5]$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3 \Leftrightarrow x^2+2\le 27 \Leftrightarrow x^2\le 25 \Leftrightarrow -5\le x\le 5$.

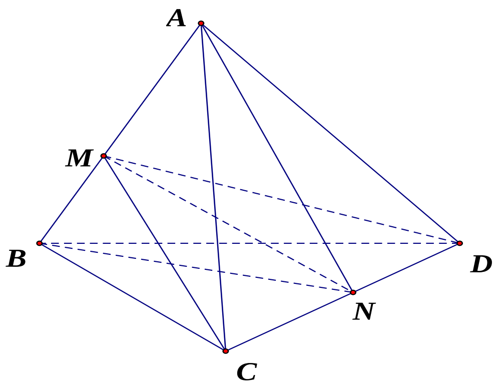
Câu 28: **[2H1-1]** Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng $\left(CDM\right)$ và $\left(ABN\right)$, ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

C. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Lời giải

Chọn B.



Bằng hai mặt phẳng $\left(CDM\right)$ và $\left(ABN\right)$, ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện: $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

Câu 29: **[2D2-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2+x-2\right)^{-3}$.

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\left(-\infty;-2\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;1\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x^2+x-2\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne -2 \\ x\ne 1 \end{cases}$. Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;1\right\}$.

Câu 30: **[2D1-2]** Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

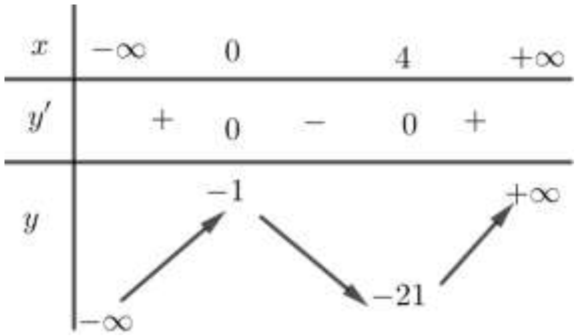
A. $\left(1;4\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(-3;-1\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=x^2-4x$. Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



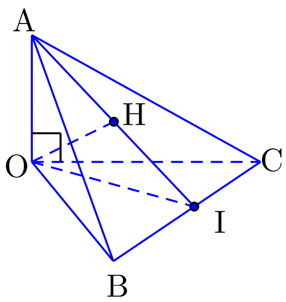
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

Câu 31: **[2H1-3]** Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA = 3$, $OB = 4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{41}}{12}$. **C.** $\dfrac{144}{\sqrt{41}}$. **D.** $\dfrac{12}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $V_{OABC} = \dfrac{1}{3}OC.S_{OAB} = \dfrac{1}{3}OC.\dfrac{1}{2}OA.OB = \dfrac{1}{6}OC.OA.OB = 6 \Rightarrow OC = \dfrac{36}{OA.OB} = 3$.

Vẽ $OI \perp BC$, $OH \perp AI$ suy ra: $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH = d(O;(ABC))$.

Lại có: $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{OA^2} = \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} + \dfrac{1}{OA^2} = \dfrac{1}{4^2} + \dfrac{1}{3^2} + \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{41}{144} \Rightarrow OH = \dfrac{12\sqrt{41}}{41}$.

Câu 32: **[2D1-2]** Một chất điểm chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t) = \mathrm{e} + \mathrm{e}^{t^2-2t}$ $(\mathrm{m/s})$ (t: giây là thời gian chuyển động). Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên, vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. $v = \mathrm{e} + 1\ (\mathrm{m/s})$. **B.** $v = \mathrm{e} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\ (\mathrm{m/s})$. **C.** $v = \mathrm{e} + \dfrac{1}{\mathrm{e}}\ (\mathrm{m/s})$. **D.** $v = \mathrm{e} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^4}\ (\mathrm{m/s})$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $v'(t) = (2t-2)\mathrm{e}^{t^2-2t} = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Bảng biến thiên:

t	0		1		10
$v'(t)$		$-$	0	$+$	
$v(t)$		$\searrow$	$v(1)$	$\nearrow$	

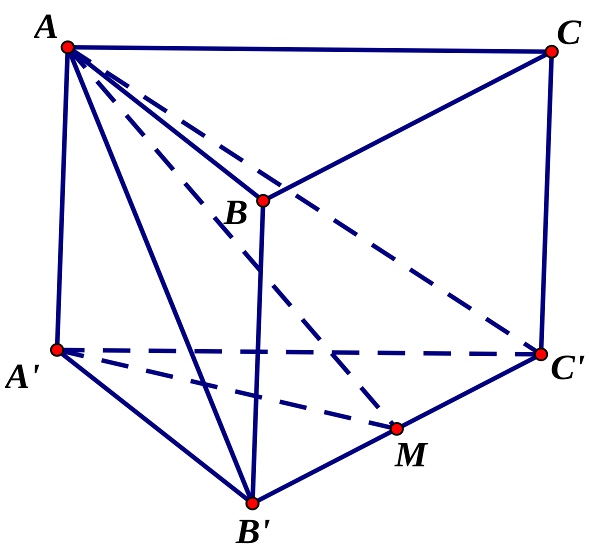
Vậy vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là: $v(1)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{1^2-2.1}=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}=\mathrm{e}+\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 33: **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=a$, góc $BAC=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{9a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó $A'M\perp B'C'$ và $AM\perp B'C'$ $\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và đáy là $AMA'=30°$.

Trong tam giác vuông $A'MB'$ ta có $A'M=A'B'.\cos B'A'M=\dfrac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'M$ có: $AA'=A'M\tan 30°=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}=h$.

Diện tích tam giác $A'B'C'$ là $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

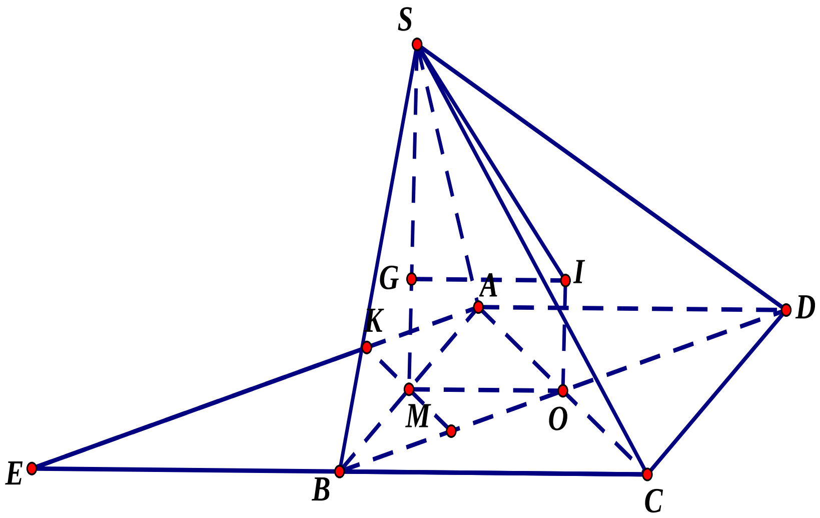
Thể tích khối lăng trụ: $V=S.h=\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 34: **[2H2-4]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\frac{2\sqrt{21}}{7}\ (\text{cm})$. **B.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}\ (\text{cm})$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}\ (\text{cm})$. **D.** $\frac{6\sqrt{21}}{7}\ (\text{cm})$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm AB và G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB, O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $OM \perp (SAB)$. Dựng trục của hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB, khi đó chúng đồng phẳng và cắt nhau tại I tức là OI, GI là các trục hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB.

Bán kính mặt cầu là $R = SI$. Ta có $4\pi R^2 = 84\pi\left(\text{cm}^2\right) \Leftrightarrow R = \sqrt{21}(\text{cm})$. Đặt $AB = x$ (cm)

Trong tam giác vuông SGI ta có $SI^2 = SG^2 + GI^2$ (1), ta có $GI = \frac{x}{2}$, $SG = \frac{x\sqrt{3}}{3}$ thay vào (1) tính được $x = 6$.

Dựng hình bình hành $ABDE$. Khoảng cách d giữa BD và SA là $d = d\left(BD,(SAE)\right)$

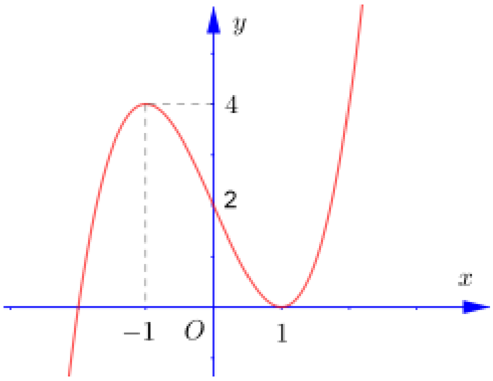
$d = d\left(B,(SAE)\right) = 2d\left(M,(SAE)\right)$. Kẻ $MK \perp AE$ ta có $(SAE) \perp (SMK)$.

$d\left(M,(SAE)\right) = d\left(M,SK\right) = \frac{SM.MK}{\sqrt{SM^2 + MK^2}}$ (2). Ta có $SM = \frac{x\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$, $MK = \frac{x\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Thay các giá trị vào (2) tính được $d\left(M,(SAE)\right) = \frac{3\sqrt{21}}{7}$.

Vậy khoảng cách giữa SA và BD là $\frac{6\sqrt{21}}{7}$.

Câu 35: **[2D1-3]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x-2017\right)-2018x+2019$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\left[f\left(x-2017\right)-2018x+2019\right]' = f'\left(x-2017\right)-2018$.

Đồ thị hàm số $y = f'\left(x-2017\right)-2018$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 2017 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 2018 đơn vị.

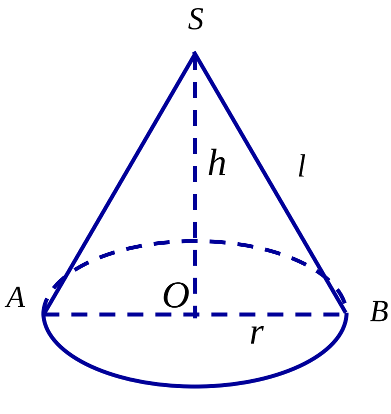
Do đó đồ thị hàm số $y = f'\left(x-2017\right)-2018$ chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm và đổi dấu qua điểm đó nên hàm số $y = f\left(x-2017\right)-2018x+2019$ có một điểm cực trị.

Câu 36: **[2H2-1]** Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$. **C.** $h^2 = r^2 + l^2$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Chọn C.



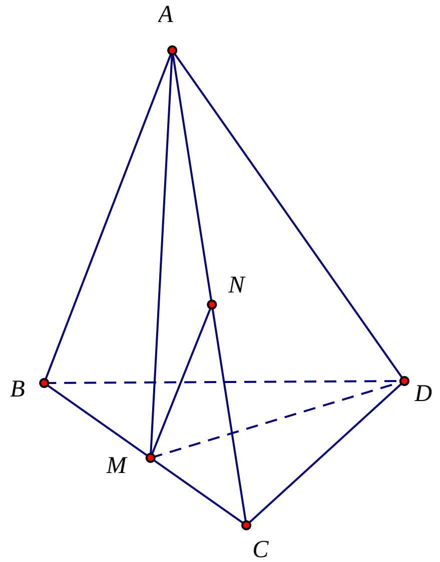
Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2$.

Câu 37: **[1H3-2]** Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của BC. Khi đó $\cos$ của góc giữa hai đường thẳng nào sau đây có giá trị bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

A. AB, DM. **B.** AD, DM. **C.** AM, DM. **D.** AB, AM.

Lời giải

Chọn A.



Gọi cạnh của tứ diện có độ dài là a. Ta có: $AM = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác ADM cân tại M có:

$$\cos AMD = \frac{AM^2 + DM^2 - AD^2}{2.AM.DM} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - a^2}{2.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}.$$

$$\cos ADM = \frac{DM^2 + AD^2 - AM^2}{2.AD.DM} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác đều ABC có AM là đường trung tuyến và là đường phân giác nên

$(AB, AM) = 30° \Rightarrow \cos(AB, AM) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó loại trừ đáp án B, C, D.

Gọi N là trung điểm của AC. Ta có $MN // AB \Rightarrow (AB, DM) = (MN, DM)$.

Xét tam giác MND có:

$$\cos NMD = \frac{MN^2 + DM^2 - ND^2}{2.MN.DM} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

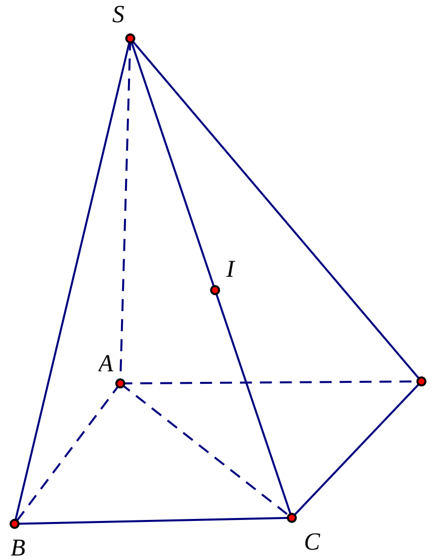
Suy ra $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 38: **[2D3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

A. $\frac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$. **B.** $\frac{5\pi a^3\sqrt{5}}{24}$. **C.** $\frac{3\pi a^3\sqrt{5}}{25}$. **D.** $\frac{3\pi a^3\sqrt{5}}{8}$.

Lời giải

Chọn A.



Dễ thấy các tam giác SAC, SBC, SDC là tam giác vuông (SC là cạnh huyền). Suy ra mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm là trung điểm của SC và bán kính là $R=\dfrac{SC}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AB^2+AD^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{a^2+3a^2+a^2}}{2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó, thể tích khối cầu là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^3=\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 39: **[1D5-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là?

A. $y=4x-1$. **B.** $y=-4x+7$. **C.** $y=-4x+1$. **D.** $y=4x+7$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y'=\dfrac{-4}{(x-2)^2}$; $y(1)=-3$; $y'(1)=-4$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=-4(x-1)-3 \Leftrightarrow y=-4x+1$.

Câu 40: **[1D5-2]** Tính đạo hàm của hàm số sau $y=\dfrac{\sin x}{\sin x-\cos x}$.

A. $y'=\dfrac{-1}{(\sin x-\cos x)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(\sin x-\cos x)^2}$.

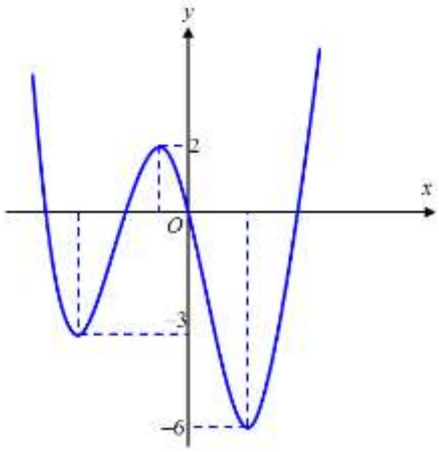
C. $y'=\dfrac{-1}{(\sin x+\cos x)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(\sin x+\cos x)^2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y'=\frac{\cos x(\sin x-\cos x)-\sin x(\cos x+\sin x)}{(\sin x-\cos x)^2}=\frac{-1}{(\sin x-\cos x)^2}.$$

Câu 41: **[2D1-3]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: hàm số $y=f\left(x+2018\right)$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tịnh tiến sang trái 2018 đơn vị;

Hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)$ tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

Hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có đồ thị gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ phần phía trên Ox.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2$ phía dưới trục Ox qua Ox.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow 3\le\frac{1}{3}m^2<6 \Leftrightarrow 9\le m^2<18 \Leftrightarrow 3\le m<3\sqrt{2}$ (do $m\in\mathbb{Z}^+$) suy ra: $m\in\{3;4\}\Rightarrow S=\{3;4\}$.

Vậy tổng cần tìm bằng 7.

Câu 42: **[2D1-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=mx^2-4x+m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đạo hàm $f'\left(x\right)<0$ với $\forall x\in\left(-1;2\right)$.

A. $m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 1,\ m\ne 0$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $-2\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f'\left(x\right)=2mx-4$; $f'\left(x\right)=2mx-4<0$. (1)

TH1) $m=0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow -4<0$ (đúng với $\forall x$) nên cũng thỏa $\forall x\in(-1;2)$.

TH2) $m>0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x<\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{2}{m}\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\ge 2\Leftrightarrow m\le 1$.

TH3) $m<0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x>\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(\dfrac{2}{m};+\infty\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\le -1\Leftrightarrow m\ge -2$.

Vậy, $-2\le m\le 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43: **[2H1-1]** Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Tứ diện đều. **B.** Hai mươi mặt đều. **C.** Tám mặt đều. **D.** Lập phương.

Lời giải

Chọn B.

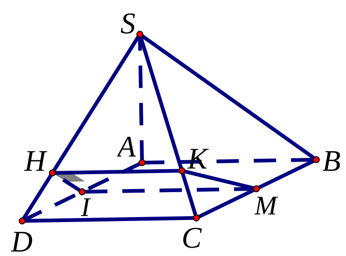
Theo SGK Hình học 12 trang 17 thì khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều.

Câu 44: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=2a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của AD, mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với SD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{3\sqrt{5}a^2}{16}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{15}a^2}{16}$. **C.** $\dfrac{15\sqrt{3}a^2}{16}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^2}{16}$.

Lời giải

Chọn C.



Kẻ $IM // CD$ với $M\in BC$.

Ta có $\left.\begin{matrix} IM\perp SA \\ IM\perp AD\end{matrix}\right\}\Rightarrow IM\perp(SAD)\Rightarrow IM\perp SD\Rightarrow(P)\cap(ABCD)=IM$.

• Kẻ $IH\perp SD$ với $H\in SD\Rightarrow(P)\cap(SAD)=IH$.

• Vì $\left.\begin{matrix} IM//CD \\ IM\subset(P) \\ CD\subset(SCD)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(P)\cap(SCD)=HK$ với $HK//IM\ (//CD)$ và $K\in SC$.

• $(P)\cap(SBC)=KM$.

Vì $IM \perp (SAD)$ nên $IM \perp IH$. Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình thang $IHKM$ vuông tại I và H.

Ta có $IM = AB = 2a$.

Xét ΔSAD có: $\tan SAD = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{2a} = \sqrt{3} \Rightarrow SDA = 60^\circ$.

Xét ΔDHI có: $\sin HDI = \dfrac{HI}{ID} \Rightarrow HI = ID.\sin 60^\circ = a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét ΔSAD có: $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{12a^2 + 4a^2} = 4a$.

Xét ΔDHI có: $HD = \sqrt{ID^2 - IH^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow SH = SD - HD = 4a - \dfrac{a}{2} = \dfrac{7a}{2}$.

Vì $HK // CD$ nên theo Talet ta có $\dfrac{HK}{CD} = \dfrac{SH}{SD} = \dfrac{\frac{7a}{2}}{4a} = \dfrac{7}{8} \Rightarrow HK = \dfrac{7}{8}CD = \dfrac{7}{8}.2a = \dfrac{7a}{4}$.

Do đó diện tích thiết diện là $S_{IHKM} = \dfrac{(IM + HK).IH}{2} = \dfrac{\left(2a + \frac{7a}{4}\right).\frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{15\sqrt{3}a^2}{16}$.

Câu 45: **[1D1-3]** Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \dfrac{3}{4} = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (-2\pi; 7\pi)$?

A. 16. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\cos^2 2x + \cos 2x - \dfrac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \dfrac{1}{2}$ hoặc $\cos 2x = -\dfrac{3}{2}$ (loại).

Với $\cos 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Phương trình có nghiệm $x \in (-2\pi; 7\pi)$ khi và chỉ khi $-2\pi < \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi < 7\pi$.

+ Trường hợp 1: $-2\pi < \dfrac{\pi}{6} + k\pi < 7\pi \Leftrightarrow -\dfrac{13}{6} < k < \dfrac{41}{6}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ do đó có 9 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 7\pi)$.

+ Trường hợp 2: $-2\pi < -\dfrac{\pi}{6} + k\pi < 7\pi \Leftrightarrow -\dfrac{11}{6} < k < \dfrac{43}{6}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ do đó có 9 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 7\pi)$. Vậy có tất cả 18 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Câu 46: **[1D2-2]** Trên một giá sách có 9 quyển sách Văn, 6 quyển sách Anh. Lấy lần lượt 3 quyển và không để lại vào giá. Xác suất để lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh là

A. $\dfrac{72}{455}$. **B.** $\dfrac{73}{455}$. **C.** $\dfrac{74}{455}$. **D.** $\dfrac{71}{455}$.

Lời giải

Chọn A.

Số các kết quả của việc lấy ra 3 quyển sách trên giá có 15 quyển sách là : $n(\Omega)=A_{15}^3=2730$.

Gọi A là biến cố "lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh". Ta có 9 cách lấy quyển Văn thứ nhất, 8 cách lấy quyển Văn thứ hai, 6 cách lấy quyển thứ ba là Anh.

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $n(A)=9.8.6=432$.

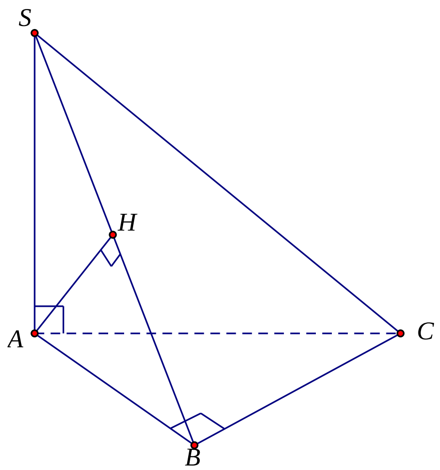
Khi đó : $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{432}{2730}=\dfrac{72}{455}$.

Câu 47: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$ và AH là đường cao của ΔABC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SB\perp BC$. **B.** $AH\perp BC$. **C.** $SB\perp AC$. **D.** $AH\perp SC$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có : $\begin{cases} BC\perp AB(gth) \\ BC\perp SA\big(SA\perp(ABC), BC\subset(ABC)\big) \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)$.

$\Rightarrow BC\perp AH$ và $BC\perp SB$ do đó B và A đúng.

Mặt khác: $\begin{cases} AH\perp SB(gth) \\ AH\perp BC(cmt) \end{cases} \Rightarrow AH\perp SC$ nên **D.** đúng.

Vậy **C.** sai.

Câu 48: **[2D2-3]** Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là $0,6\%$ mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 31 tháng. **B.** 35 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng công thức: $T_n=\dfrac{a}{r}\left[(1+r)^n-1\right](1+r)$.

Để anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệuthì ta có:

$T_n>100 \Leftrightarrow \dfrac{3}{0,6\%}\left[(1+0,6\%)^n-1\right](1+0,6\%)>100 \Leftrightarrow n>\log_{1,006}\dfrac{603}{503}\approx 30,3$.

Vậy sau ít nhất 31 tháng thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

Câu 49: **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2-n^2=25$. **B.** $m^2+n^2=43$. **C.** $3m^2-2n=2$. **D.** $2m^2+n=15$.

Lời giải

Chọn D.

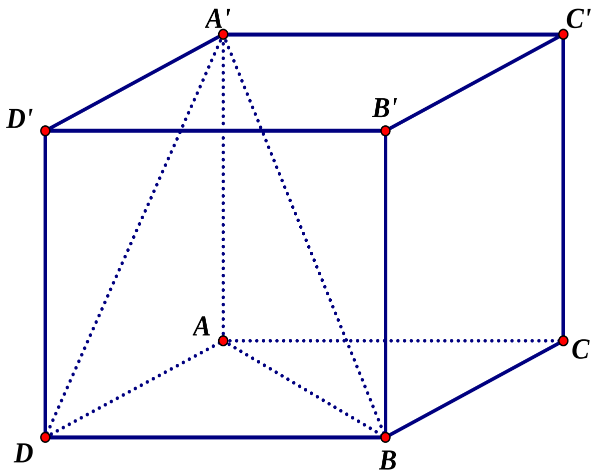
Ta có: $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}=\dfrac{a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.a^{\frac{-2}{7}}}=a^{\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-4+\frac{2}{7}}=a^{\frac{2}{7}}\Rightarrow\begin{cases}m=2\\n=7\end{cases}\Rightarrow 2m^2+n=15$.

Câu 50: **[2H1-2]** Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1=4V_2$. **B.** $V_1=6V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=8V_2$.

Lời giải

Chọn B.



Cách 1: Giả sử cạnh của hình lập phương là a, ta có $V_1=a^3$ và $V_2=\dfrac{1}{3}AA'.S_{ABD}=\dfrac{1}{6}a^3$ suy ra $V_1=6V_2$.

Cách 2: Ta có $V_2=\dfrac{1}{3}AA'.S_{ABD}=\dfrac{1}{3}AA'.\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AA'.S_{ABCD}=\dfrac{1}{6}V_1\Rightarrow V_1=6V_2$.

Cách 3: Ta có $V_{A'ABD}=\dfrac{1}{3}V_{ABD.A'B'D'}=\dfrac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}\Rightarrow V_1=6V_2$.