Câu 1: **[2D2-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{-3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.
B. $D=(0;+\infty)$.
C. $D=\mathbb{R}$.
D. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 2: **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1$.

A. $S=\{0;5\}$.
B. $S=\{5\}$.
C. $S=\{0\}$.
D. $S=\{1;5\}$.

Câu 3: **[2H1-1]** Trong các mềnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
Số các cạnh của hình đa diện đều luôn luôn:

A. Lớn hơn 6.
B. Lớn hơn 7.
C. Lớn hơn hoặc bằng 8.
D. Lớn hơn hoặc bằng 6.

Câu 4: **[2D2-1]** Cho a là số thực dương khác 4. Tính $\mathrm{I}=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$.

A. $I=3$.
B. $I=\frac{1}{3}$.
C. $I=-3$.
D. $I=-\frac{1}{3}$.

Câu 5: **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.
B. $\frac{1}{2}$.
C. $\frac{1}{4}$.
D. $\frac{1}{16}$.

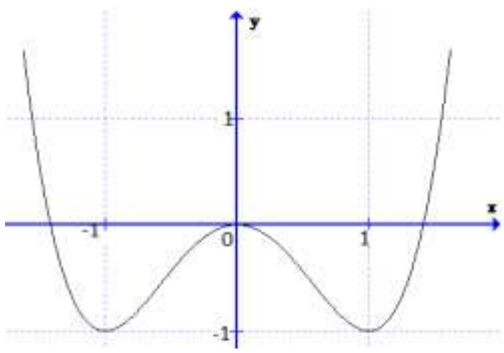
Câu 6: **[1H1-1]** Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1;2)$ sẽ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(2;4)$.
B. $A'(-1;-2)$.
C. $A'(4;2)$.
D. $A'(3;3)$.

Câu 7: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ của điểm M là

A. $M(1;-2;0)$.
B. $M(0;-2;3)$.
C. $M(1;0;0)$.
D. $M(1;0;3)$.

Câu 8: **[2D1-1]** Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 9: **[2H3-1]** Trong không gian Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$?

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.
B. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.
C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$.
D. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$.

Câu 10: **[2D1-2]** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 11: **[2D3-2]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{4x-3}$.

A. $\int\dfrac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=2\ln\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)+C$.
B. $\int\dfrac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\dfrac{1}{2}\ln\left|2x-\dfrac{3}{2}\right|+C$.
C. $\int\dfrac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\dfrac{1}{2}\ln\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)+C$.
D. $\int\dfrac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\dfrac{1}{4}\ln|4x-3|+C$.

Câu 12: **[2D2-2]** Cho phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0$. Khi đặt $t=2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2+8t-3=0$. B. $2t^2-3=0$. C. $t^2+2t-3=0$. D. $4t-3=0$.

Câu 13: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số không có cực đại.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Câu 14: **[2D1-1]** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x+3}$. B. $y=\dfrac{-3x-1}{x-2}$. C. $y=-2x^3-5x$. D. $y=x^3+2x$.

Câu 15: **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên $AA'=a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 16: **[1H2-1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- Nếu $a\subset mp(P)$ và $mp(P)//mp(Q)$ thì $a//mp(Q)$. (I)
- Nếu $a\subset mp(P)$, $b\subset mp(Q)$ và $mp(P)//mp(Q)$ thì $a//b$. (II)
- Nếu $a//mp(P)$, $a//mp(Q)$ và $mp(P)\cap mp(Q)=c$ thì $c//a$. (III)

A. Chỉ (I).
B. (I) và (III).
C. (I) và (II).
D. Cả (I), (II) và (III).

Câu 17: **[2D2-2]** Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền ? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 738.100 đồng. **B.** 726.000 đồng. **C.** 714.000 đồng. **D.** 750.300 đồng.

Câu 18: **[2D2-2]** Cho $x = 2018!$. Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + ... + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

A. $A = \frac{1}{2017}$. **B.** $A = 2018$. **C.** $A = \frac{1}{2018}$. **D.** $A = 2017$.

Câu 19: **[2D2-2]** Nếu $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 3^{-1}. **C.** 27. **D.** 3.

Câu 20: **[2D2-3]** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_5^2 x - m\log_5 x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 625$.

A. Không có giá trị nào của m. **B.** $m = 4$.
C. $m = -4$. **D.** $m = 44$.

Câu 21: **[1D1-2]** Cho phương trình $2m\sin x\cos x + 4\cos^2 x = m + 5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 22: **[1D2-2]** Bình có bốn đôi giầy khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giầy từ bốn đôi giầy đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giầy cùng màu ?

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 23: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(2;0;2)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;4;-6)$.

Câu 24: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc $120°$ và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

A. $\sqrt{19}$. **B.** -5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{39}$.

Câu 25: **[2D1-2]** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

A. $m = \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{6}$.

Câu 26: **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n \in \mathbb{N}*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $m^2 - n^2 = -312$. **B.** $m^2 - n^2 = 312$. **C.** $m^2 + n^2 = 543$. **D.** $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 27: **[2D1-2]** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Giá trị của M và m lần lượt là:

A. $M=40$; $m=-41$. **B.** $M=15$; $m=-41$. **C.** $M=40$; $m=8$. **D.** $M=40$; $m=-8$.

Câu 28: **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>1$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-\infty;-3)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Câu 29: **[2D1-3]** Cho hàm số: $y=(m-1)x^3+(m-1)x^2-2x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 30: **[2D3-2]** Cho $F(x)=\left(ax^2+bx-c\right)\mathrm{e}^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(2018x^2-3x+1\right)\mathrm{e}^{2x}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tính $T=a+2b+4c$.

A. $T=-3035$. **B.** $T=1007$. **C.** $T=-5053$. **D.** $T=1011$.

Câu 31: **[2H2-2]** Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 32: **[2D3-2]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2\mathrm{e}^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

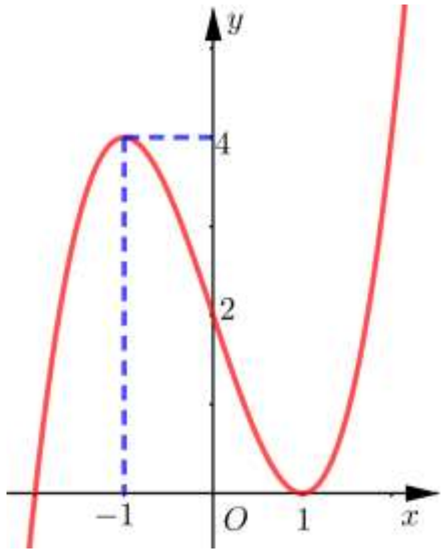
A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Câu 33: **[1D2-2]** Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n.

A. $n=5$. **B.** $n=8$. **C.** $n=6$. **D.** $n=7$.

Câu 34: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)-5x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35: **[2D2-3]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức: $P=\dfrac{1}{f'\left(x_1\right)}+\dfrac{1}{f'\left(x_2\right)}+\dfrac{1}{f'\left(x_3\right)}$

A. $P=3.2^{2018}-1$. **B.** $P=2^{2018}$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2018$.

Câu 36: **[1D2-3]** Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng số điểm của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa ?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 37: **[2D1-3]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

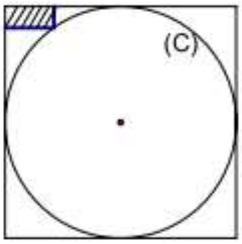
Câu 38: **[1D4-3]** Tìm $L=\lim\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{1+2}+...+\dfrac{1}{1+2+...+n}\right)$

A. $L=\dfrac{5}{2}$. **B.** $L=+\infty$. **C.** $L=2$. **D.** $L=\dfrac{3}{2}$.

Câu 39: **[1H3-3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB=AC=a$ và góc $BAC=120°$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(ABC\right)$ và $\left(AB'I\right)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 40: **[2H2-3]** Cho hình trụ $\left(T\right)$ có $\left(C\right)$ và $\left(C'\right)$ là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn $\left(C\right)$ và hình vuông ngoại tiếp của $\left(C\right)$ có một hình chữ nhật kích thước $a\times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ $\left(T\right)$ theo a.



A. $\dfrac{100\pi a^3}{3}$.　　**B.** $250\pi a^3$.　　**C.** $\dfrac{250\pi a^3}{3}$.　　**D.** $100\pi a^3$.

Câu 41: **[2H2-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}a$, $AD=a$, ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=5\pi a^2$.　　**B.** $S=10\pi a^2$.　　**C.** $S=4\pi a^2$.　　**D.** $S=2\pi a^2$.

Câu 42: **[2H1-4]** Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng $30°$ Biết $AB=5$, $AC=7$, $BC=8$ tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\dfrac{35\sqrt{39}}{52}$.　　**B.** $d=\dfrac{35\sqrt{39}}{13}$.　　**C.** $d=\dfrac{35\sqrt{13}}{52}$.　　**D.** $d=\dfrac{35\sqrt{13}}{26}$.

Câu 43: **[2D2-3]** Để đóng học phí học đại học, bạn An vay ngân hàng số tiền $9.000.000$ đồng, lãi suất 3% /năm trong thời hạn 4 năm với thể thức cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào nợ gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 4 năm đến thời hạn trả nợ, hai bên thỏa thuận hình thức trả nợ như sau: "lãi suất cho vay được điều chỉnh thành $0,25\%$ /tháng, đồng thời hàng tháng bạn An phải trả nợ cho ngân hàng số tiền T không đổi và cứ sau mỗi tháng, số tiền T sẽ được trừ vào tiền nợ gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo". Hỏi muốn trả hết nợ ngân hàng trong 5 năm thì hàng tháng bạn An phải trả cho ngân hàng số tiền T là bao nhiêu ? (T được làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 182017 đồng.　　**B.** 182018 đồng.　　**C.** 182016 đồng.　　**D.** 182015 đồng.

Câu 44: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}mx^2-4x-10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-1\right)$ bằng

A. 4.　　**B.** 1.　　**C.** 0.　　**D.** 9.

Câu 45: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$, với m là tham số; gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k=-\dfrac{1}{3}$.　　**B.** $k=\dfrac{1}{3}$.　　**C.** $k=-3$.　　**D.** $k=3$.

Câu 46: **[2D1-3]** Cho hàm số $f(x)=\left(m^{2018}+1\right)x^4+\left(-2m^{2018}-2^{2018}m^2-3\right)x^2+m^{2018}+2018$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$.

A. 3.　　**B.** 5.　　**C.** 6.　　**D.** 7.

Câu 47: **[2D2-4]** Xét các số thực x, y $(x\ge 0)$ thỏa mãn

$$2018^{x+3y}+2018^{xy+1}+x+1=2018^{-xy-1}+\frac{1}{2018^{x+3y}}-y(x+3).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in(2;3)$. **D.** $m\in(-1;0)$.

Câu 48: **[2D1-4]** Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$ $(x_0\neq 0)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x_0+y_0=0$. **B.** $2x_0+y_0=2$. **C.** $2x_0+y_0=-2$. **D.** $2x_0+y_0=-4$.

Câu 49: **[2H1-4]** Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 50: **[2D2-4]** Tính giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2-xy+1$ biết rằng $4^{x^2+\frac{1}{x^2}-1}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$ với $x\neq 0$ và $-1\leq y\leq\frac{13}{2}$.

A. $P=4$. **B.** $P=2$. **C.** $P=1$. **D.** $P=3$.

----------**HẾT**----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	A	A	A	B	D	A	B	B	A	A	D	A	B	A	B	C	A	A	A	C	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	D	A	A	A	A	D	C	C	C	C	D	B	A	C	D	D	C	D	D	D	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: **[2D2-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{-3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y=\left(x^2-2x+3\right)^{-3}$ xác định khi $(x-1)^2+2\neq 0 \Leftrightarrow x^2-2x+3\neq 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định là: $D=\mathbb{R}$.

Câu 2: **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1$.

A. $S=\{0;5\}$. **B.** $S=\{5\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{1;5\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x>-1$.

Khi đó, $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+3\right)=\log_3\left[3(x+1)\right]$

$\Leftrightarrow x^2-2x+3=3(x+1) \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Câu 3: **[2H1-1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

Số các cạnh của hình đa diện đều luôn luôn:

A. Lớn hơn 6. **B.** Lớn hơn 7.

C. Lớn hơn hoặc bằng 8. **D.** Lớn hơn hoặc bằng 6.

Lời giải

Chọn D.

Hình tứ diện là một hình đa diện nên ta chọn **D**.

Câu 4: **[2D2-1]** Cho a là số thực dương khác 4. Tính $\mathrm{I}=\log_{\frac{a}{4}}\left(\dfrac{a^3}{64}\right)$.

A. $I=3$. **B.** $I=\dfrac{1}{3}$. **C.** $I=-3$. **D.** $I=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

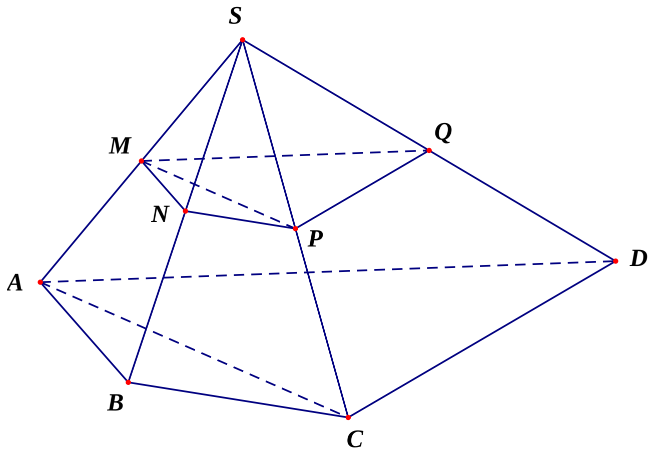
Ta có $\mathrm{I}=\log_{\frac{a}{4}}\left(\dfrac{a^3}{64}\right)=\log_{\frac{a}{4}}\left(\dfrac{a}{4}\right)^3=3.$

Câu 5: **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $V_{S.MNP}=\dfrac{1}{8}V_{S.ABC}$ và $V_{S.MQP}=\dfrac{1}{8}V_{S.ADC}$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ}=V_{S.MQP}+V_{S.MNP}=\dfrac{1}{8}V_{S.ABC}+\dfrac{1}{8}V_{S.ADC}=\dfrac{1}{8}V_{S.ABCD}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 6: **[1H1-1]** Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1;2)$ sẽ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(2;4)$. **B.** $A'(-1;-2)$. **C.** $A'(4;2)$. **D.** $A'(3;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1;2)$ nên vectơ tịnh tiến $\vec{u}=\overrightarrow{OA}=(1;2)$.

Khi đó, $\begin{cases} x'=1+1=2 \\ y'=2+2=4 \end{cases} \Rightarrow A'(2;4)$.

Câu 7: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ của điểm M là

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M(1;0;3)$.

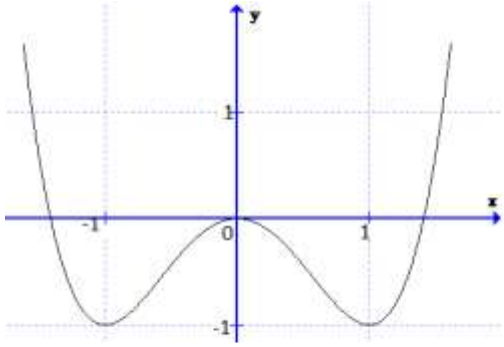
Lời giải

Chọn B.

Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz), khi đó hoành độ điểm A: $x_A=0$

Do đó tọa độ điểm $M(0;-2;3)$.

Câu 8: **[2D1-1]** Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 9: **[2H3-1]** Trong không gian Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$?

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

B. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$.

D. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$ có dạng $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

Câu 10: **[2D1-2]** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

A. 1.　　**B.** 2.　　**C.** 3.　　**D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Ta có:

Hàm số đã cho không có tiệm cận xiên.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, nên đường thẳng có phương trình $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}=\dfrac{x-6}{x+1}\ (\forall x\in D)\Rightarrow \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên đường thẳng có phương trình $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Câu 11: **[2D3-2]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{4x-3}$.

A. $\displaystyle\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=2\ln\left(2x-\frac{3}{2}\right)+\mathrm{C}$.

B. $\displaystyle\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$.

C. $\int \frac{2dx}{4x-3}=\frac{1}{2}\ln\left(2x-\frac{3}{2}\right)+C$. **D.** $\int \frac{2dx}{4x-3}=\frac{1}{4}\ln|4x-3|+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{4x-3}$ là: $\int \frac{2dx}{4x-3}=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$, vì:

$$\left[\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C\right]'=\frac{1}{2}.\frac{2}{2x-\frac{3}{2}}=\frac{2}{4x-3}=f(x).$$

Câu 12: **[2D2-2]** Cho phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0$. Khi đặt $t=2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2+8t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+2t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-2x}\right)^2+2^3.2^{x^2-2x}-3=0$.

Kho đó, đặt $t=2^{x^2-2x}$, ta được phương trình $t^2+8t-3=0$.

Câu 13: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số có bốn điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua các nghiệm này. Do đó các mệnh đề "Hàm số không có cực đại" và "Hàm số có bốn điểm cực trị" bị LOẠI.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và có giá trị cực tiểu bằng $y_{CT}=y(2)=-6$.

Câu 14: **[2D1-1]** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{2x+1}{x+3}$. **B.** $y=\frac{-3x-1}{x-2}$. **C.** $y=-2x^3-5x$. **D.** $y=x^3+2x$.

Lời giải

Chọn D.

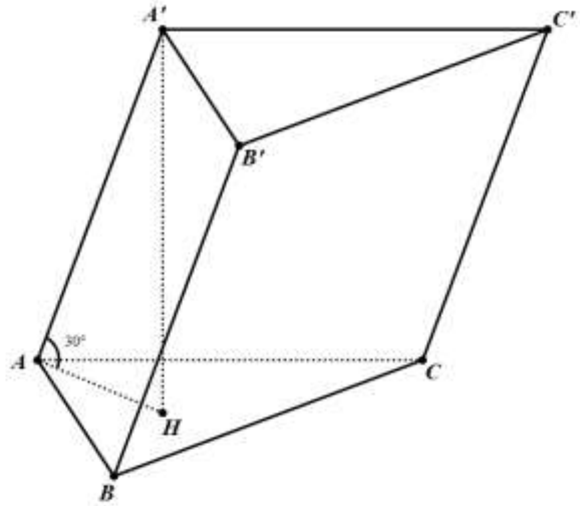
Hàm số $y=x^3+2x$ có $y'=3x^2+2>0$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ nên hàm số này đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 15: **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên $AA'=a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A.



Kẻ $A'H \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khi đó góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng góc giữa AA' và AH bằng $\widehat{A'AH} = 30°$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại H, có $A'H = A'A.\sin\widehat{A'AH} = a.\sin 30° \Leftrightarrow A'H = \dfrac{a}{2}$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'H = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{2} \Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 16: **[1H2-1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)

- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)

- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (III).

C. (I) và (II). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Chọn B.

Câu hỏi lý thuyết.

Câu 17: **[2D2-2]** Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền ? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 738.100 đồng. **B.** 726.000 đồng. **C.** 714.000 đồng. **D.** 750.300 đồng.

Lời giải

Chọn A.

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31+29+31+30=121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2 = 100 + 1.100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3 = 100 + 2.100$.

…

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1)100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121} = 100.121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \dfrac{121}{2}(u_1 + u_{121}) = \dfrac{121}{2}(100 + 12100) = 738100$ đồng.

Câu 18: **[2D2-2]** Cho $x = 2018!$. Tính $A = \dfrac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \dfrac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \ldots + \dfrac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \dfrac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

A. $A = \dfrac{1}{2017}$. **B.** $A = 2018$. **C.** $A = \dfrac{1}{2018}$. **D.** $A = 2017$.

Lời giải

Chọn B.

$A = \dfrac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \dfrac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \ldots + \dfrac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \dfrac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$

$= \log_x 2^{2018} + \log_x 3^{2018} + \ldots + \log_x 2017^{2018} + \log_x 2018^{2018}$

$= 2018.\log_x 2 + 2018.\log_x 3 + \ldots + 2018.\log_x 2017 + 2018.\log_x 2018$

$= 2018.(\log_x 2 + \log_x 3 + \ldots + \log_x 2017 + \log_x 2018) = 2018.\log_x (2.3.....2017.2018)$

$= 2018.\log_{2018!} 2018! = 2018$.

Câu 19: **[2D2-2]** Nếu $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 3^{-1}. **C.** 27. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ \log_8 x > 0 \end{cases}$.

$\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{1}{3}\log_2 x\right) = \dfrac{1}{3}\log_2(\log_2 x)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{1}{3}\log_2 x\right) = \log_2(\log_2 x)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\log_2 x = (\log_2 x)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{27}(\log_2 x)^3 = \log_2 x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{27}(\log_2 x)^2 = 1 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 = 27$.

Câu 20: **[2D2-3]** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_5^2 x - m\log_5 x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 625$.

A. Không có giá trị nào của m. **B.** $m = 4$.

C. $m = -4$. **D.** $m = 44$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình: $\log_5^2 x - m\log_5 x + m + 1 = 0\ (1)$.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_5 x$.

Phương trình trở thành: $t^2 - mt + m + 1 = 0\ (2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 625$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 4$

(vì $x_1x_2 = 5^{t_1}.5^{t_2} = 5^{t_1+t_2} = 625$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 4 > 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \notin \varnothing$.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa đề.

Câu 21: **[1D1-2]** Cho phương trình $2m\sin x\cos x + 4\cos^2 x = m + 5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2m\sin x\cos x + 4\cos^2 x = m + 5 \Leftrightarrow m\sin 2x + 4\dfrac{1+\cos 2x}{2} = m + 5$

$\Leftrightarrow m\sin 2x + 2\cos 2x = m + 3$.

Phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi $m^2 + 4 \ge (m+3)^2 \Leftrightarrow m \le \dfrac{-5}{9}$.

Vậy có ba giá trị của $m \in E$ để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 22: **[1D2-2]** Bình có bốn đôi giày khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu ?

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{14}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

Gọi A:“ Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu” suy ra $n(A) = 4$.

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{7}$.

Vậy xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu là $\dfrac{1}{7}$.

Câu 23: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(2;0;2)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;4;-6)$.

Lời giải

Chọn C.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$, $\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2;5;-7)$.

Suy ra $A'(3;5;-6)$.

Câu 24: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc $120°$ và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

A. $\sqrt{19}$. **B.** -5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{39}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\left(|\vec{u}+\vec{v}|\right)^2 = \left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}|.|\vec{v}|\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right) + |\vec{v}|^2$

$= 2^2 + 2.2.5.\left(-\frac{1}{2}\right) + 5^2 = 19$.

Suy ra $|\vec{u}+\vec{v}| = \sqrt{19}$.

Câu 25: **[2D1-2]** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

A. $m = \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$

Có : $y' = 3x^2 - 6x$, $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right)y' - 2x - 1$.

Do đó, đường thẳng Δ qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này có phương trình là $y = -2x - 1$.

Để d vuông góc với Δ thì $(3m+1).(-2) = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{6}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = -\frac{1}{6}$.

Câu 26: **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $m^2 - n^2 = -312$. **B.** $m^2 - n^2 = 312$. **C.** $m^2 + n^2 = 543$. **D.** $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $A = \dfrac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}} = \dfrac{a^{\frac{7}{3}}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.a^{-\frac{5}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}$.

Suy ra $m=19$, $n=7$ $\Rightarrow m^2-n^2=312$.

Câu 27: **[2D1-2]** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Giá trị của M và m lần lượt là:

A. $M=40$; $m=-41$. **B.** $M=15$; $m=-41$. **C.** $M=40$; $m=8$. **D.** $M=40$; $m=-8$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-4;4] \\ x=3\in[-4;4] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(-4)=-41$; $y(-1)=40$; $y(3)=8$; $y(4)=15$.

Vậy: $M=40$; $m=-41$.

Câu 28: **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>1$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-\infty;-3)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>1 \Leftrightarrow 0<\log_4\dfrac{2x+1}{x-1}<\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 1<\dfrac{2x+1}{x-1}<4^{\frac{1}{2}}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-1}-1>0 \\ \dfrac{2x-1}{x-1}-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1}>0 \\ \dfrac{3}{x-1}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2<0 \\ x-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow x<-2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-2)$.

Câu 29: **[2D1-3]** Cho hàm số: $y=(m-1)x^3+(m-1)x^2-2x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D.

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ Có $y'=3(m-1)x^2+2(m-1)x-2$.

TH1: $m=1$ thì $y'=-2<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

+ TH2: $m\neq 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-1)<0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ (m-1)(m+5)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ -5\leq m\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -5\leq m<1.$$

Vậy các số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1.

Vậy có 7 giá trị nguyên.

Câu 30: **[2D3-2]** Cho $F(x)=(ax^2+bx-c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2018x^2-3x+1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tính $T=a+2b+4c$.

A. $T=-3035$. **B.** $T=1007$. **C.** $T=-5053$. **D.** $T=1011$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $F(x)=(ax^2+bx-c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2018x^2-3x+1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên ta có: $(F(x))'=f(x)$, với mọi $x\in(-\infty;+\infty)$.

$\Leftrightarrow (2ax^2+x(2b+2a)-2c+b)e^{2x}=(2018x^2-3x+1)e^{2x}$, với mọi $x\in(-\infty;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2a=2018\\2b+2a=-3\\-2c+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1009\\b=-\dfrac{2021}{2}\\c=-\dfrac{2023}{4}\end{cases}.$$

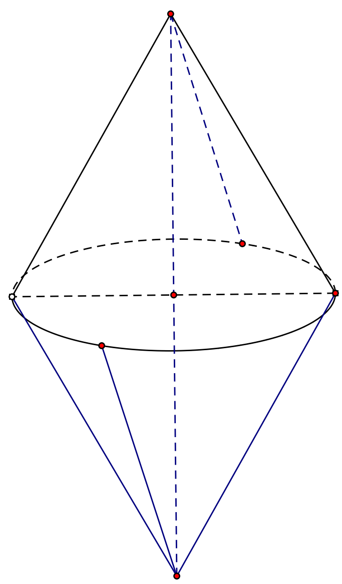
Vậy $T=a+2b+4c=1009+2.\left(-\dfrac{2021}{2}\right)+4.\left(-\dfrac{2023}{4}\right)=-3035$.

Câu 31: **[2H2-2]** Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn A.



Khối tròn xoay có được là hai khối nón giống nhau úp hai đáy lại với nhau.

Mỗi khối nón có đường cao $h=\dfrac{a}{2}$, bán kính đường tròn đáy $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V=2.\dfrac{1}{3}.h.\pi.r^2=\dfrac{2}{3}\dfrac{a}{2}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 32: **[2D3-2]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$.
B. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$.
C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$.
D. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$F(x)=\int f(x)\,dx=\int \dfrac{1}{2e^x+3}dx=\int \dfrac{e^x}{\left(2e^x+3\right)e^x}dx$.

Đặt $t=e^x \Rightarrow dt=e^x dx$. Suy ra

$F(x)=\int \dfrac{1}{(2t+3)t}dt=\dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{t}{2t+3}\right|+C=\dfrac{1}{3}\ln\left(\dfrac{e^x}{2e^x+3}\right)+C=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+C$.

Vì $F(0)=10$ nên $10=\dfrac{1}{3}(0-\ln 5)+C \Leftrightarrow C=10+\dfrac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$.

Câu 33: **[1D2-2]** Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n.

A. $n=5$.
B. $n=8$.
C. $n=6$.
D. $n=7$.

Lời giải

Chọn A.

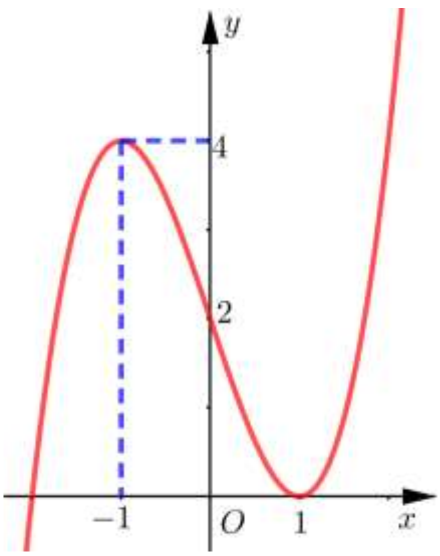
Số hạng tổng quát thứ $k+1$ là $T_{k+1}=C_n^k(-3x)^k=C_n^k(-3)^k x^k$.

Vì hệ số của x^2 nên cho $k=2$.

Khi đó ta có $C_n^2(-3)^2=90 \Leftrightarrow C_n^2=10 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \quad (n) \\ n=-4 \quad (l) \end{array}\right.$.

Vậy $n=5$.

Câu 34: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

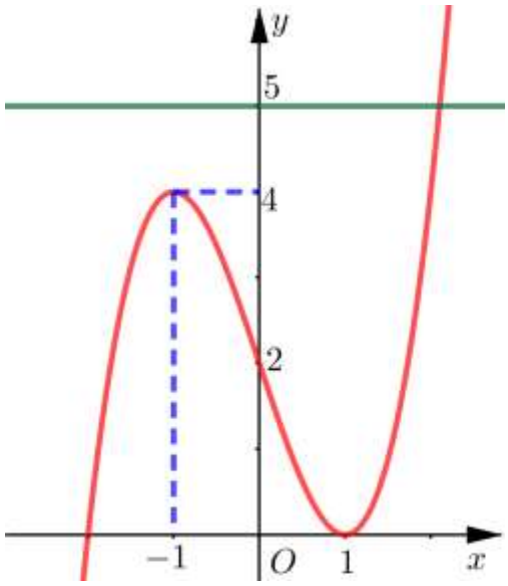


Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $y' = f'(x) - 5$; $y = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$. Dấu đạo hàm sai y'

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x) = 5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Nghĩa là phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất và y' đổi dấu khi qua nghiệm này.

Vậy hàm số $y = f(x) - 5x$ có một điểm cực trị.

Câu 35: **[2D2-3]** Cho hàm số $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3.2^{2018}x^2 - 2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức: $P = \dfrac{1}{f'(x_1)} + \dfrac{1}{f'(x_2)} + \dfrac{1}{f'(x_3)}$

A. $P = 3.2^{2018} - 1$. **B.** $P = 2^{2018}$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = -2018$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(x) = 3.2^{2018}(x^2 + 2x)$.

Do đồ thị hàm số $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3.2^{2018}x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 nên theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0 \\ x_1x_1x_3 = \dfrac{2018}{2^{2018}} \end{cases}$ (1).

Ta có $f'(x_1)f'(x_2) = (3.2^{2018})^2\left[(x_1x_2)^2 + 2x_1x_2(x_1 + x_2) + 4x_1x_2\right]$.

$f'(x_2)f'(x_3) = (3.2^{2018})^2\left[(x_2x_3)^2 + 2x_2x_3(x_2 + x_3) + 4x_2x_3\right]$

$f'(x_1)f'(x_3) = (3.2^{2018})^2\left[(x_1x_3)^2 + 2x_1x_3(x_1 + x_3) + 4x_1x_3\right]$

$\Rightarrow f'(x_1)f'(x_2) + f'(x_2)f'(x_3) + f'(x_3)f'(x_1)$

$= (3.2^{2018})^2\left[(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_2)^2 + 4(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)\right]$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)=0$ (3).

Mặt khác $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}=\dfrac{f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)}{f'(x_1)f'(x_2)f'(x_2)}$ (4).

Thay (3) vào (4) ta có $P=0$.

Câu 36: **[1D2-3]** Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng số điểm của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa ?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C.

Vì 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt nên số trận đấu là $C_{10}^2=45$ (trận).

Gọi số trận hòa là x, số không hòa là $45-x$ (trận).

Tổng số điểm mỗi trận hòa là 2, tổng số điểm của trận không hòa là $3(45-x)$.

Theo đề bài ta có phương trình $2x+3(45-x)=130 \Leftrightarrow x=5$.

Vậy có 5 trận hòa.

Câu 37: **[2D1-3]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=4x^3-4m^2x$.

Hàm số có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Gọi $A(0;m^4+5)$, $B(m;5)$, $C(-m;5)$ lần lượt là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC$ khi đó ta có ba điểm A, I, O thẳng hàng. Mặt khác do hai điểm B và C đối xứng nhau qua AO nên AO là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC \Rightarrow AB\perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0$.

Trong đó $\overrightarrow{AB}=(m;-m^4)$, $\overrightarrow{OB}=(m;5)$. Ta có phương trình $m^2-5m^4=0 \Leftrightarrow m=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 38: **[1D4-3]** Tìm $L=\lim\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{1+2}+...+\dfrac{1}{1+2+...+n}\right)$

A. $L=\dfrac{5}{2}$. **B.** $L=+\infty$. **C.** $L=2$. **D.** $L=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $1+2+3+...+k$ là tổng của cấp số cộng có $u_1=1$, $d=1$ nên $1+2+3+...+k=\dfrac{(1+k)k}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+2+...+k}=\frac{2}{k(k+1)}=\frac{2}{k}-\frac{2}{k+1},\ \forall k\in\mathbb{N}^*.$$

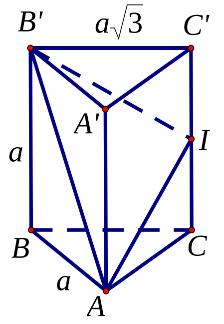
$$L=\lim\left(\frac{2}{1}-\frac{2}{2}+\frac{2}{2}-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{2}{4}+...+\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}\right)=\lim\left(\frac{2}{1}-\frac{2}{n+1}\right)=2.$$

Câu 39: **[1H3-3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB = AC = a$ và góc $BAC = 120°$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC = a^2 + a^2 - 2.a.a.\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $B'AB$ có $AB' = \sqrt{BB'^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông IAC có $IA = \sqrt{IC^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác vuông $IB'C'$ có $B'I = \sqrt{B'C'^2 + C'I^2} = \sqrt{3a^2 + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.

Xét tam giác $IB'A$ có $B'A^2 + IA^2 = 2a^2 + \dfrac{5a^2}{4} = \dfrac{13a^2}{4} = B'I^2 \Rightarrow \Delta IB'A$ vuông tại A

$\Rightarrow S_{IB'A} = \dfrac{1}{2}AB'.AI = \dfrac{1}{2}.a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}$.

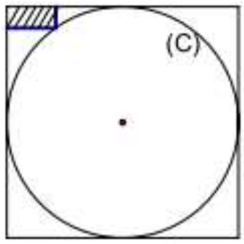
Lại có $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin BAC = \dfrac{1}{2}a.a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ là α.

Ta có ΔABC là hình chiếu vuông góc của $\Delta AB'I$ trên mặt phẳng (ABC).

Do đó $S_{ABC} = S_{IB'A}.\cos\alpha \Rightarrow \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}.\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

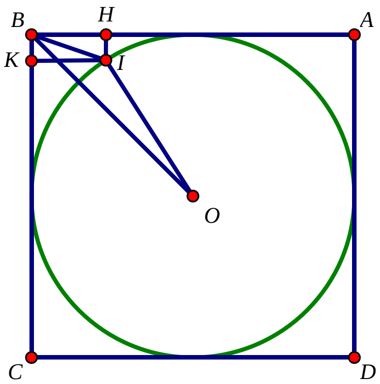
Câu 40: **[2H2-3]** Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a \times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a.



A. $\dfrac{100\pi a^3}{3}$.　　**B.** $250\pi a^3$.　　**C.** $\dfrac{250\pi a^3}{3}$.　　**D.** $100\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $BK = 2a$, $KI = a$ nên $BI = a\sqrt{5} \Rightarrow \cos KBI = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ và $\sin KBI = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Khi đó $\cos OBI = \cos\left(KBI - KBO\right) = \cos KBI.\cos 45^\circ + \sin KBI.\sin 45^\circ$

$= \dfrac{1}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{2}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$.

Kí hiệu $AB = 2x$ thì $OI = x, OB = x\sqrt{2}$.

Ta có $OI^2 = BO^2 + BI^2 - 2.BO.BI.\cos OBI = 2x^2 + 5a^2 - 2.x\sqrt{2}.a\sqrt{5}.\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = 2x^2 + 5a^2 - 6xa$

$\Leftrightarrow x^2 = 2x^2 + 5a^2 - 6xa \Leftrightarrow x^2 - 6xa + 5a^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = 5a \end{array}\right.$.

Vì $x > a$ nên $x = 5a$ hay $r = OI = 5a$.

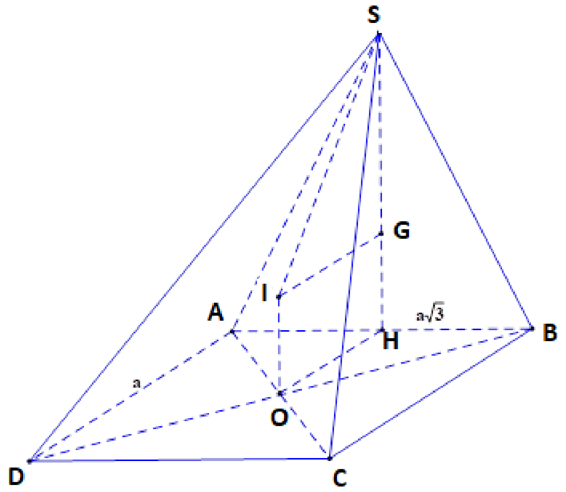
Vậy thể tích khối trụ (T) là $V = \pi(5a)^2.10a = 250\pi a^3$.

Câu 41: **[2H2-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}a$, $AD = a$, ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = 5\pi a^2$.　　**B.** $S = 10\pi a^2$.　　**C.** $S = 4\pi a^2$.　　**D.** $S = 2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (vì ΔSAB đều).

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của $AC, BD \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm $\Delta SBC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SBC.

Qua O dựng đường thẳng $d // SH \Rightarrow d$ là trục của đường tròn (O), qua G dựng đường thẳng $\Delta // OH \Rightarrow \Delta$ là trục của đường tròn (H). $d \cap \Delta = I \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Xét tam giác đều SAB có cạnh là $a\sqrt{3} \Rightarrow SH = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow SG = a$.

Mặt khác $IG = OH = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $SIG: IS^2 = SG^2 + IG^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{5a^2}{4} \Rightarrow IS = \dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

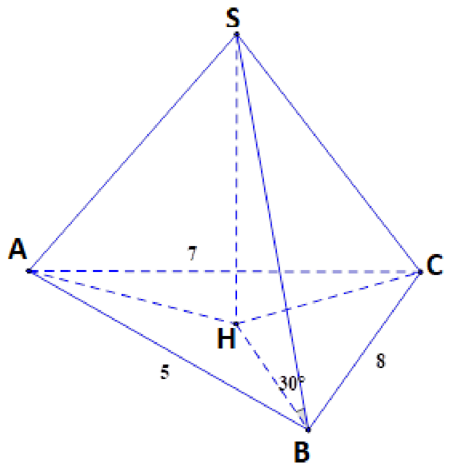
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$ là: $S = 4\pi R^2 = 5\pi a^2$.

Câu 42: **[2H1-4]** Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng $30°$ Biết $AB = 5$, $AC = 7$, $BC = 8$ tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d = \dfrac{35\sqrt{39}}{52}$. **B.** $d = \dfrac{35\sqrt{39}}{13}$. **C.** $d = \dfrac{35\sqrt{13}}{52}$. **D.** $d = \dfrac{35\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $\widehat{SAH}=\widehat{SBH}=\widehat{SCH}=30^\circ$ (theo giả thiết) nên các tam giác vuông SHA, SHB, SHC bằng nhau. Suy ra $HA=HB=HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Áp dụng công thức Hê-rông ta có $S_{\Delta ABC}=10\sqrt{3}$.

Mặt khác $S_{\Delta ABC}=\dfrac{abc}{4R} \Rightarrow R=\dfrac{7\sqrt{3}}{3} \Rightarrow HB=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông SHB: $SH=HB\tan 30^\circ=\dfrac{7}{3}$, $SB=\dfrac{HB}{\cos 30^\circ}=\dfrac{14}{3}$.

Suy ra $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{70\sqrt{3}}{9}$.

Áp dụng công thức Hê-rông ta có $S_{\Delta SBC}=\dfrac{8\sqrt{13}}{3}$.

Do đó $V_{A.SBC}=\dfrac{1}{3}d.S_{\Delta SBC} \Rightarrow d=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}=\dfrac{3\dfrac{70\sqrt{3}}{9}}{\dfrac{8\sqrt{13}}{3}}=\dfrac{35\sqrt{39}}{52}$.

Câu 43: **[2D2-3]** Để đóng học phí học đại học, bạn An vay ngân hàng số tiền $9.000.000$ đồng, lãi suất 3% /năm trong thời hạn 4 năm với thể thức cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào nợ gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 4 năm đến thời hạn trả nợ, hai bên thỏa thuận hình thức trả nợ như sau: "lãi suất cho vay được điều chỉnh thành $0,25\%$ /tháng, đồng thời hàng tháng bạn An phải trả nợ cho ngân hàng số tiền T không đổi và cứ sau mỗi tháng, số tiền T sẽ được trừ vào tiền nợ gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo". Hỏi muốn trả hết nợ ngân hàng trong 5 năm thì hàng tháng bạn An phải trả cho ngân hàng số tiền T là bao nhiêu ? (T được làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 182017 đồng. **B.** 182018 đồng. **C.** 182016 đồng. **D.** 182015 đồng.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức $T_n=A(1+r)^n$

Ta có số tiền cả gốc lẫn lãi bạn An vay ngân hàng sau 4 năm là: $T_4=9000000(1+3\%)^4=10129579,29$ Sai ở đây: chưa làm tròn. Để kết quả cuối cùng mới làm tròn.

Gọi T là số tiền phải trả hàng tháng.

- Cuối tháng thứ 1 bạn An nợ: $A(1+r)$ và đã trả T đồng nên còn nợ $A(1+r)-T$

- Cuối tháng thứ 2 bạn An còn nợ: $\left[A(1+r)-T\right](1+r)-T=A(1+r)^2-T(1+r)-T$

- Cuối tháng thứ 3 bạn An còn nợ:

$$\left[A(1+r)^2-T(1+r)-T\right](1+r)-T=A(1+r)^3-T(1+r)^2-T(1+r)-T$$

....

- Cuối tháng thứ n bạn An còn nợ:

$$A(1+r)^n-T(1+r)^{n-1}-T(1+r)^{n-2}-...-T=A(1+r)^n-T\frac{(1+r)^n-1}{r}$$

- Để bạn An trả hết nợ sau n tháng thì số tiền phải trả hàng tháng: $T=\dfrac{Ar\left(1+r\right)^{n}}{\left(1+r\right)^{n}-1}$

Số tiền này được trả sau 5 năm với lãi suất hàng tháng là $0,25\%$, nên bạn An mỗi tháng phải trả cho ngân hàng số tiền là: $T=\dfrac{Ar\left(1+r\right)^{n}}{\left(1+r\right)^{n}-1}=\dfrac{10145952,29.0,25\%.\left(1+0,25\%\right)^{5.12}}{\left(1+0,25\%\right)^{5.12}-1}=182015$.

Câu 44: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^{3}-\dfrac{1}{2}mx^{2}-4x-10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-1\right)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=x^2-mx-4$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx-4=0$.

Ta có $\Delta=m^2+16>0$, $\forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow y'=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m\in\mathbb{R}$ hay hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2 $\forall m\in\mathbb{R}$.

Do x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y'=0$ nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1.x_2=-4\end{cases}$.

$P=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-1\right)=\left(x_1x_2\right)^2-\left(x_1^2+x_2^2\right)+1=\left(x_1x_2\right)^2-\left(x_1+x_2\right)^2+2x_1x_2+1$

$=16-m^2-8+1=-m^2+9\le 9,\forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng $9\Leftrightarrow m=0$.

Câu 45: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$, với m là tham số; gọi $\left(C\right)$ là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị $\left(C\right)$ luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $k=\dfrac{1}{3}$. **C.** $k=-3$. **D.** $k=3$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$ và $y''=6x-6m$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)=0$.

$\Delta'=9m^2-9\left(m^2-1\right)=9$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị $x=\dfrac{3m+3}{3}=m+1$ và $x=\dfrac{3m-3}{3}=m-1$.

$y''\left(m-1\right)=6\left(m-1\right)-6m=-6<0\Rightarrow x=m-1$ là điểm cực đại của hàm số

$\Rightarrow A\left(m-1;-3m+2\right)$ là điểm cực đại của đồ thị $\left(C\right)$.

Ta có $\begin{cases} x_A = m-1 \\ y_A = -3m+2 \end{cases} \Rightarrow y_A = -3x_A - 1$

$\Rightarrow A$ luôn thuộc đường thẳng d có phương trình $y = -3x - 1$.

Do đó hệ số góc k của đường thẳng d là -3.

Câu 46: **[2D1-3]** Cho hàm số $f(x) = (m^{2018}+1)x^4 + (-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3)x^2 + m^{2018} + 2018$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2017|$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $g(x) = f(x) - 2017$.

Ta có $g'(x) = f'(x) = 4(m^{2018}+1)x^3 + 2(-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3)x$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{2m^{2018} + 2^{2018}m^2 + 3}{4(m^{2018}+1)} \end{array}\right.$.

Nhận xét $\dfrac{2m^{2018} + 2^{2018}m^2 + 3}{4(m^{2018}+1)} > 0 \;\; \forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số $g(x) = f(x) - 2017$ luôn có 3 cực trị.

Nhận xét $f(1) = (m^{2018}+1) + (-2m^{2018} - 2^{2018}m^2 - 3) + m^{2018} + 2018$.

Do đó $g(1) = -2^{2018}m^2 - 1 < 0 \, \forall m$. Suy ra hàm số $g(x)$ luôn có ba cực trị trong đó có hai cực tiểu nằm bên dưới trục Ox nên hàm số $y = |f(x) - 2017|$ có 7 cực trị.

Câu 47: **[2D2-4]** Xét các số thực x, y $(x \geq 0)$ thỏa mãn

$$2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x + 1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $m \in (0;1)$. **B.** $m \in (1;2)$. **C.** $m \in (2;3)$. **D.** $m \in (-1;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x + 1 = 2018^{-xy-1} + \dfrac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3)$

$\Leftrightarrow 2018^{x+3y} - 2018^{-x-3y} + x + 3y = 2018^{-xy-1} - 2018^{xy+1} - xy - 1$

$\Leftrightarrow f(x+3y) = f(-xy-1) \qquad (1)$

Xét hàm số $f(t) = 2018^t - 2018^{-t} + t$, với $t \in \mathbb{R}$ ta có

$f'(t) = 2018^t \ln 2018 + 2018^{-t} \ln 2018 + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $(1) \Leftrightarrow x + 3y = -xy - 1$

$\Leftrightarrow y(x+3) = -x - 1 \Rightarrow y = -\dfrac{x+1}{x+3} \Rightarrow T = x - \dfrac{2(x+1)}{x+3}$.

Xét hàm số $f(x) = x - \dfrac{2(x+1)}{x+3}$, với $x \in [0;+\infty)$ có

$$f'(x)=1-\frac{4}{(x+3)^2}=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}>0,\ \forall x\in(0;+\infty).$$

Do đó $f(x)$ đồng biến trên $[0;+\infty)\Rightarrow f(x)\ge f(0)=-\frac{2}{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=0\ \Rightarrow m=-\frac{2}{3}$.

Câu 48: **[2D1-4]** Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$ $(x_0\ne 0)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x_0+y_0=0$. **B.** $2x_0+y_0=2$. **C.** $2x_0+y_0=-2$. **D.** $2x_0+y_0=-4$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có dạng $d:y=y'(x_0).(x-x_0)+y_0$.

Ta có $M(x_0;y_0)\in(C)\Rightarrow y_0=\frac{2x_0}{x_0+2}$

Lại có $y'=\frac{4}{(x+2)^2}\Rightarrow y'(x_0)=\frac{4}{(x_0+2)^2}$.

Do đó $d:y=\frac{4}{(x_0+2)^2}.(x-x_0)+\frac{2x_0}{x_0+2}$

$\Rightarrow d:y(x_0+2)^2=4x-4x_0+2x_0(x_0+2)\Rightarrow d:4x-(x_0+2)^2y+2x_0^2=0$

$$\Rightarrow d(I;d)=\frac{\left|-8-2(x_0+2)^2+2x_0^2\right|}{\sqrt{4^2+(x_0+2)^4}}=\frac{|-16-8x_0|}{\sqrt{(x_0+2)^4+16}}=\frac{8}{\sqrt{(x_0+2)^2+\frac{16}{(x_0+2)^2}}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$$(x_0+2)^2+\frac{16}{(x_0+2)^2}\ge 2\sqrt{(x_0+2)^2.\frac{16}{(x_0+2)^2}}=8>0\Rightarrow d(I;d)\le 1.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x_0+2)^2=\frac{16}{(x_0+2)^2}\Leftrightarrow (x_0+2)^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-4\end{array}\right.$

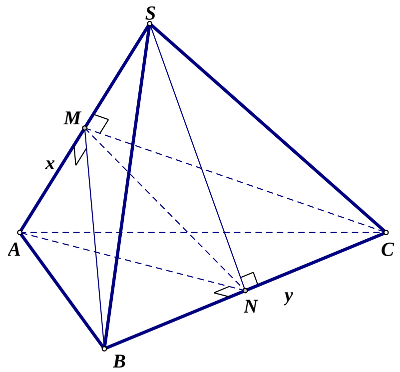
Bài ra $x_0\ne 0$ nên $x_0=-4\Rightarrow y_0=4\Rightarrow 2x_0+y_0=-4$.

Câu 49: **[2H1-4]** Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC. Ta dễ dàng chứng minh được MN là đoạn vuông góc chung của SA và BC.

Suy ra $V_{S.ABC} = 2V_{S.MBC}$.

Ta có $4MN^2 = 4MB^2 - y^2$; $MB^2 = 1 - \frac{x^2}{4}$.

Thay vào ta được $4MN^2 = 4MB^2 - y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2}$.

Vậy $V_{SABC} = 2V_{S.MBC} = \frac{x}{3}.\frac{1}{2}MN.BC = \frac{1}{12}xy\sqrt{4 - x^2 - y^2} = \frac{1}{12}\sqrt{x^2.y^2\left(4 - x^2 + y^2\right)}$.

Theo bất đẳng thức trung bình cộng – trung bình nhân ta có $x^2.y^2\left(4 - x^2 - y^2\right) \le \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$.

Vậy $V_{S.ABC} \le \frac{2\sqrt{3}}{27}$. Dấu bằng đạt được khi $x = y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50: **[2D2-4]** Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 1$ biết rằng $4^{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} = \log_2\left[14 - (y-2)\sqrt{y+1}\right]$ với $x \ne 0$ và $-1 \le y \le \frac{13}{2}$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Xét $4^{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} = \log_2\left[14 - (y-2)\sqrt{y+1}\right]$.

Ta có $4^{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} \ge 4^{2\sqrt{x^2.\frac{1}{x^2}} - 1} = 4$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = \pm 1$, (1).

Mặt khác $14 - (y-2)\sqrt{y+1} = 14 + 3\sqrt{y+1} - \left(\sqrt{y+1}\right)^3$.

Đặt $t = \sqrt{y+1}$ ta có $0 \le t \le \frac{\sqrt{30}}{2}$. Xét hàm số $f(t) = -t^3 + 3t + 14$. Ta tìm GTLN – GTNN của hàm số trên đoạn $\left[0; \frac{\sqrt{30}}{2}\right]$ được $\min\limits_{\left[0;\frac{\sqrt{30}}{2}\right]} f(t) = f\left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right) = \frac{56 - 9\sqrt{30}}{4}$; $\max\limits_{\left[0;\frac{\sqrt{30}}{2}\right]} f(t) = f(1) = 16$.

Suy ra $\log_2\left[14 - (y-2)\sqrt{y+1}\right] \le \log_2 16 = 4$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra ta có $\begin{cases} x = \pm 1 \\ t = \sqrt{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0 \end{cases}$. Thay vào $P = 2$.