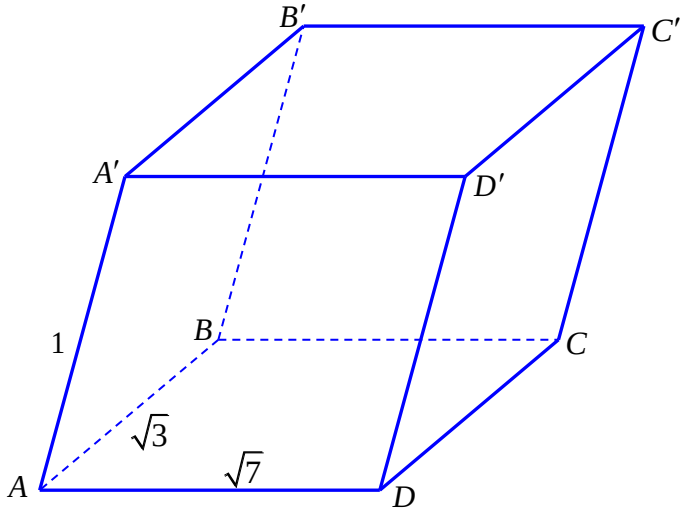
Câu 1: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}$; $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc $45°$, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích khối hộp là:



A. $\sqrt{7}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $7\sqrt{7}$.

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$, $(a\le b)$ có diện tích S là:

A. $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 3: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là:

A. $y=9x-7$. **B.** $y=9x+7$. **C.** $y=-9x-7$. **D.** $y=-9x+7$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là:

A. $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $3\cos 3x+C$. **D.** $-3\cos 3x+C$.

Câu 5: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\,\mathrm{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể(làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

A. 75 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 36 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7: Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1=\frac{1}{3}$ và $U_{n+1}=\frac{n+1}{3n}.U_n$. Tổng $S=U_1+\frac{U_2}{2}+\frac{U_3}{3}+...+\frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}$. **B.** $\frac{29524}{59049}$. **C.** $\frac{25942}{59049}$. **D.** $\frac{1}{243}$.

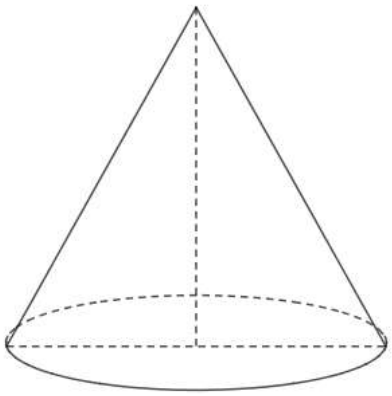
Câu 8: Cho bất phương trình: $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x:

A. $2\le m\le 3$. **B.** $2<m\le 3$. **C.** $-3\le m\le 7$. **D.** $m\le 3$; $m\ge 7$.

Câu 9: Khối lăng trụ có chiều cao bằng h, diện tích đáy bằng B có thể tích là:

A. $V=\frac{1}{6}B.h$. **B.** $V=B.h$. **C.** $V=\frac{1}{3}B.h$. **D.** $V=\frac{1}{2}B.h$.

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Thể tích của khối nón là:



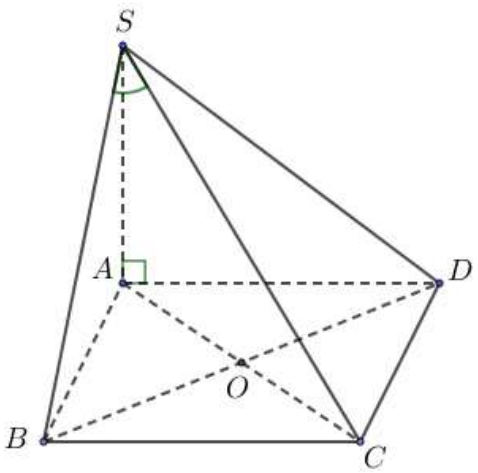
A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

A. $6x+4y+3z+12=0$. **B.** $6x+4y+3z=0$.

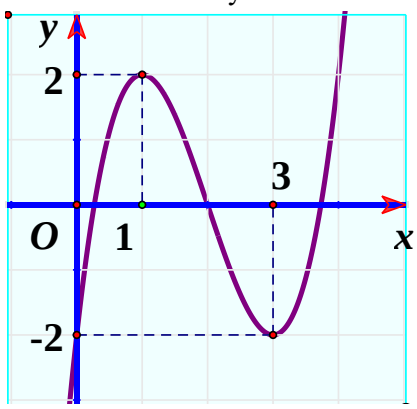
C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z-24=0$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC). Tính $\sin\alpha$ ta được kết quả là:



A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 13: Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+6x^2-9x+2$.

B. $y=x^3-6x^2+9x-2$.

C. $y=-x^3+6x^2+9x-2$.

D. $y=x^3-3x^2-2$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 75.

Câu 15: Hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y=\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng:

A. $\frac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$. **B.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}+\pi}{6}$. **D.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16: Tính giá trị của biểu thức $K=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0<a\neq 1$ ta được kết quả là

A. $K=\frac{4}{3}$. **B.** $K=\frac{3}{2}$. **C.** $K=\frac{3}{4}$. **D.** $K=-\frac{3}{4}$.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA=BC=a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ tâm I và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(3;4;2)$. **D.** $M(4;1;2)$.

Câu 19: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{5}{14}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{6}$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{\sqrt{6}}$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\ln(x-1)=\frac{1}{x-2}$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của vecto $\vec{v}=(1;6;2)$ và (P) tiếp xúc với (S). Lập phương trình mặt phẳng (P).

A. $2x-y+2z-2=0$ và $x-2y+z-21=0$. **B.** $x-2y+2z+3=0$ và $x-2y+z-21=0$.

C. $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$. **D.** $2x-y+2z+5=0$ và $2x-y+2z-2=0$.

Câu 23: Tìm m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-\frac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

A. $K(0;0;1)$. **B.** $J(0;1;0)$. **C.** $I(1;0;0)$. **D.** $O(0;0;0)$.

Câu 25: Biết $\int_0^2 2x\ln(x+1)\,dx=a.\ln b$, với $a,b\in N^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 33. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 39.

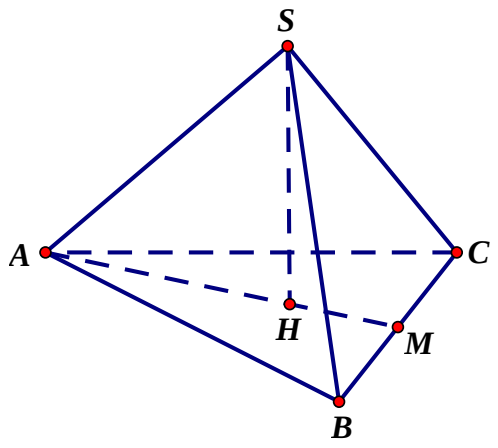
Câu 26: Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{x}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27: Cho đường thẳng (d) có phương trình $4x+3y-5=0$ và đường thẳng (Δ) có phương trình $x+2y-5=0$. Phương trình đường thẳng (d') là ảnh của đường thẳng (d) qua phép đối xứng trục (Δ) là

A. $x-3=0$. **B.** $3x+y-1=0$. **C.** $3x+2y-5=0$. **D.** $y-3=0$.

Câu 28: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là



A. $\frac{100\pi}{3}$. **B.** $\frac{25\pi}{3}$. **C.** $\frac{100\pi}{27}$. **D.** 100π.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+2z-5=0$ và $(Q): 4x+5y-z+1=0$. Các điểm A, B phân biệt cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véctơ nào sau đây?

A. $\vec{w}=(3;-2;2)$. **B.** $\vec{v}=(-8;11;-23)$. **C.** $\vec{k}=(4;5;-1)$. **D.** $\vec{u}=(8;-11;-23)$.

Câu 30: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+4x^2-3$ là:

A. Đường thẳng $x=2$. **B.** Đường thẳng $x=-1$. **C.** Trục hoành. **D.** Trục tung.

Câu 31: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2=C_n^2+C_n^1+4n+6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x)=\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^n$ bằng:

A. 18564. **B.** 64152. **C.** 192456. **D.** 194265.

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;4)$. Gọi A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$, góc quay $90°$. Điểm A' có tọa độ là

A. $A'(-3;4)$. **B.** $A'(-4;-3)$. **C.** $A'(3;-4)$. **D.** $A'(-4;3)$.

Câu 35: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_5 3 = b$. Tính $\log_{24} 15$ theo a và b.

A. $\dfrac{a(1+b)}{ab+3}$. **B.** $\dfrac{a(1+2b)}{ab+1}$. **C.** $\dfrac{b(1+2a)}{ab+3}$. **D.** $\dfrac{a}{ab+1}$.

Câu 36: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 38: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 40: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\dfrac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)$ là:

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax+by+cz+3=0$. Tính $T = a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 42: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2+1$. **B.** $y = \dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y = x+1$. **D.** $y = x^4+1$.

Câu 43: Biết đồ thị hàm số $y = \dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$

A. 6. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 44: Tích phân $\int_0^1 \dfrac{1}{2x+5}dx$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}\log\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{7}$. **D.** $-\dfrac{4}{35}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x}+\sqrt{1+2\sin x}=\frac{m}{2}$ có nghiệm thực.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

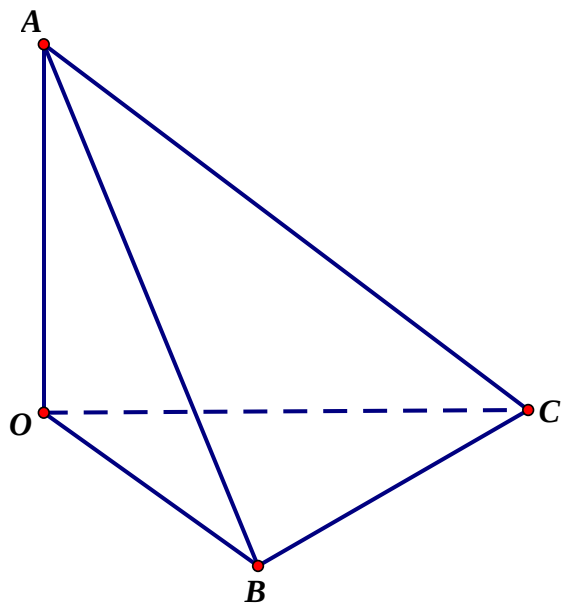
Câu 46: An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi them đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 48: Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=(3+\cot^2\alpha).(3+\cot^2\beta).(3+\cot^2\gamma)$ là

A. Số khác. **B.** $48\sqrt{3}$. **C.** 48. **D.** 125.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm dương, liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $3\int_0^1\left[f'(x)[f(x)]^2+\frac{1}{9}\right]dx\le 2\int_0^1\sqrt{f'(x)}f(x)dx$. Tính tích phân $\int_0^1[f(x)]^3dx$:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

Câu 50: Xét hàm số $f(x)=|x^2+ax+b|$, với a, b là tham số. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a+2b$.

A. 3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

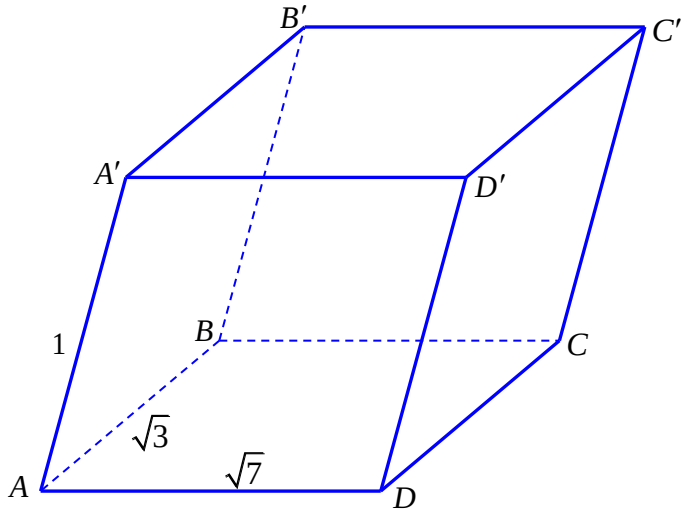
BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	A	B	B	B	B	B	D	C	A	B	B	A	C	D	C	C	B	D	C	A	D	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	C	D	D	C	A	C	D	A	C	A	B	C	B	B	C	D	B	A	C	B	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

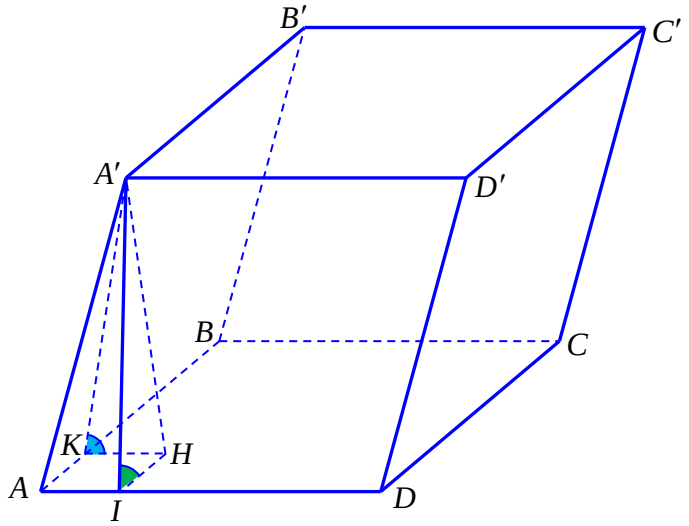
Câu 1: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}$; $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc $45°$, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích khối hộp là:



A. $\sqrt{7}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $7\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$;

kẻ $HK \perp AB$, $HI \perp AD$ thì $\left((ABB'A'),(ABCD)\right)=HKA'$ và $\left((ADD'A'),(ABCD)\right)=HIA'$

Theo giả thiết, ta có $HKA' = HIA' = 45°$ $\Rightarrow \Delta HKA' = \Delta HIA'$ $\Rightarrow HI = HK$

$\Rightarrow$ tứ giác $AIHK$ là hình vuông cạnh a, $(a > 0)$ $\Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Tam giác $A'HK$ vuông cân tại H có $HK = HA' = a$

Tam giác AHA' vuông tại H có $AA'^2 = AH^2 + A'H^2$

$\Leftrightarrow a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'H = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Khi đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'H \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}.\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}$.

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $(a \le b)$ có diện tích S là:

A. $S = \int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S = \left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 3: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

A. $y = 9x - 7$. **B.** $y = 9x + 7$. **C.** $y = -9x - 7$. **D.** $y = -9x + 7$.

Lời giải

Chọn A.

$y' = 3x^2 + 6x$

Có $x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 2$ và $y'(1) = 9$

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm $(1;2)$ có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 9x - 7$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là:

A. $-\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$. **C.** $3\cos 3x + C$. **D.** $-3\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn A.

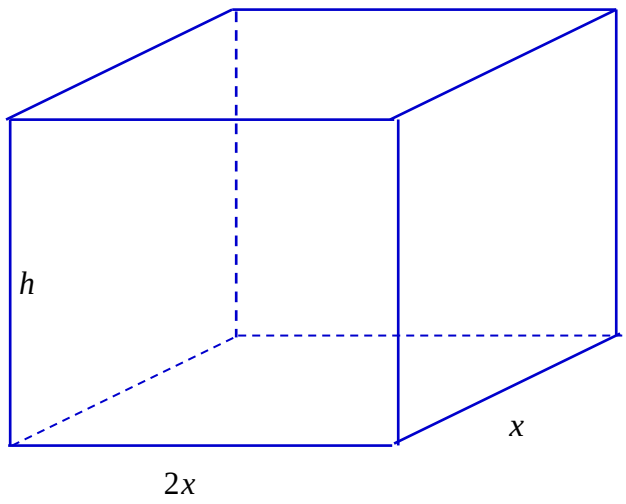
Ta có $\int \sin 3x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\int \sin 3x\mathrm{d}3x = -\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 5: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\,\mathrm{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể(làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

A. 75 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 36 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B.



Gọi x Gọi x là chiều rộng của đáy, h là chiều cao của đáy.

Thể tích của khối hộp chữ nhật không nắp bằng 200 m^3 nên ta có

$V = 2x.x.h = 200\text{ cm}^3 \Rightarrow h = \dfrac{100}{x^2}$.

Diện tích bể nước là $S = 2x^2 + 6xh = 2x^2 + \dfrac{600}{x} = f(x)$.

$f'(x) = 4x - \dfrac{600}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$. Suy ra $\text{Min } f(x) = f\left(\sqrt[3]{150}\right)$.

Chi phí thấp nhất để xây bể là $f\left(\sqrt[3]{150}\right).300.000 \approx$ 51 triệu đồng.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ và $f(|x|)$.

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(\lvert x\rvert)$		$\nwarrow$		$\swarrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là 3.

Câu 7: Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1=\frac{1}{3}$ và $U_{n+1}=\frac{n+1}{3n}.U_n$. Tổng $S=U_1+\frac{U_2}{2}+\frac{U_3}{3}+...+\frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}$. **B.** $\frac{29524}{59049}$. **C.** $\frac{25942}{59049}$. **D.** $\frac{1}{243}$.

Lời giải

Chọn B.

Theo đề ta có: $U_{n+1}=\frac{n+1}{3n}.U_n \Leftrightarrow \frac{U_{n+1}}{n+1}=\frac{1}{3}\frac{U_n}{n}$ mà $U_1=\frac{1}{3}$ hay $\frac{U_1}{1}=\frac{1}{3}$

Nên ta có $\frac{U_2}{2}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{U_3}{3}=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^3$; ...; $\frac{U_{10}}{10}=\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$.

Hay dãy $\left(\frac{U_n}{n}\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $U_1=\frac{1}{3}$, công bội $q=\frac{1}{3}$.

Khi đó $S=U_1+\frac{U_2}{2}+\frac{U_3}{3}+...+\frac{U_{10}}{10}=\frac{1}{3}\pi.2^2.\sqrt{3}=\frac{3^{10}-1}{2.3^{10}}=\frac{59048}{2.3^{10}}=\frac{29524}{59049}$.

Câu 8: Cho bất phương trình: $1+\log_5(x^2+1)\ge\log_5(mx^2+4x+m)$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x:

A. $2\le m\le 3$. **B.** $2<m\le 3$. **C.** $-3\le m\le 7$. **D.** $m\le 3$; $m\ge 7$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $mx^2+4x+m>0$.

Ta có $1+\log_5(x^2+1)\ge\log_5(mx^2+4x+m)\Leftrightarrow\log_5 5(x^2+1)\ge\log_5(mx^2+4x+m)$

$\Leftrightarrow 5(x^2+1)\ge mx^2+4x+m\Leftrightarrow(5-m)x^2-4x+5-m\ge 0$.

Để (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x khi $f(0)=1$.

$$\begin{cases} \begin{cases} m>0 \\ 4-m^2<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 5-m>0 \\ 4-(5-m)^2 \le 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 2<m\le 3.$$

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 9: Khối lăng trụ có chiều cao bằng h, diện tích đáy bằng B có thể tích là:

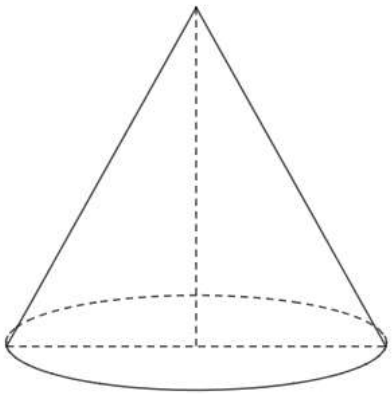
A. $V=\frac{1}{6}B.h$. **B.** $V=B.h$. **C.** $V=\frac{1}{3}B.h$. **D.** $V=\frac{1}{2}B.h$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối lăng trụ $V=B.h$.

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Thể tích của khối nón là:



A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.2^2.\sqrt{3}=\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

A. $6x+4y+3z+12=0$. **B.** $6x+4y+3z=0$.

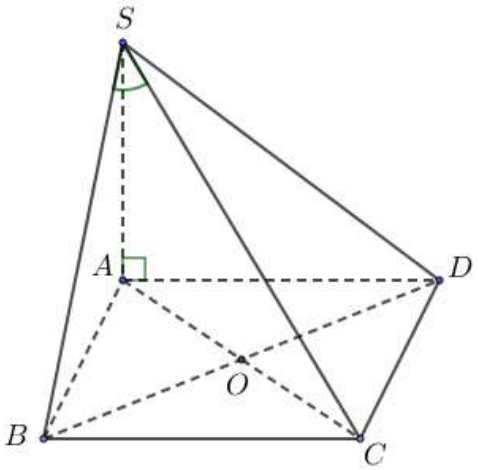
C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z-24=0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

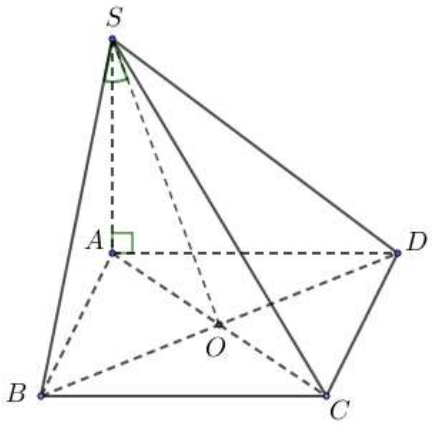
Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC). Tính $\sin\alpha$ ta được kết quả là:



A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

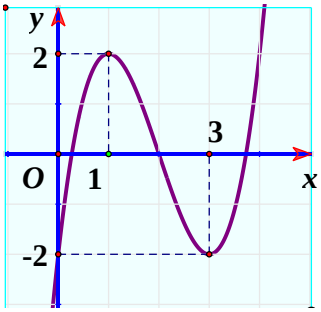
Chọn A.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $BO \perp (SAC) \Rightarrow \alpha = (SB,(SAC)) = BSO$.

Ta có $SB = a\sqrt{7}$, $\sin\alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 13: Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+6x^2-9x+2$.

B. $y=x^3-6x^2+9x-2$.

C. $y=-x^3+6x^2+9x-2$.

D. $y=x^3-3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra $a>0$, $d=-2$, đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1;2)$ và $(3;-2)$ nên ta có $\begin{cases}2=a+b+c-2\\-2=27a+9b+3c-2\\0=12a+2b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-6\\c=9\end{cases}$.

Vậy $y=x^3-6x^2+9x-2$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 27.

B. 21.

C. 15.

D. 75.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=1-3x \Rightarrow \mathrm{d}t=-3\mathrm{d}x$.

Với $x=0\to t=1$ và $x=2\to t=-5$.

Ta có $\int_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x=\int_{0}^{2} f(1-3x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}9\mathrm{d}x=\int_{1}^{-5}\left[f(t)\right]\frac{\mathrm{d}t}{-3}+9x\Big|_{0}^{2}=\frac{1}{3}\int_{-5}^{1}\left[f(x)\right]\mathrm{d}x+18$

$=\frac{1}{3}.9+18=21$.

Câu 15: Hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y=\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng:

A. $\frac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$.

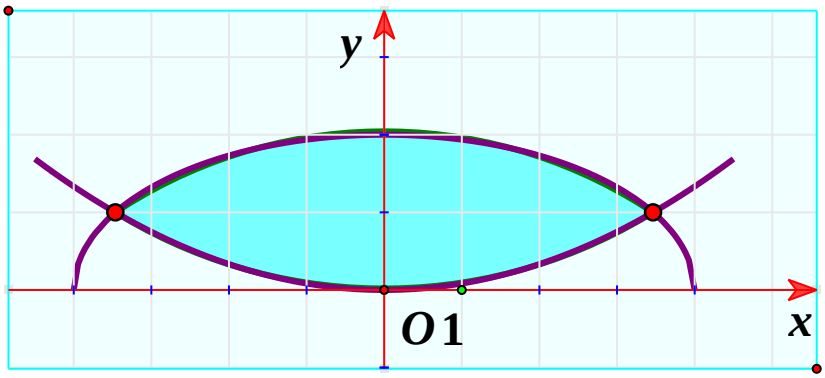
B. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}+\pi}{6}$.

D. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Phương trình hoành độ giao điểm là: $\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}=\frac{x^2}{12} \Leftrightarrow 4-\frac{x^2}{4}=\frac{x^4}{144}$

$\Leftrightarrow \frac{x^4}{144}+\frac{x^2}{4}-4=0 \Leftrightarrow x^4+36x^2-576=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=12 \\ x^2=-48 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}$.

Diện tích hình phẳng (H) là: $S=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{12}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x-\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\frac{x^2}{12}\mathrm{d}x$.

Xét $I=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x=4\sin t$, với $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \mathrm{d}x=4\cos t\mathrm{d}t$.

Với $x=-2\sqrt{3} \Rightarrow t=-\frac{\pi}{3}$

Với $x=2\sqrt{3} \Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$

Khi đó: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t\,\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}16\cos^2 t\,\mathrm{d}t=8\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t$

$=8\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}$.

Vậy:

$S=\frac{1}{2}\left(\frac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}\right)-\frac{x^3}{36}\Big|_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}=\frac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}-\left(\frac{24\sqrt{3}+24\sqrt{3}}{36}\right)=\frac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Câu 16: Tính giá trị của biểu thức $K=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0<a\neq 1$ ta được kết quả là

A. $K=\frac{4}{3}$. **B.** $K=\frac{3}{2}$. **C.** $K=\frac{3}{4}$. **D.** $K=-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

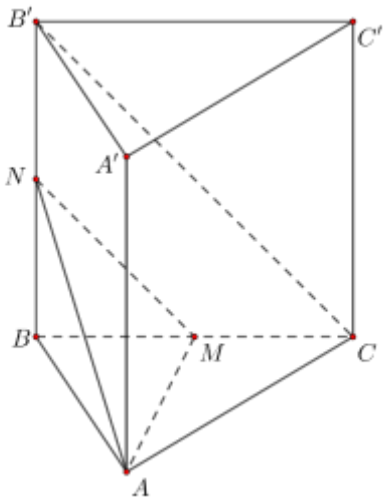
Ta có $\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}=\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA=BC=a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi N là trung điểm BB' nên $MN//B'C$ $\Rightarrow d(AM;B'C)=d(B'C;(AMN))=d(C;(AMN))$ $=d(B;(AMN))$. Gọi H là hình chiếu của B lên (AMN), do tứ diện $B.AMN$ là tứ diện vuông đỉnh B nên $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BM^2}+\frac{1}{BN^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{7}{a^2}$.

Vậy $BH=\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ tâm I và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(3;4;2)$. **D.** $M(4;1;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$. Do $d(I;(P))=9>R$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S). Do H là hình chiếu của I lên (P) và MH lớn nhất nên M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (P).

$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng IH là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=3-t\end{cases}$.

Giao điểm của IH với (S): $9t^2=9$ $\Leftrightarrow t=\pm1$ $\Rightarrow M_1(3;4;2)$ và $M_2(-1;0;4)$.

$M_1H=d(M_1;(P))=12$; $M_2H=d(M_2;(P))=6$.

Vậy điểm cần tìm là $M(3;4;2)$.

Câu 19: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{5}{14}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn C.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_9^3$.

Gọi biến cố A: " lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh". Suy ra $n(A)=C_5^2.C_4^1+C_5^3$.

Vậy $P(A)=\frac{25}{42}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{6}$.

B. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là: $r=d(I,(P))=\frac{5}{\sqrt{6}}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\ln(x-1)=\frac{1}{x-2}$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x)=\ln(x-1)$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hàm số $g(x)=\frac{1}{x-2}$ có $g'(x)=-\frac{1}{(x-2)^2}<0,\ \forall x\neq 2$ nên $g(x)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và $(2;+\infty)$.

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của vecto $\vec{v}=(1;6;2)$ và (P) tiếp xúc với (S). Lập phương trình mặt phẳng (P).

A. $2x-y+2z-2=0$ và $x-2y+z-21=0$.

B. $x-2y+2z+3=0$ và $x-2y+z-21=0$.

C. $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

D. $2x-y+2z+5=0$ và $2x-y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=4$. Véc tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;4;1)$.

Suy ra VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\vec{v}\right]=(2;-1;2)$.

Do đó (P) có dạng: $2x-y+2z+d=0$.

Mặt khác (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=4$

Hay $\dfrac{|2+3+4+d|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=-21 \\ d=3 \end{array}\right.$.

Vậy PTMP (P):

Câu 23: Tìm m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3mx^2-2(m^2+1)x+2$, $y''=6mx-2(m^2+1)$.

Để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'_{(1)}=0 \\ y''_{(1)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+3m=0 \\ -2m^2+6m-2>0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \\ \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

A. $K(0;0;1)$. **B.** $J(0;1;0)$. **C.** $I(1;0;0)$. **D.** $O(0;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Với $O(0;0;0)$, thay vào (P) ta được: $-1\neq 0$.

Câu 25: Biết $\int\limits_0^2 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x=a.\ln b$, với $a,b\in N^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 33. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 39.

Lời giải

Chọn D.

Xét $I=\int\limits_0^2 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x=6$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+1) \\ \mathrm{d}v=2x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x \\ v=x^2-1 \end{cases}$.

Ta có $I=\left(x^2-1\right)\ln\left(x+1\right)\Big|_0^2-\int\limits_0^2\frac{x^2-1}{x+1}\mathrm{d}x=3\ln 3-\int\limits_0^2\left(x-1\right)\mathrm{d}x=3\ln 3-\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Bigg|_0^2=3\ln 3$.

Vậy $a=3,\ b=3\Rightarrow 6a+7b=39$.

Câu 26: Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{x}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y=\frac{1}{x}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=-\frac{1}{x^2}<0,\ \forall x\in D$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

Vậy hàm số $y=\frac{1}{x}$ không có cực trị.

Câu 27: Cho đường thẳng $\left(d\right)$ có phương trình $4x+3y-5=0$ và đường thẳng $\left(\Delta\right)$ có phương trình $x+2y-5=0$. Phương trình đường thẳng $\left(d'\right)$ là ảnh của đường thẳng $\left(d\right)$ qua phép đối xứng trục $\left(\Delta\right)$ là

A. $x-3=0$. **B.** $3x+y-1=0$. **C.** $3x+2y-5=0$. **D.** $y-3=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M=\left(d\right)\cap\left(\Delta\right)\Rightarrow M\left(-1;3\right)$.

Lấy $N\left(2;-1\right)\in\left(d\right)$.

Gọi $\left(d_1\right)$ là đường thẳng qua N và vuông góc với $\left(\Delta\right)$, ta có $\left(d_1\right):2x-y-5=0$

Gọi $I=\left(d_1\right)\cap\left(\Delta\right)\Rightarrow I\left(3;1\right)$.

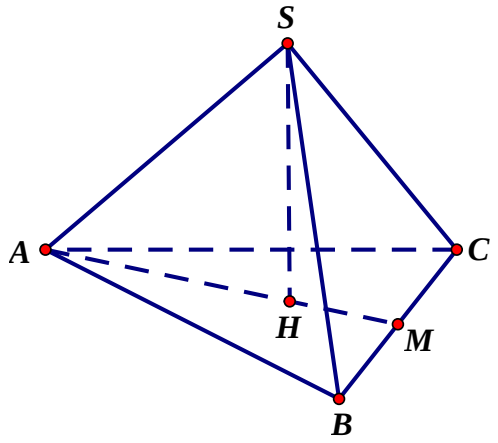
Gọi N' là ảnh của N qua phép đối xứng trục $\left(\Delta\right)\Rightarrow$ I là trung điểm của NN' nên $N'\left(4;3\right)$.

$\left(d'\right)$ là ảnh của đường thẳng $\left(d\right)$ qua phép đối xứng trục $\left(\Delta\right)$

$\Rightarrow\left(d'\right)$ là đường thẳng qua $M\left(-1;3\right)$ và $N'\left(4;3\right)$.

Vậy $\left(d'\right):y-3=0$.

Câu 28: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là



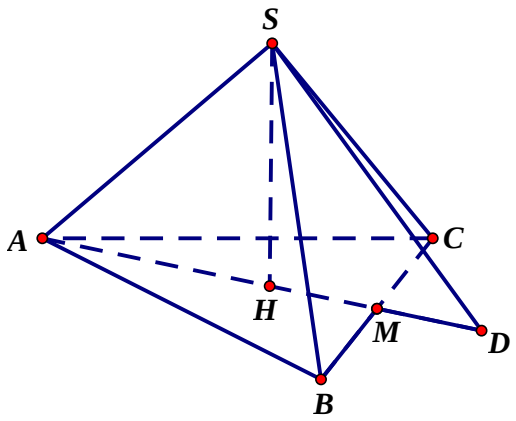
A. $\frac{100\pi}{3}$. **B.** $\frac{25\pi}{3}$. **C.** $\frac{100\pi}{27}$. **D.** 100π.

Lời giải

Chọn C.

* Gọi D là điểm đối xứng của A qua tâm H khi đó D thuộc mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

* Do (SAD) là mặt phẳng đối xứng của hình chóp nên đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD là đường tròn lớn của mặt cầu.



* Ta có: $AD=\frac{4}{3}AM=2\sqrt{3}$, $SA=SD=\sqrt{SH^2+AH^2}=\sqrt{\frac{10}{3}}$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$R=\frac{SA.SD.AD}{4S_{\Delta SAD}}=\frac{SA.SD.AD}{2AD.SH}=\frac{SA^2}{2SH}=\frac{5}{3\sqrt{3}}$$

Diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=\frac{100\pi}{27}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):3x-2y+2z-5=0$ và $(Q):4x+5y-z+1=0$. Các điểm A, B phân biệt cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véctơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{w}=(3;-2;2)$. **B.** $\vec{v}=(-8;11;-23)$. **C.** $\vec{k}=(4;5;-1)$. **D.** $\vec{u}=(8;-11;-23)$.

Lời giải

Chọn D.

* Ta có: $(P)\perp\vec{n}_{(P)}=(3;-2;2)$, $(Q)\perp\vec{n}_{(Q)}=(4;5;-1)$.

* Do $\begin{cases}AB\subset(P)\\AB\subset(Q)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AB\perp\vec{n}_{(P)}\\AB\perp\vec{n}_{(Q)}\end{cases}$ nên đường thẳng AB có véctơ chỉ phương là:

$$\vec{u}=\left[\vec{n}_{(Q)};\vec{n}_{(P)}\right]=(8;-11;-23)$$

* Do $\overrightarrow{AB}$ cũng là một véc tơ chỉ phương của AB nên $\overrightarrow{AB}//\vec{u}=(8;-11;-23)$.

Câu 30: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+4x^2-3$ là:

A. Đường thẳng $x=2$. **B.** Đường thẳng $x=-1$. **C.** Trục hoành. **D.** Trục tung.

Lời giải

Chọn D.

* Do hàm số là hàm chẵn nên trục đối xứng của đồ thị hàm số là trục tung.

Câu 31: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2+3$.

Lời giải

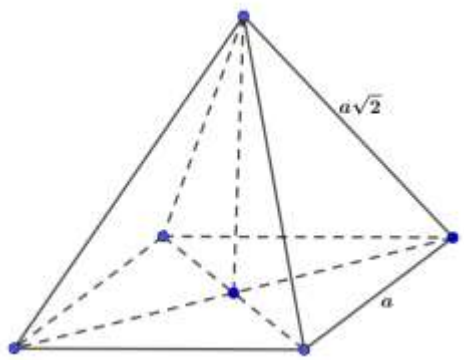
Chọn C.

Hàm số có dạng: $y=ax^4+bx^2+c$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\Rightarrow a>0$ (loại B).

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0\Rightarrow y=x^4-2x^2-3$.

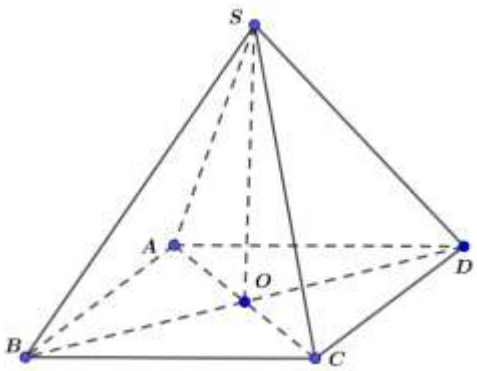
Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là



A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có: $OD=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{2a^2-\dfrac{a^2}{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 33: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2=C_n^2+C_n^1+4n+6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x)=\left(x^2+\dfrac{3}{x}\right)^n$ bằng:

A. 18564. **B.** 64152. **C.** 192456. **D.** 194265.

Lời giải

Chọn C.

$A_n^2=C_n^2+C_n^1+4n+6 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!}=\dfrac{n!}{(n-2)!.2!}+\dfrac{n!}{(n-1)!.1!}+4n+6$

$\Leftrightarrow n(n-1)=\dfrac{n(n-1)}{2}+n+4n+6 \Leftrightarrow n^2-11n-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=-1\ (l) \\ n=12\ (n) \end{array}\right.$.

Khi đó $P(x)=\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^{12}$.

Công thức số hạng tổng quát: $T_{k+1}=C_{12}^k.\left(x^2\right)^{12-k}.\left(\frac{3}{x}\right)^k=C_{12}^k.3^k.x^{24-3k}$.

Số hạng chứa $x^9 \Rightarrow 24-3k=9 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển là $C_{12}^5.3^5=192456$.

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;4)$. Gọi A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$, góc quay $90°$. Điểm A' có tọa độ là

A. $A'(-3;4)$. **B.** $A'(-4;-3)$. **C.** $A'(3;-4)$. **D.** $A'(-4;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} x_{A'}=x_A.\cos 90°-y_A.\sin 90°=-y_A=-4 \\ y_{A'}=x_A.\sin 90°+y_A.\cos 90°=x_A=3 \end{cases} \Rightarrow A'(-4;3)$.

Câu 35: Cho $\log_2 5=a$; $\log_5 3=b$. Tính $\log_{24}15$ theo a và b.

A. $\frac{a(1+b)}{ab+3}$. **B.** $\frac{a(1+2b)}{ab+1}$. **C.** $\frac{b(1+2a)}{ab+3}$. **D.** $\frac{a}{ab+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 5=a \Rightarrow \log_5 2=\frac{1}{a}$.

$$\log_{24}15=\frac{\log_5 15}{\log_5 24}=\frac{\log_5(3.5)}{\log_5\left(2^3.3\right)}=\frac{\log_3^5+1}{3\log_5 2+\log_5 3}=\frac{b+1}{3\cdot\frac{1}{a}+b}=\frac{a(b+1)}{3+ab}.$$

Câu 36: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Chọn C

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

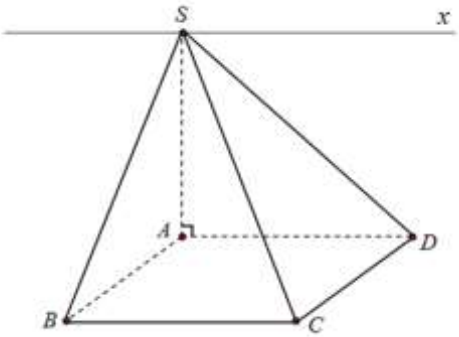
Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $(SBC)\cap(SAD)=Sx\,//\,BC\,//\,AD$.

Ta chứng minh được $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow Sx\perp SB$.

Lại có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AD\Rightarrow SA\perp Sx$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SAD) là góc $BSA=45°$.

Câu 38: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{\dfrac{1}{x}-3}=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là:

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_2 x=3\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x=8\end{cases}\Leftrightarrow x=8$.

Câu 40: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\dfrac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)$ là:

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $-2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$\log_a b=\sqrt{3}\Rightarrow b=a^{\sqrt{3}}$.

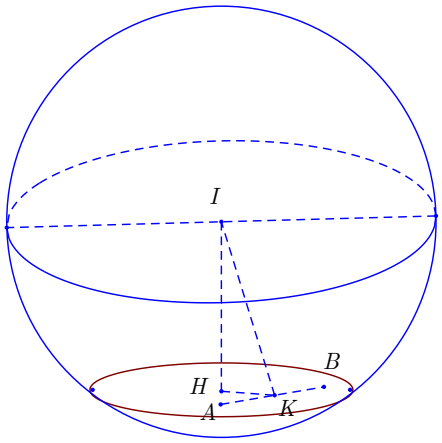
$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)=\log_{a^{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)}}\left(a^{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\right)}\right)=\frac{\left(2\sqrt{3}-3\right)2}{6\left(\sqrt{3}-2\right)}=-\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B.



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$. Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất. Mà $IH\le IK$ suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K(0;1;2)$ và $\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$.

Vậy $(P):(x-1)+y+(z-2)=0\Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Vậy $T=-3$.

Câu 42: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x^4+1$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y=x+1$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 43: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$

A. 6. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}=2m-n$ suy ra $y=2m-n$ là đường tiệm cận ngang

Theo giả thiết đồ thị hàm số trên nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận nên ta có

$$\begin{cases}2m-n=0\\ n-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=6\end{cases}$$

Suy ra $m+n=9$.

Câu 44: Tích phân $\int\limits_0^1\dfrac{1}{2x+5}dx$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}\log\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{7}$. **D.** $-\dfrac{4}{35}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int\limits_0^1\dfrac{1}{2x+5}dx=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1\dfrac{1}{2x+5}d(2x+5)=\dfrac{1}{2}\ln(2x+5)\Big|_0^1=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x}+\sqrt{1+2\sin x}=\dfrac{m}{2}$ có nghiệm thực.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn A.

Không mất tính tổng quát ta chỉ xét phương trình trên $[-\pi;\pi]$.

Điều kiện $\begin{cases}1+2\sin x\ge 0\\ 1+2\cos x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{3}\right]$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$2+2(\sin x+\cos x)+2\sqrt{1+2\cos x}\sqrt{1+2\sin x}=\frac{m^2}{4}\ (*)\ (m>0).$$

Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$ thì $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\le t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$.

Mặt khác, ta lại có $t^2=1+2\sin x\cos x$.

Do đó $(*)\Rightarrow 2+2t+2\sqrt{2t^2+2t-1}=\frac{m^2}{4}$

Xét hàm số $f(t)=2t+2+2\sqrt{2t^2+2t-1}, t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$

$f'(t)=2+\frac{4t+2}{\sqrt{2t^2+2t-1}}>0$

t	$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ $\sqrt{2}$
$f'(t)$	+
$f(t)$	$4\left(\sqrt{2}+1\right)$ ↗ $\sqrt{3}+1$

Từ bảng biến thiên, ta kết luận rằng phương trình có nghiệm thực khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\sqrt{3}+1\le\frac{m^2}{4}\le 4\left(\sqrt{2}+1\right)\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)}\le m\le 4\sqrt{\sqrt{2}+1}$$

Vậy có 3 giá trị của m.

Câu 46: An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi them đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố: "An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề".

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là: $C_3^2.8^2$.

Số khả năng Bình chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là: $C_3^2.8^2$.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_3^2.8^2.C_3^2.8^2$.

Bây giờ ta đếm số khả năng để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề:

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là: $C_3^2.8^2$.

Sau khi An chọn thì Bình có 2 cách chọn 2 môn thi tự chọn để có đúng một môn thi tự chọn với An, để chung mã đề với An thì số cách chọn mã đề 2 môn thi của Bình là $1.8=8$ cách. Như vậy, số cách chọn môn thi và mã đề thi của Bình là: 2.8.

Do đó: $n(A)=C_3^2.8^2.2.8$.

Bởi vậy: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_3^2.8^2.2.8}{C_3^2.8^2.C_3^2.8^2}=\dfrac{1}{12}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

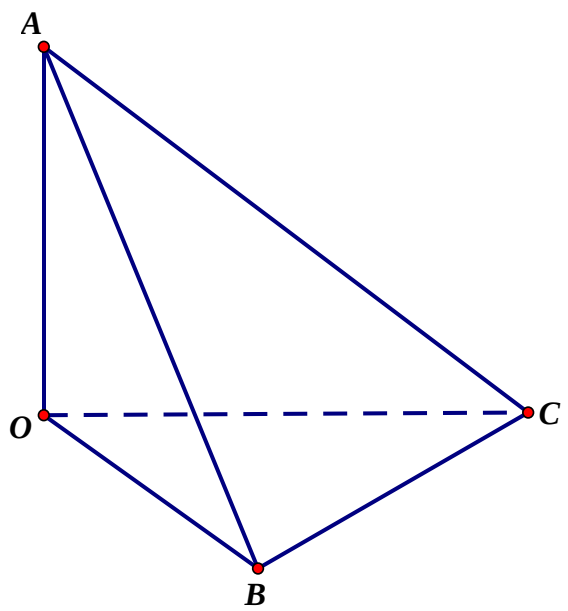
Chọn B.

Ta thấy A, B, C lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. Rõ ràng $D\in(ABC)$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AD}=(1;-2;0)$ nên $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AD}$, suy ra D nằm trên đường thẳng AB.

Bởi vậy, có 5 mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là (OAB), (OBC), (OAC), (ABC) và (OCD).

Câu 48: Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=(3+\cot^2\alpha).(3+\cot^2\beta).(3+\cot^2\gamma)$ là

A. Số khác. **B.** $48\sqrt{3}$. **C.** 48. **D.** 125.

Lời giải

Chọn D.

Gọi H là trực tâm tam giác ABC, vì tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta có $OH \perp (ABC)$ và $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Ta có $\alpha = (OA;(ABC)) = OAH$, $\beta = (OB;(ABC)) = OBH$, $\gamma = (OC;(ABC)) = OCH$.

Nên $\sin\alpha = \frac{OH}{OA}$, $\sin\beta = \frac{OH}{OB}$, $\sin\gamma = \frac{OH}{OC}$.

Đặt $a = OA$, $b = OB$, $c = OC$, $h = OH$ thì $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ và

$$M = (3+\cot^2\alpha).(3+\cot^2\beta).(3+\cot^2\gamma) = \left(2+\frac{1}{\sin^2\alpha}\right).\left(2+\frac{1}{\sin^2\beta}\right).\left(2+\frac{1}{\sin^2\gamma}\right)$$

$$= \left(2+\frac{a^2}{h^2}\right).\left(2+\frac{b^2}{h^2}\right).\left(2+\frac{c^2}{h^2}\right) = 8 + 4(a^2+b^2+c^2).\frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2).\frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2.\frac{1}{h^6}.$$

Ta có: $(a^2+b^2+c^2).\frac{1}{h^2} = (a^2+b^2+c^2).\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right) \ge 3\sqrt[3]{a^2.b^2.c^2}.3\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}.\frac{1}{b^2}.\frac{1}{c^2}} = 9$.

$$(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2).\frac{1}{h^4} = (a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2).\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)^2$$

$$\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2.b^2c^2.c^2a^2}.\left(3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{a^2}.\frac{1}{b^2}.\frac{1}{c^2}\right)}\right)^2 = 3\sqrt[3]{a^4b^4c^4}.9\sqrt[3]{\frac{1}{a^4b^4c^4}} = 27.$$

$$a^2b^2c^2.\frac{1}{h^6} = a^2b^2c^2.\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)^3 \ge a^2b^2c^2.\left(3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{a^2}.\frac{1}{b^2}.\frac{1}{c^2}\right)}\right)^3 = 27.$$

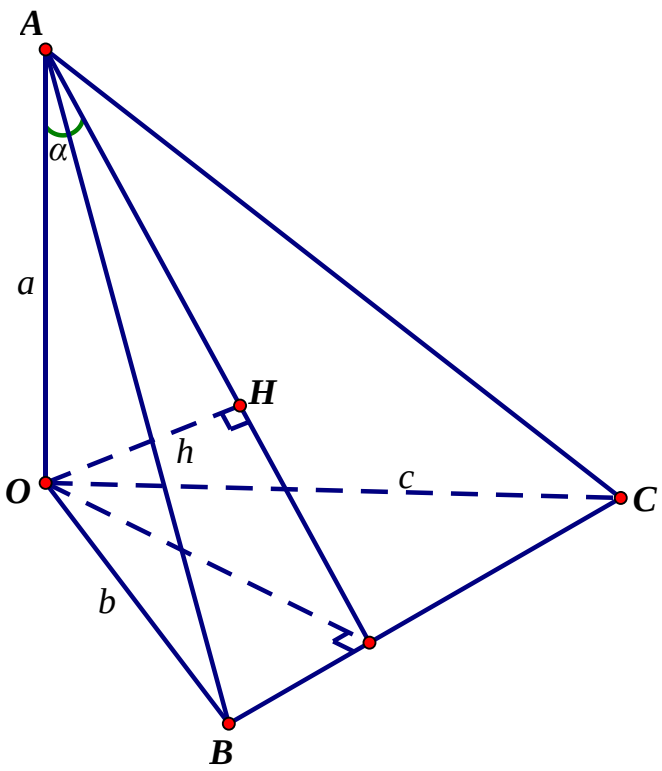
Do đó:

$$M = 8 + 4(a^2+b^2+c^2).\frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2).\frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2.\frac{1}{h^6}$$

$$\ge 8 + 4.9 + 2.27 + 27 = 125.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$, hay $OA = OB = OC$.

Vậy $\min M = 125$.



Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm dương, liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $3\int_0^1\left[f'(x)[f(x)]^2+\frac{1}{9}\right]dx\le 2\int_0^1\sqrt{f'(x)}f(x)dx$. Tính tích phân $\int_0^1[f(x)]^3dx$:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ giả thiết suy ra:

$$\int_0^1\left[\left(3\sqrt{f'(x)}f(x)\right)^2-2.3\sqrt{f'(x)}f(x)+1\right]dx\le 0\Leftrightarrow\int_0^1\left[3\sqrt{f'(x)}f(x)-1\right]^2dx\le 0.$$

Suy ra $3\sqrt{f'(x)}f(x)-1=0\Leftrightarrow\sqrt{f'(x)}f(x)=\frac{1}{3}\Leftrightarrow f'(x).f^2(x)=\frac{1}{9}$.

Vì $\left[f^3(x)\right]'=3.f^2(x)f'(x)$ nên suy ra $\left[f^3(x)\right]'=\frac{1}{3}\Rightarrow f^3(x)=\frac{1}{3}x+C$.

Vì $f(0)=1$ nên $f^3(0)=1\Rightarrow C=1$.

Vậy $\Rightarrow f^3(x)=\frac{1}{3}x+1$.

Suy ra $\int_0^1[f(x)]^3dx=\int_0^1\left(\frac{1}{3}x+1\right)dx=\frac{7}{6}$.

Câu 50: Xét hàm số $f(x)=\left|x^2+ax+b\right|$, với a, b là tham số. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a+2b$.

A. 3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\max\left\{|A|,|B|\right\} \ge \dfrac{|A+B|}{2}$ (1). Dấu $=$ xảy ra khi $A=B$.

Ta có $\max\left\{|A|,|B|\right\} \ge \dfrac{|A-B|}{2}$ (2). Dấu $=$ xảy ra khi $A=-B$.

Xét hàm số $g(x)=x^2+ax+b$, có $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-a}{2}$.

Trường hợp 1: $\dfrac{-a}{2} \notin [-1;3] \Leftrightarrow a \notin [-6;2]$. Khi đó $\mathrm{M}=\max\left\{|1-a+b|,|9+3a+b|\right\}$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có $\mathrm{M} \ge |4+2a| > 8$.

Trường hợp 2: $\dfrac{-a}{2} \in [-1;3] \Leftrightarrow a \in [-6;2]$. Khi đó $\mathrm{M}=\max\left\{|1-a+b|,|9+3a+b|,\left|b-\dfrac{a^2}{4}\right|\right\}$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) và (2) ta có

$$\mathrm{M} \ge \max\left\{|5+a+b|,\left|b-\frac{a^2}{4}\right|\right\} \Leftrightarrow \mathrm{M} \ge \frac{1}{8}\left|20+4a+a^2\right| \Leftrightarrow \mathrm{M} \ge \frac{1}{8}\left|16+(a+2)^2\right|.$$

Suy ra $\mathrm{M} \ge 2$.

Vậy M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được là $\mathrm{M}=2$ khi $\begin{cases} a=-2 \\ 5+a+b=\dfrac{-a^2}{2}-b \\ 1-a+b=9+3a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases}$.

Do đó $a+2b=-4$.