

Câu 1: [2H1-2] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của hình chóp đã cho.

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. 42π . B. 36π . C. 9π . D. 12π .

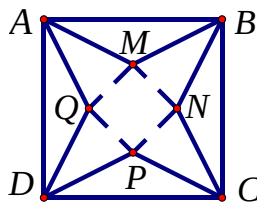
Câu 3: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 4: [2D1-1] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. (C) không có điểm cực trị. B. (C) có hai điểm cực trị.
C. (C) có ba điểm cực trị. D. (C) có một điểm cực trị.

Câu 5: [2H1-4] Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $MA^2 = MB^2 + MC^2$, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB , $R=3$, CPD và DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?



- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ dm. B. $\left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n = 1600$. C. $2\sqrt{2}$ dm. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ dm.

Câu 6: [2D2-2] Cho a , (SCD) là các số dương phân biệt khác 1 và thỏa mãn $ab = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = 1$. B. $\log_a (b+1) < 0$. C. $\log_a b = -1$. D. $\log_a (b+1) > 0$.

Câu 7: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[0;1]$. Biết $f(x) \cdot f(1-x) = 1$

với $\forall x \in [0;1]$. Tính giá trị $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 8: [2D1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt (SAB) , (SBC) , (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết diện tích các tam giác SAB , SBC , SAC lần lượt là $4a^2$, a^2 , $9a^2$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 9: [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{2^x}$ là

A. $y' = \frac{1-(1+x)\ln 2}{4^x}$.

B. $y' = \frac{1-(x+1)\ln 2}{2^x}$.

C. $y' = -\frac{x}{4^x}$.

D. $y' = -\frac{x}{2^x}$.

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x$. Tìm m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 = 1$.

A. $m \neq 0$ và $m \neq 2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Câu 11: [2D2-3] Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$.

B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

C. $\sqrt{349}$.

D. $\sqrt{87}$.

Câu 13: [2D3-2] Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$.

B. $\int_0^1 \cos(1-x) dx = -\int_0^1 \cos x dx$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 14: [2H1-3] Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = BC = a$. Giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 15: [1D5-2] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ là phương trình nào sau đây?

A. $y = 3x - 1$.

B. $y = 3x$.

C. $y = 3x - \frac{29}{3}$.

D. $y = 3x + \frac{29}{3}$.

Câu 16: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 17: [1H3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$

A. $2\sqrt{5}a$.

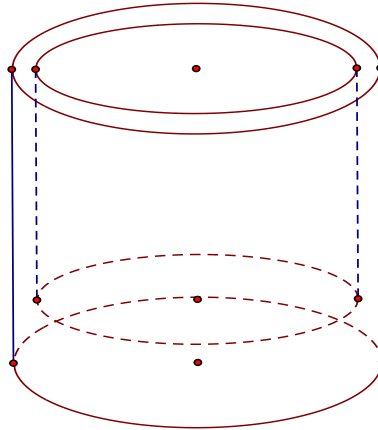
B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

- Câu 18:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
- A. $B'(8;4;10)$. B. $B'(6;12;0)$. C. $B'(10;8;6)$. **D. $B'(13;0;17)$.**
- Câu 19:** [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Khi đó tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng
- A. $\frac{59}{6}$.** B. 10. C. $\frac{19}{2}$. D. $\frac{28}{3}$.
- Câu 20:** [1D2-3] Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600$.
- A. $n=5$. **B. $n=7$.** C. $n=10$. D. $n=8$.
- Câu 21:** [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^{2018} f(x)dx = 2$. Khi đó tích phân $\int_0^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1))dx$ bằng
- A. 4. B. 1. **C. 2.** D. 3.
- Câu 22:** [1D2-3] Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.
- A. $\frac{99}{667}$.** B. $\frac{8}{11}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{99}{167}$.
- Câu 23:** [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là
- A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$. B. $-3e^{-3x+1} + C$. **C. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.** D. $3e^{-3x+1} + C$.
- Câu 24:** [2D3-3] Cho các số thực a, b khác không. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$ với mọi x khác -1 . Biết $f'(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x)dx = 5$. Tính $a+b$?
- A. 19. B. 7. C. 8. **D. 10.**
- Câu 25:** [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $16\pi a^2$. **B. $12\pi a^2$.** C. $8\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.
- Câu 26:** [1H2-2] Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) .
- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a}{2}$. **C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.** D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27: [2H2-3] Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh ?



- A. $75,66\pi \text{ cm}^3$. B. $80,16\pi \text{ cm}^3$. C. $85,66\pi \text{ cm}^3$. D. $70,16\pi \text{ cm}^3$.

Câu 28: [2D2-2] Anh Nam dự định sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng để mua nhà. Mỗi năm anh phải gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền (số tiền mỗi năm gửi như nhau ở thời điểm cách lần gửi trước 1 năm) ? Biết lãi suất là 8%/năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và sau kỳ gửi cuối cùng anh đợi đúng 1 năm để có đủ 2 tỉ đồng.

- A. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^9 - 1,08}$ tỉ đồng. B. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1,08}$ tỉ đồng.
C. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^7 - 1}$ tỉ đồng. D. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1}$ tỉ đồng.

Câu 29: [1D2-2] Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải) ?

- A. $\frac{74}{411}$. B. $\frac{62}{431}$. C. $\frac{1}{216}$. D. $\frac{3}{350}$.

Câu 30: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

Câu 31: [2H1-3] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 32: [2D1-3] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

B. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$.

C. $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

D. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$.

Câu 33: [2D2-2] Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$ có hai nghiệm là a, b . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a+b = \frac{1}{3}$.

B. $ab = -\frac{1}{3}$.

C. $ab = \sqrt[3]{2}$.

D. $a+b = \sqrt[3]{2}$.

Câu 34: [2D1-2] Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn B có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu?

A. $a < 0, b \leq 0$.

B. $a > 0, b \geq 0$.

C. $a > 0, b < 0$.

D. $a < 0, b > 0$.

Câu 35: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

A. $R = 2$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = 3$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 36: [2D1-1] Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Câu 38: [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$. Giá trị $f'(1)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $1 + \sqrt{2}$.

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2\sqrt{3}a$, $SBC = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $6\sqrt{7}a$.

B. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Câu 40: [2D1-2] Hàm số nào sau đây có chiều biến thiên khác với chiều biến thiên của các hàm số còn lại.

A. $h(x) = x^3 + x - \sin x$.

B. $k(x) = 2x + 1$.

C. $g(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 3$.

D. $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 5}{x+1}$.

Câu 41: [2D1-3] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

A. $m \neq 2\sqrt{2}$. B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$. C. $m \neq \pm 2$. D. $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 42: [2D2-3] Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$. C. $0 < m \leq 5$. D. $4 \leq m \leq 5$.

Câu 43: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A. $\frac{4a}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 44: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là:

A. $D = (-1; 3)$. B. $D = (0; 1)$. C. $D = (-1; 1)$. D. $D = (-3; 1)$.

Câu 45: [2D1-3] Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi m^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = 2 \text{ m}, h = \frac{1}{2} \text{ m}$. B. $R = 4 \text{ m}, h = \frac{1}{5} \text{ m}$. C. $R = \frac{1}{2} \text{ m}, h = 8 \text{ m}$. D. $R = 1 \text{ m}, h = 2 \text{ m}$.

Câu 46: [1D2-3] Cho số nguyên dương n , tính tổng $S = \frac{-C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + \dots + \frac{(-1)^n n C_n^n}{(n+1)(n+2)}$.

A. $S = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}$. B. $S = \frac{2n}{(n+1)(n+2)}$. C. $S = \frac{n}{(n+1)(n+2)}$. D. $S = \frac{-2n}{(n+1)(n+2)}$.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

A. $M(0; 1; -4)$. B. $M(2; 1; 0)$. C. $M(0; 1; -2)$. D. $M(0; 1; 4)$.

Câu 48: [2D2-3] Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi:

A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$. B. $0 < a < 2\sqrt{2}$. C. $0 < a < 2$. D. $-2 < a < 2$.

Câu 49: [1D2-2] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$

A. 4000. B. 2700. C. 3003. D. 3600.

Câu 50: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = a$. Gọi M là điểm trên đoạn AD với $\frac{AM}{MD} = 3$. Gọi x là độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD', B'C$ và y là độ dài khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$. Tính giá trị xy .

A. $\frac{5a^5}{3}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{3a^2}{4}$. D. $\frac{3a^2}{2}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	A	C	C	B	A	B	B	D	C	A	D	C	C	B	D	A	B	C	A	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	C	B	A	A	C	B	D	B	C	C	B	D	D	D	B	D	D	A	D	D	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2H1-2] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của hình chóp đã cho.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

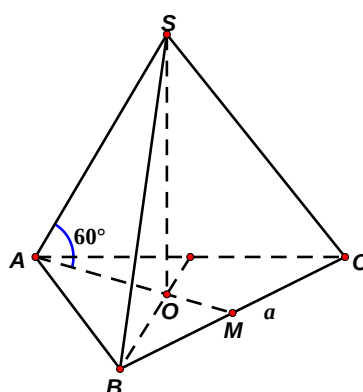
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M là trung điểm của cạnh BC , O là tâm của tam giác đều ABC .

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° , nên $\angle SAM = 60^\circ$.

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Diện tích mặt cầu (S) : $S = 4\pi R^2 = 4\pi 3^2 = 36\pi$.

Câu 3: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

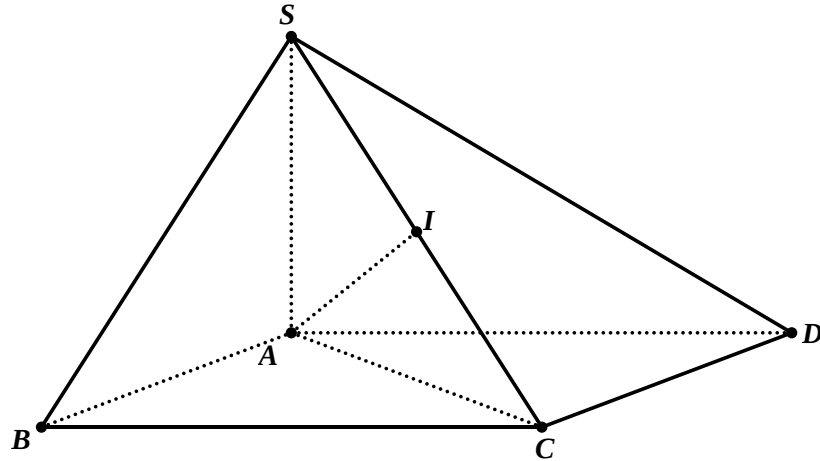
B. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của SC , ta có các tam giác SAC , SBC , SCD là các tam giác vuông có cạnh huyền SC nên các đỉnh S, A, B, C, D cùng nằm trên mặt cầu đường kính SC có tâm

$$I, \text{ bán kính } R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 4a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 4: [2D1-1] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. (C) không có điểm cực trị.

B. (C) có hai điểm cực trị.

C. (C) có ba điểm cực trị.

D. (C) có một điểm cực trị.

Lời giải

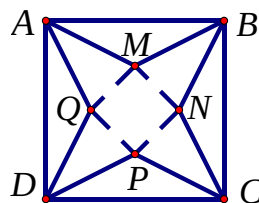
Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 6x - 5 = -3(x-1)^2 - 2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vì đạo hàm của hàm số không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Câu 5: [2H1-4] Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $MA^2 = MB^2 + MC^2$, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB , $R=3$, CPD và DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất ?



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ dm}.$

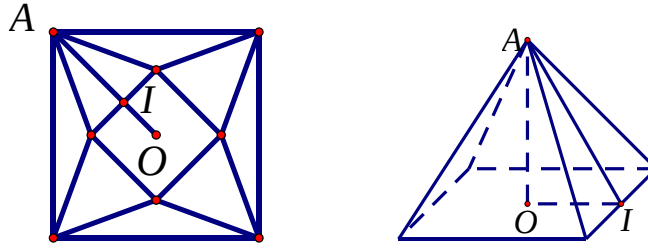
B. $\left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n = 1600.$

C. $2\sqrt{2} \text{ dm}.$

D. $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ dm}.$

Lời giải

Chọn C.



Gọi cạnh đáy của mô hình là x (cm) với $x > 0$. Ta có $AI = AO - IO = 25\sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp $h = \sqrt{AI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(25\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{1250 - 25\sqrt{2}x}$.

Thể tích của khối chóp bằng $V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{1250 - 25\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^5}$.

Điều kiện $1250 - 25\sqrt{2}x > 0 \Rightarrow x < 25\sqrt{2}$.

Xét hàm số $y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^5}$ với $0 < x < 25\sqrt{2}$.

Ta có $y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{5000x^3 - 125\sqrt{2}x^4}{2\sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^5}}$.

Có $y' = 0 \Rightarrow 5000x^3 - 125\sqrt{2}x^4 = 0 \Rightarrow x = 20\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$20\sqrt{2}$	$25\sqrt{2}$
y'		+	-
y	0	$\frac{4000\sqrt{10}}{3}$	0

Vậy để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng $20\sqrt{2}$ cm = $2\sqrt{2}$ dm.

Câu 6: [2D2-2] Cho a , (SCD) là các số dương phân biệt khác 1 và thỏa mãn $ab = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = 1$.

B. $\log_a (b+1) < 0$.

C. $\log_a b = -1$.

D. $\log_a (b+1) > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $ab = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{a} = a^{-1}$. Do đó $\log_a b = \log_a a^{-1} = -\log_a a = -1$.

Câu 7: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[0;1]$. Biết $f(x) \cdot f(1-x) = 1$

với $\forall x \in [0;1]$. Tính giá trị $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $f(x) \cdot f(1-x) + f(x) = 1 + f(x) \Rightarrow \frac{1}{f(1-x)+1} = \frac{f(x)}{1+f(x)}$

Xét $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$

Đặt $t = 1-x \Leftrightarrow x = 1-t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$; $x=1 \Rightarrow t=0$.

Khi đó $I = -\int_1^0 \frac{dt}{1+f(1-t)} = \int_0^1 \frac{dt}{1+f(1-t)} = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(1-x)} = \int_0^1 \frac{f(x)dx}{1+f(x)}$

Mặt khác $\int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)} + \int_0^1 \frac{f(x)dx}{1+f(x)} = \int_0^1 \frac{1+f(x)}{1+f(x)} dx = \int_0^1 dx = 1$ hay $2I = 1$. Vậy $I = \frac{1}{2}$.

Câu 8: [2D1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt (SAB) , (SBC) , (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết diện tích các tam giác SAB , SBC , SAC lần lượt là $4a^2$, a^2 , $9a^2$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB = 4a^2, S_{\triangle SAC} = \frac{1}{2} SA \cdot SC = a^2, S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC = 4a^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SAB} \cdot S_{\triangle SAC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{1}{2} SA^2 = 36a^2 \Rightarrow SA = 6\sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SAB} \cdot S_{\triangle SBC}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{1}{2} SB^2 = \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow SB = \frac{2\sqrt{2}}{3}a$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SBC} \cdot S_{\triangle SAC}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{1}{2} SC^2 = \frac{9}{4}a^2 \Rightarrow SC = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = 2\sqrt{2}a^3.$$

Câu 9: [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{2^x}$ là

A. $y' = \frac{1-(1+x)\ln 2}{4^x}$.

B. $y' = \frac{1-(x+1)\ln 2}{2^x}$.

C. $y' = -\frac{x}{4^x}$.

D. $y' = -\frac{x}{2^x}$.

Lời giải

Chọn B.

$$y' = \left(\frac{x+1}{2^x} \right)' = \frac{2^x - (x+1) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{2^{2x}} = \frac{2^x [1 - (x+1) \cdot \ln 2]}{2^{2x}} = \frac{1 - (x+1) \cdot \ln 2}{2^x}.$$

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x$. Tìm m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 = 1$.

A. $m \neq 0$ và $m \neq 2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$f'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1), f''(x) = 6x - 6m.$$

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 = 1$ thì $f'(1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}$.

Với $m = 2$ thì $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ và $f''(x) = 6x - 12$.

$f'(1) = 0$ và $f''(1) = -6 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x_0 = 1$.

Với $m = 0$ thì $f(x) = x^3 - 3x$, $f'(x) = 3x^2 - 3$ và $f''(x) = 6x$.

$f'(1) = 0$ và $f''(1) = 6 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$.

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 11: [2D2-3] Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $4^x - 2^x + m > 0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x - 2^x + m > 0$ (*) $\forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, khi đó bất phương trình (*) trở thành: $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t$, $\forall t > 0$ ta có $f'(t) = 2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min_{(0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2 - t + m > 0$, $\forall t > 0$ thì $-m < -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Cách khác:

➤ Trường hợp 1: $\Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$ thì $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán)

➤ Trường hợp 2: $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ thì phương trình $t^2 - t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

➤ Trường hợp 3: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta thấy $-\frac{b}{a} = 1 > 0$ nên phương trình $t^2 - t + m = 0$ không thể có hai nghiệm âm. Tức là $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$.

B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

C. $\sqrt{349}$.

D. $\sqrt{87}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 4; -3)$.

Vậy: $S_{ABCD} = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}.$

Câu 13: [2D3-2] Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx.$

B. $\int_0^1 \cos(1-x) dx = -\int_0^1 \cos x dx.$

C. $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$

D. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$

Lời giải

Chọn A.

Xét tích phân $\int_0^1 \sin(1-x) dx$

Đặt $1-x=t \Rightarrow dx = -dt$. Khi $x=0 \Rightarrow t=1$; Khi $x=1 \Rightarrow t=0$.

Do đó $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_1^0 \sin t (-dt) = \int_0^1 \sin t dt = \int_0^1 \sin x dx.$

Câu 14: [2H1-3] Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=BC=a$. Giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$

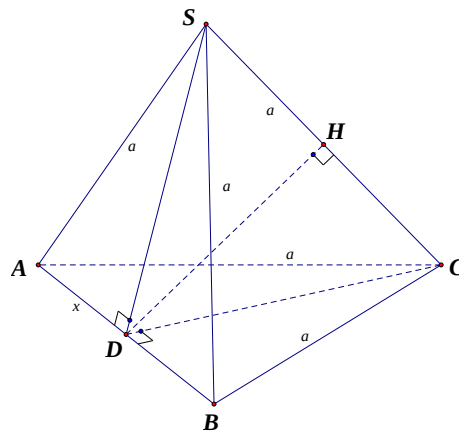
B. $\frac{a^3}{4}.$

C. $\frac{a^3}{4}.$

D. $\frac{a^3}{8}.$

Lời giải

Chọn D.



Gọi D là trung điểm của cạnh AB . Theo giả thiết $\Rightarrow \begin{cases} SD \perp AB \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCD).$

Gọi H là trung điểm của cạnh SC thì $DH \perp SC$.

Ta có $V_{S.ABC} = 2V_{S.ADC} = 2 \cdot \frac{1}{3} S_{\triangle SDC} \cdot AD = \frac{1}{3} SC \cdot DH \cdot AD.$

Đặt $B \Rightarrow SD^2 = a^2 - x^2.$

Xét tam giác vuông SHD có $HD^2 = SD^2 - SH^2 = \frac{3a^2}{4} - x^2 \Rightarrow HD = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - x^2}.$

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} AD \cdot SC \cdot DH = \frac{2}{3} a \cdot x \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{4} - x^2} \leq \frac{1}{3} a \cdot \frac{x^2 + \frac{3a^2}{4} - x^2}{2} = \frac{a^3}{8}.$

Dấu "=" xảy ra khi $ABCD \Leftrightarrow x = a\sqrt{\frac{3}{8}}$

Vậy giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3}{8}$.

Câu 15: [1D5-2] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ là phương trình nào sau đây ?

- A. $y = 3x - 1$. B. $y = 3x$. C. $y = 3x - \frac{29}{3}$. D. $y = 3x + \frac{29}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Vì tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên phương trình tiếp tuyến d có dạng $y = 3x + b$ với $b \neq 1$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1 = 3x + b \\ x^2 - 4x + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1 = 3x + b \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x = 0 \\ b = 1 \end{cases} (L) \\ \begin{cases} x = 4 \\ b = -\frac{29}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến $y = 3x - \frac{29}{3}$.

Câu 16: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ nên $x = 3$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -3^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = -\infty$ nên $x = -3$ là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = \pm 3$.

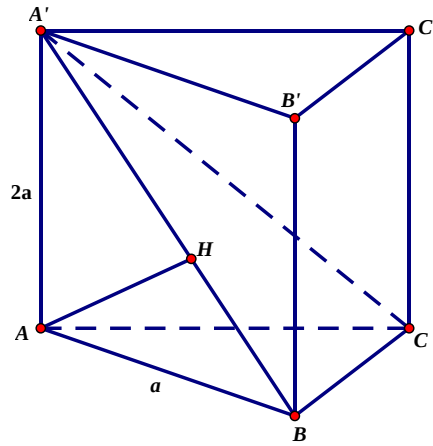
Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 17: [1H3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$

- A. $2\sqrt{5}a$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng $AH \perp A'B$.

Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (A'AB) \Rightarrow BC \perp AH$

Vậy $AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

Xét tam giác vuông $A'AB$ có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 18: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$.

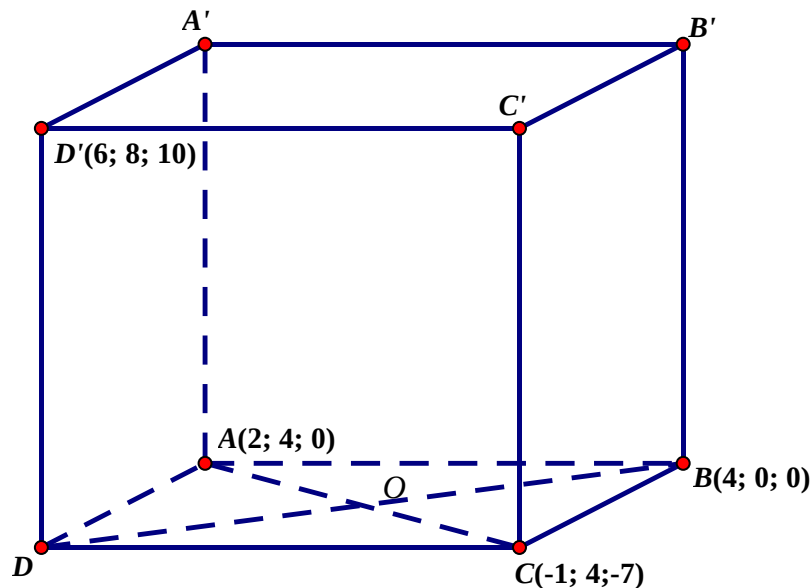
B. $B'(6; 12; 0)$.

C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải

Chọn D.



Giả sử $D(a; b; c)$, $B'(a'; b'; c')$

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên

$$\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}. \text{ Vậy } B'(13; 0; 17).$$

Câu 19: [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Khi đó tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng

A. $\frac{59}{6}$.

B. 10.

C. $\frac{19}{2}$.

D. $\frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Với } a+b=2, \text{ ta có } f(a) + f(b) &= \frac{2^a}{2^a + 2} + \frac{2^b}{2^b + 2} \\ &= \frac{2^a \cdot 2^b + 2 \cdot 2^a + 2^a \cdot 2^b + 2 \cdot 2^b}{(2^a + 2)(2^b + 2)} = \frac{2^{a+b} + 2 \cdot 2^a + 2^{a+b} + 2 \cdot 2^b}{2^{a+b} + 2 \cdot 2^a + 2 \cdot 2^b + 4} = \frac{4 + 2 \cdot 2^a + 4 + 2 \cdot 2^b}{4 + 2 \cdot 2^a + 2 \cdot 2^b + 4} = 1. \end{aligned}$$

Do đó với $a+b=2$ thì $f(a) + f(b) = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng ta được } f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right) \\ &= f(0) + \left[f\left(\frac{1}{10}\right) + f\left(\frac{19}{10}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{10}\right) + f\left(\frac{18}{10}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{9}{10}\right) + f\left(\frac{11}{10}\right) \right] + f(1) \\ &= \frac{1}{3} + 9 \cdot 1 + \frac{2}{4} = \frac{59}{6}. \end{aligned}$$

Câu 20: [1D2-3] Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600$.

A. $n=5$.

B. $n=7$.

C. $n=10$.

D. $n=8$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Biến đổi } 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n \\ &= (3 \cdot 0 + 2)C_n^0 + (3 \cdot 1 + 2)C_n^1 + (3 \cdot 2 + 2)C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n \\ &= 2(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n) + 3(C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n). \end{aligned}$$

Ta có $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = (1+x)^n \Rightarrow f'(x) = n(1+x)^{n-1} \Rightarrow f'(1) = n \cdot 2^{n-1} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có } f(x) &= (1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n \\ \Rightarrow f'(x) &= C_n^1 + 2xC_n^2 + 3x^2 C_n^3 + \dots + nx^{n-1} C_n^n \\ \Rightarrow f'(1) &= C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta được $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.

$$\text{Do đó } 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 2 \cdot 2^n + 3n \cdot 2^{n-1} = \left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n.$$

$$\text{Bài ra } 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600 \text{ nên } \left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n = 1600.$$

Với $n > 7$ Loại.

Với $1 \leq n < 7 \Rightarrow \left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n < \left(2 + \frac{21}{2}\right) \cdot 2^7 = 1600 \Rightarrow$ Loại.

Do đó $\left(2 + \frac{3n}{2}\right) \cdot 2^n = 1600 \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 21: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^{2018} f(x) dx = 2$. Khi đó tích phân

$$\int_0^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1)) dx \text{ bằng}$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } I = \int_0^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1)) dx.$$

$$\text{Đặt } t = \ln(x^2+1) \Rightarrow dt = \frac{2x}{x^2+1} dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=0; x=\sqrt{e^{2018}-1} \Rightarrow t=2018.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{2018} f(t) dt = \int_0^{2018} f(x) dx = 2.$$

Câu 22: [1D2-3] Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$.

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{99}{167}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

- Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ: có C_{15}^5 cách.

- Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10: có C_3^1 cách.

- Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10: có C_{12}^4 .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}.$$

Câu 23: [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là

A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.

B. $-3e^{-3x+1} + C$.

C. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.

D. $3e^{-3x+1} + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \int e^{-3x+1} dx = -\frac{1}{3} \int e^{-3x+1} d(-3x+1) = -\frac{1}{3} e^{-3x+1} + C.$$

Câu 24: [2D3-3] Cho các số thực a, b khác không. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$ với mọi x khác

-1. Biết $f'(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x) dx = 5$. Tính $a + b$?

A. 19.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f'(x) = \frac{-3a}{(x+1)^4} + be^x + bxe^x$ nên $f'(0) = -3a + b = -22$ (1).

$$\begin{aligned} \text{Xét } 5 &= \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left[\frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x \right] dx = a \int_0^1 (x+1)^{-3} d(x+1) + b \int_0^1 x d(e^x) \\ &= -\frac{a}{2(x+1)^2} \Big|_0^1 + b \left[xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx \right] = -\frac{a}{2} \left(\frac{1}{4} - 1 \right) + b \left[e - e^x \Big|_0^1 \right] = \frac{3a}{8} + b \quad (2). \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} -3a + b = -22 \\ \frac{3a}{8} + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 10.$$

Câu 25: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$.

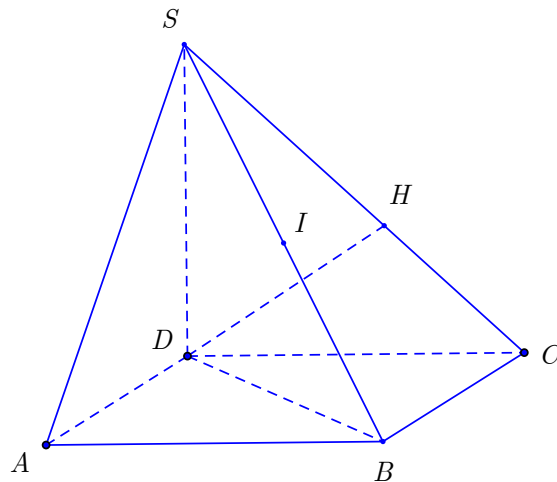
B. $12\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi D là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

Do $SA \perp AB \Rightarrow DA \perp AB$, và $SC \perp CB \Rightarrow DC \perp CB$. Vậy suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Trong (SCD) kẻ $DH \perp SC$ tại H .

Ta có $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH$.

Ta có $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{SD^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$. Suy ra $SB = 2a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm SB suy ra I là tâm mặt cầu và $R = \frac{SB}{2} = a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu bằng $S = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.

Câu 26: [1H2-2] Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) .

A. $a\sqrt{3}$.

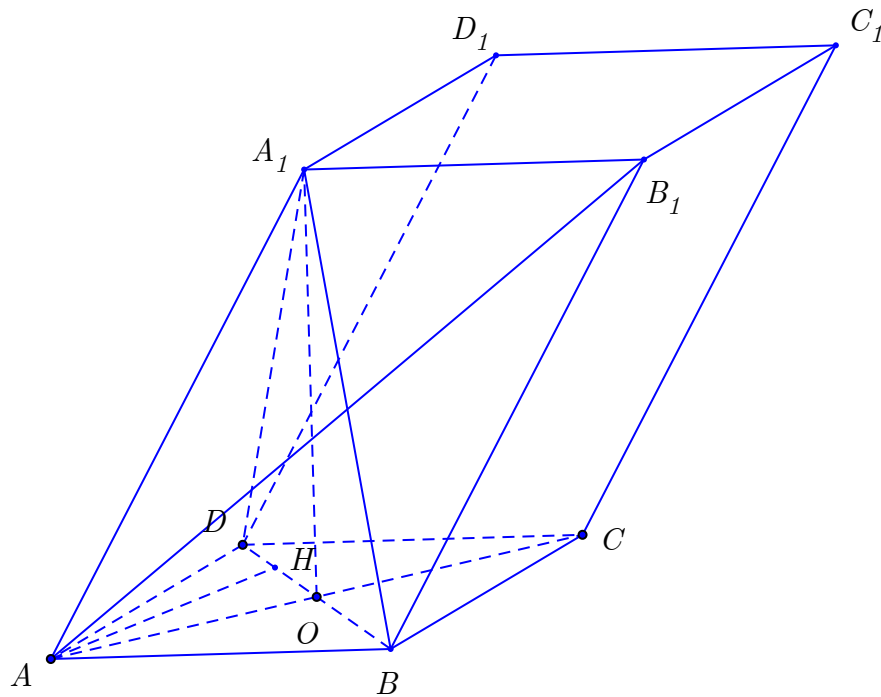
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C.



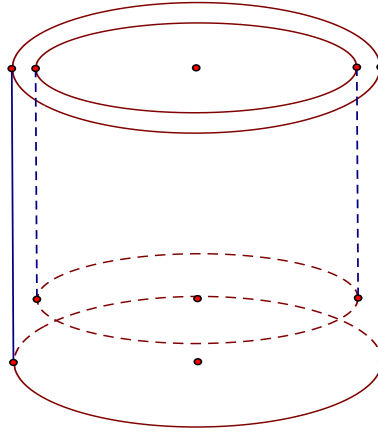
Ta có B_1A đi qua trung điểm của A_1B nên $d(B_1, (A_1BD)) = d(A, (A_1BD))$.

Kẻ $AH \perp BD$ tại H .

Ta có $AH \perp BD$ và $AH \perp A_1O$ nên $AH = d(A, (A_1BD))$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27: [2H2-3] Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?



A. $75,66\pi \text{ cm}^3$.

B. $80,16\pi \text{ cm}^3$. **C.** $85,66\pi \text{ cm}^3$.

D. $70,16\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là $\Rightarrow, h$ ta có: $y \Rightarrow h = \frac{480}{r^2}$.

Thể tích hình trụ bên ngoài là: $V = \pi(r + 0,2)^2 \cdot (h + 1,5) = \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right)$.

Thể tích thủy tinh là: $\pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) - 480\pi$.

Xét $f(r) = \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right), r > 0$.

$\Rightarrow f'(r) = 2\pi(r + 0,2) \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) + \pi(r + 0,2)^2 \cdot \left(-\frac{960}{r^3}\right)$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) = (r + 0,2) \cdot \frac{960}{r^3} \Leftrightarrow 3 = \frac{192}{r^3} \Leftrightarrow r = 4$.

r	0	4	$+\infty$
$f'(r)$	-	0	+
$f(r)$	$+\infty$	$\frac{27783}{50}\pi$	$+\infty$

Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\frac{27783}{50}\pi - 480\pi \approx 75,66\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 28: **[2D2-2]** Anh Nam dự định sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng để mua nhà. Mỗi năm anh phải gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền (số tiền mỗi năm gửi như nhau ở thời điểm cách lần gửi trước 1 năm)? Biết lãi suất là 8%/năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và sau kỳ gửi cuối cùng anh đợi đúng 1 năm để có đủ 2 tỉ đồng.

A. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^9 - 1,08}$ tỉ đồng.

B. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1,08}$ tỉ đồng.

C. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^7 - 1}$ tỉ đồng.

D. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1}$ tỉ đồng.

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là số tiền anh Nam phải gửi hàng năm.

Để sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng, tính luôn cả thời gian anh đợi để rút tiền ra thì anh gửi tất cả 8 lần.

Ta có công thức $T_n = \frac{M}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$

$$\Rightarrow M = \frac{T_n \cdot r}{(1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right]} = \frac{2 \times 0,08}{(1,08)^9 - 1,08} \text{ tỉ đồng.}$$

Câu 29: **[1D2-2]** Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải) ?

A. $\frac{74}{411}$.

B. $\frac{62}{431}$.

C. $\frac{1}{216}$.

D. $\frac{3}{350}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi số có 5 chữ số là $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là: $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^4 = 27216$.

Gọi X là biến cố “số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước”.

$\Rightarrow a < b < c < d < e$ mà $a \neq 0, a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; \dots; 8; 9\}$ nên $a, b, c, d, e \in \{1, 2, \dots, 8, 9\}$.

Chọn 5 chữ số: C_9^5 (cách). Với mỗi bộ 5 chữ số đã chọn, ghép được 1 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\Rightarrow n(X) = C_9^5 = 126.$$

$$\text{Xác suất cần tìm: } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1}{216}.$$

Câu 30: **[2H1-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

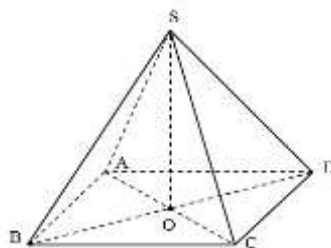
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Có: $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vì } S.ABCD \text{ là hình chóp đều nên } SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{3a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot 3a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 31: [2H1-3] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2}{3}$.

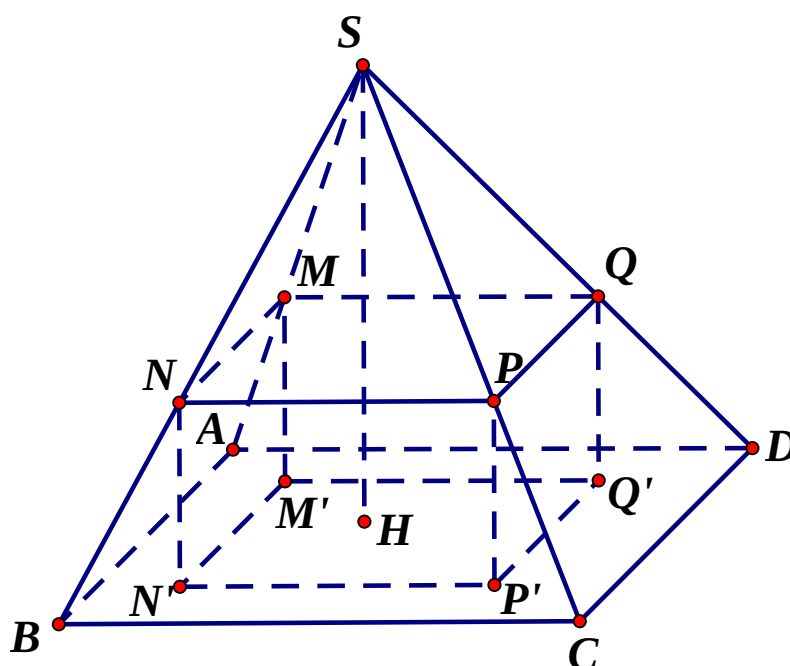
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Đặt $\frac{SM}{SA} = k$ với $k \in [0;1]$.

Xét tam giác SAB có $MN \parallel AB$ nên $\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MN = k.AB$

Xét tam giác SAD có $MQ \parallel AD$ nên $\frac{MQ}{AD} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MQ = k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét tam giác SAH có:

$$MM' \parallel SH \text{ nên } \frac{MM'}{SH} = \frac{AM}{SA} = \frac{SA - SM}{SA} = 1 - \frac{SM}{SA} = 1 - k \Rightarrow MM' = (1 - k).SH.$$

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = MN.MQ.MM' = AB.AD.SH.k^2.(1 - k).$

Mà $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = 3.V_{S.ABCD}.k^2.(1 - k).$

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1 - k)$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } k^2 \cdot (k-1) = \frac{2(1-k) \cdot k \cdot k}{2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2-2k+k+k}{3} \right)^3 \Rightarrow k^2 \cdot (k-1) \leq \frac{4}{27}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: } 2(1-k) = k \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}.$$

Câu 32: [2D1-3] Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

B. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$.

C. $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

D. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có tiệm cận đứng: $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$.

$$\text{Gọi } M(x_0; y_0) \in (C) \text{ với } x_0 \neq 1 \text{ thì } y_0 = \frac{2x_0+2}{x_0-1} = 2 + \frac{4}{x_0-1}.$$

Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

$$\text{Ta có } MA = |x_0 - 1|, MB = |y_0 - 2| = \left| \frac{4}{x_0 - 1} \right|.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có: $MA + MB \geq 2\sqrt{MA \cdot MB}$

$$\Rightarrow MA + MB \geq 2\sqrt{|x_0 - 1| \cdot \left| \frac{4}{x_0 - 1} \right|} = 4.$$

Do đó $MA + MB$ nhỏ nhất bằng 4 khi và chỉ khi $|x_0 - 1| = \frac{4}{|x_0 - 1|}$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 1|^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 4 \\ x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0 \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm cần tìm là $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

Câu 33: [2D2-2] Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$ có hai nghiệm là a, b . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a + b = \frac{1}{3}$.

B. $ab = -\frac{1}{3}$.

C. $ab = \sqrt[3]{2}$.

D. $a + b = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$* \text{ Ta có } 3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}}.$$

$$* \text{ Vậy tích hai nghiệm là } \left(2^{\frac{1 - \sqrt{13}}{6}} \right) \cdot \left(2^{\frac{1 + \sqrt{13}}{6}} \right) = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}.$$

Câu 34: [2D1-2] Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn B có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu?

- A. $a < 0, b \leq 0$. B. $a > 0, b \geq 0$. C. $a > 0, b < 0$. D. $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Chọn B.

* Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$* \text{ Ta có } f'(x) = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}.$$

* Hàm số có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}.$$

Câu 35: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

- A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 3$. D. $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $M(x; y; z)$.

$$\text{Ta có: } MA^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2; \quad MB^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2; \quad MC^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2.$$

$$MA^2 = MB^2 + MC^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = (y-2)^2 + x^2 + (z-3)^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R = \sqrt{2}$.

Câu 36: [2D12-1] Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$f'(x) = \frac{4}{(-x+1)^2} > 0, \quad \forall x \neq 1.$$

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 37: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.
C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt: $\vec{x} = m.\vec{a} + n.\vec{b} + p.\vec{c}$, $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (-3; 22; 5) = m.(2; 3; 1) + n.(-1; 5; 2) + p.(4; -1; 3) \Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} (I).$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$.

Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 38: [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Giá trị $f'(1)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow f'(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Vậy $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2\sqrt{3}a$, $\angle SBC = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $6\sqrt{7}a$.

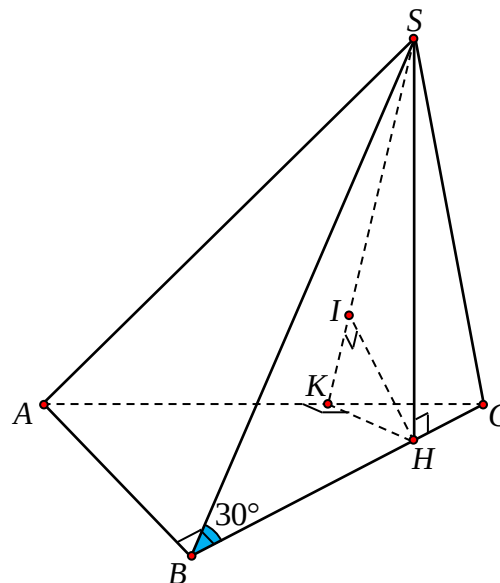
B. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $(SBC) \perp (ABC)$ và $(SBC) \cap (ABC) = BC$

Trong mặt phẳng (SBC) , kẻ $SH \perp BC$ thì $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC$.

Tam giác SBH vuông tại H có $SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$; $BH = SB \cdot \cos 30^\circ = 3a \Rightarrow HC = a$.

Vì $\frac{BC}{HC} = 4$ nên $d(B, (SAC)) = 4d(H, (SAC))$.

Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $HK \perp AC$; $SH \perp AC \Rightarrow AC \perp (SHK)$; $AC \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (SHK)$ và $(SAC) \cap (SHK) = SK$

Trong mặt phẳng (SHK) , kẻ $HI \perp SK$ thì $HI \perp (SAC) \Rightarrow HI = d(H, (SAC))$

Tam giác CKH và tam giác CBA đồng dạng nên $\frac{HK}{AB} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow HK = \frac{CH \cdot AB}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{3a}{5}$.

Tam giác SHK vuông tại H có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

Vậy $d(B, (SAC)) = \frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Câu 40: [2D1-2] Hàm số nào sau đây có chiều biến thiên khác với chiều biến thiên của các hàm số còn lại.

A. $h(x) = x^3 + x - \sin x$.

B. $k(x) = 2x + 1$.

C. $g(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 3$.

D. $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 5}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

○ $f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 7}{(x+1)^2} = \frac{-(x+1)^2 - 6}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow f(x)$ luôn nghịch biến trên từng

khoảng xác định.

○ $g'(x) = 3x^2 - 12x + 15 = 3(x-2)^2 + 3 > 0, \forall x \Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

○ $k'(x) = 2 > 0, \forall x \Rightarrow k(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

○ $h'(x) = 3x^2 + 1 - \cos x = 3x^2 + 2\sin^2 \frac{x}{2} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và do hàm số $h(x) = x^3 + x - \sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số 3003 đồng biến trên AD .

Qua đây ta nhận thấy các hàm số $h(x)$, $g(x)$, $k(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, còn hàm $f(x)$ thì không.

Câu 41: [2D1-3] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số

$y = \frac{2x-3}{x-1}$.

A. $m \neq 2\sqrt{2}$.

B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

C. $m \neq \pm 2$.

D. $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} (2x+m)' = \left(\frac{2x-3}{x-1}\right)' \\ 2x+m = \frac{2x-3}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{1}{(x-1)^2} \\ m = \frac{2x-3}{x-1} - 2x \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

□ Với $x = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ thay vào (2) ta được $m = -2\sqrt{2}$.

□ Với $x = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ thay vào (2) ta được $m = 2\sqrt{2}$.

Do đó, giá trị cần tìm của m là: $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 42: [2D2-3] Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$.

C. $0 < m \leq 5$.

D. $4 \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{2-\sin^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{4}{2^{\sin^2 x}} = m$.

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$, $t \in [1; 2]$, ta có phương trình $t + \frac{4}{t} = m$ (*).

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{4}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

$$f'(t) = 1 - \frac{4}{t^2} = \frac{t^2 - 4}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \notin (1; 2) \\ t = -2 \notin (1; 2) \end{cases}$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4.$$

Do đó $\min_{[1;2]} f(t) = 4$ và $\max_{[1;2]} f(t) = 5$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm $t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow \min_{[1;2]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;2]} f(t) \Leftrightarrow 4 \leq m \leq 5.$$

Vậy: $4 \leq m \leq 5$.

Câu 43: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A. $\frac{4a}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

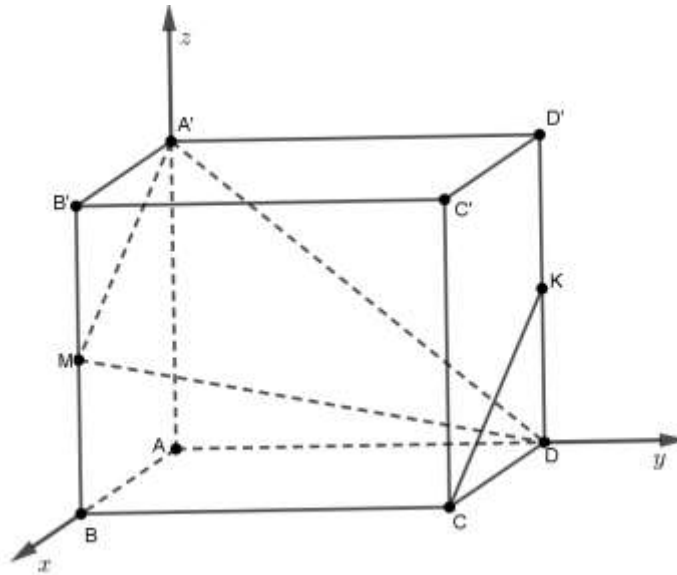
Lời giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm BB' . Ta có: $CK \parallel A'M \Rightarrow CK \parallel (A'MD)$.

Khi đó: $d(CK, A'D) = d(CK, (A'MD)) = d(C, (A'MD))$.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C(a;a;0)$, $M\left(a;0;\frac{a}{2}\right)$.

$$\overrightarrow{A'M} = \left(a; 0; -\frac{a}{2}\right), \overrightarrow{A'D} = (0; a; -a), [\overrightarrow{A'M}, \overrightarrow{A'D}] = \left(\frac{a^2}{2}; a^2; a^2\right).$$

Vậy mặt phẳng $(A'MD)$ nhận $\vec{n} = (1; 2; 2)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mp $(A'MD)$: $x + 2y + 2z - 2a = 0$.

$$\text{Do đó: } d(C, (A'DM)) = \frac{|a + 2a - 2a|}{3} = \frac{a}{3}.$$

Câu 44: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là:

A. $D = (-1; 3)$.

B. $D = (0; 1)$.

C. $D = (-1; 1)$.

D. $D = (-3; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ xác định khi $3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-3; 1)$.

Câu 45: [2D1-3] Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi m^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = 2 \text{ m}, h = \frac{1}{2} \text{ m}$.

B. $R = 4 \text{ m}, h = \frac{1}{5} \text{ m}$.

C. $R = \frac{1}{2} \text{ m}, h = 8 \text{ m}$.

D. $R = 1 \text{ m}, h = 2 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ giả thiết ta có: $V = \pi R^2 h = 2\pi \Rightarrow h = \frac{2}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \left(R^2 + \frac{2}{R}\right).$$

Xét hàm số $f(R) = R^2 + \frac{2}{R}$ với $R \in (0; +\infty)$. Ta có:

$$f'(R) = 2R - \frac{2}{R^2} = \frac{2(R^3 - 1)}{R^2}$$

$$f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = 1$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$	
y'		-	0	+
y	$+\infty$		3	$+\infty$

Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất khi $R = 1 \Rightarrow h = 2$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất khi làm thùng phi thì $R = 1m, h = 2m$.

Câu 46: [1D2-3] Cho số nguyên dương n , tính tổng $S = \frac{-C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + \dots + \frac{(-1)^n nC_n^n}{(n+1)(n+2)}$.

A. $S = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}$ **B.** $S = \frac{2n}{(n+1)(n+2)}$ **C.** $S = \frac{n}{(n+1)(n+2)}$ **D.** $S = \frac{-2n}{(n+1)(n+2)}$

Lời giải

Chọn A.

Với $k, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n, n > 0$ ta có:

$$\frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{n!}{(k+1).k!. (n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(n+1)(k+1)!. (n+1-(k+1))!} = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} (*).$$

Áp dụng đẳng thức (*) ta có:

$$\begin{aligned} \frac{k.C_n^k}{(k+1)(k+2)} &= \left(\frac{2}{k+2} - \frac{1}{k+1} \right) C_n^k = \frac{2.C_n^k}{k+2} - \frac{C_n^k}{k+1} = 2 \cdot \frac{k+1}{k+2} \cdot \frac{C_n^k}{k+1} - \frac{C_n^k}{k+1} \\ &= 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{k+2} \right) \cdot \frac{C_n^k}{k+1} - \frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_n^k}{k+1} - 2 \cdot \frac{C_{n+1}^{k+1}}{(k+2)(n+1)} = \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1} - 2 \cdot \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$S = \frac{1}{n+1} \left(-C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 - C_{n+1}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1} \right) - \frac{2}{(n+1)(n+2)} \left(-C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2} \right).$$

Ta có

$$-C_{n+1}^2 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1} = \left(-C_{n+1}^0 + C_{n+1}^1 - C_{n+1}^2 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1} \right) + C_{n+1}^0 - C_{n+1}^1$$

$$= -(1-1)^{n+1} + 1 - (n+1) = -n.$$

$$-C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2} = \left(C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 - C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2} \right) - \left(C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 \right)$$

$$= (1-1)^{n+1} - \left(1 - (n+2) + \frac{(n+1)(n+2)}{2} \right) = -\frac{n^2 + n}{2}.$$

Vậy ta suy ra

$$S = \frac{1}{n+1}(-n) + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \cdot \frac{n^2+n}{2} = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}.$$

Phương pháp trắc nghiệm

Đặt tổng: $S = \frac{-C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + \dots + \frac{(-1)^n nC_n^n}{(n+1)(n+2)}$ lần lượt bằng các kết quả ở các phương án

A, B, C, D.

Xét phương án A: Giả sử rằng $S = \frac{-C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + \dots + \frac{(-1)^n nC_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}.$

Kiểm tra với $n = 2$ ta thấy $VT = VP$. Vậy A đúng.

Xét các phương án B, C, D: Kiểm tra với $n = 2$ thì $VT \neq VP$. Vậy B, C, D không đúng.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$ và $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

A. $M(0; 1; -4)$. B. $M(2; 1; 0)$. C. $M(0; 1; -2)$. **D. $M(0; 1; 4)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 7; -6)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 3; -2)$, $\overrightarrow{AD} = (1; 6; -4)$ nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4 \neq 0$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2; 1; 4)$.

Ta có: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |4\overrightarrow{MG}| = 4MG$.

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất.

Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0; 1; 4)$.

Câu 48: [2D2-3] Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi:

A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$. B. $0 < a < 2\sqrt{2}$. C. $0 < a < 2$. **D. $-2 < a < 2$.**

Lời giải

Chọn D.

$\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + ax + 1 > 0 \\ 2x^2 + 3 > x^2 + ax + 1 \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + ax + 1 > 0 \\ x^2 - ax + 2 > 0 \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 4 < 0 \\ a^2 - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 2.$$

Câu 49: [1D2-2] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$

A. 4000. B. 2700. **C. 3003.** D. 3600.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15} = \sum C_{15}^k (x^2)^{15-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum C_{15}^k x^{30-3k}$.

Số hạng cần tìm không chứa $x \Rightarrow 30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển của $P(x)$ là $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 50: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = a$. Gọi M là điểm trên đoạn AD với $\frac{AM}{MD} = 3$. Gọi x là độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD', B'C$ và y là độ dài khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$. Tính giá trị xy .

A. $\frac{5a^5}{3}$.

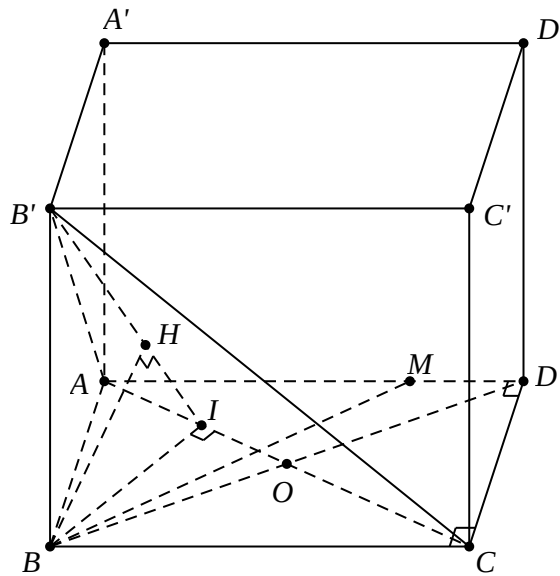
B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{3a^2}{4}$.

D. $\frac{3a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $B'C \parallel A'D \Rightarrow B'C \parallel (ADD'A') \subset AD' \Rightarrow d(B'C, AD') = d(C, (ADD'A')) = CD = a$. Suy ra: $x = a$.

Lại có: $\frac{MA}{DA} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(M, (AB'C)) = \frac{3}{4} d(D, (AB'C)) = \frac{3}{4} d(B, (AB'C))$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên AC ta có: $\begin{cases} AC \perp BI \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'I)$.

Gọi H là hình chiếu của B lên $B'I$ ta có: $\begin{cases} BH \perp B'I \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d(B, (AB'C)) = BH$.

Trong tam giác ABC , ta có: $AB \cdot BC = AC \cdot BI \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Trong tam giác $BB'I$, ta có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BI^2} + \frac{1}{BB'^2} \Rightarrow BH = \frac{2a}{3} \Rightarrow d(B, (AB'C)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a}{2}$.

Suy ra: $y = \frac{a}{2}$

Vậy $xy = \frac{a^2}{2}$.

-----HÉT-----