ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

Bài 1 *(2 điểm):*

1, Tính: $A = \dfrac{2}{2+\sqrt{5}} - \sqrt{9-2\sqrt{20}} + \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$.

2, Cho biểu thức: $B = \left(\dfrac{2}{2\sqrt{x}-1} + \dfrac{3}{\sqrt{x}+2} - \dfrac{2\sqrt{x}-3}{2x+3\sqrt{x}-2}\right).\dfrac{2x-\sqrt{x}}{6\sqrt{x}+4}$ với $\begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne \dfrac{1}{4} \end{cases}$.

a, Rút gọn biểu thức B.

b, Tìm x sao cho B nhận giá trị nguyên.

Bài 2 *(2 điểm):*

1, Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m+1)x + my = 2m-1 \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$.

a, Giải hệ phương trình với $m = 4$.

b, Chứng minh rằng với mọi m hệ luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$. Tìm m sao cho $P = xy + x + 2y$ đạt giá trị lớn nhất.

2, Giải phương trình: $x^4 + \left(2\sqrt{2}-1\right)x^2 + 4\sqrt{2} - 6 = 0$.

Bài 3 *(2 điểm):*

Cho hàm số: $y = x^2$ (P) và $y = 2(m-3)x + m - 9$ (d), m là tham số, $m \in \mathbb{R}$.

1, Tìm m sao cho (d) là hàm số bậc nhất đồng biến.

2, Tìm m sao cho đồ thị (P) và (d) tiếp xúc nhau, tìm tiếp điểm.

3, Tìm m sao cho đồ thị (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Bài 4 *(3,5 điểm):*

Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn, từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là các tiếp điểm). M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC, (M khác B và C), gọi D, E, F là hình chiếu vuông góc của M lên BC, CA, AB. Giao điểm của MB với DF là P, của MC với DE là Q. Chứng minh rằng:

1, Các tứ giác MDBF và MDCE nội tiếp.

2, PQ // BC.

3, PQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MQE.

4, Đường thẳng nối giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MQE với đường tròn ngoại tiếp tam giác MPF đi qua 1 điểm cố định.

Bài 5 *(0,5 điểm):*

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

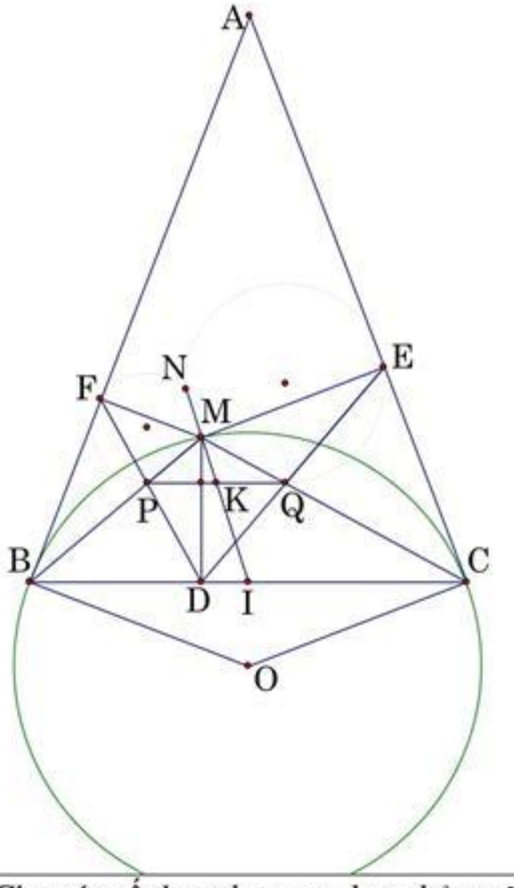
Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{a^2+2b+3} + \dfrac{b}{b^2+2c+3} + \dfrac{c}{c^2+2a+3} \le \dfrac{1}{2}$.

________________Hết________________

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

Bài		Nội dung	Điểm
1	1	Tính: $A=\dfrac{2}{2+\sqrt{5}}-\sqrt{9-2\sqrt{20}}+\sqrt[3]{5\sqrt{5}}$.	
		Tính được $A=2\sqrt{5}-2$	0,50
	2	Cho biểu thức: $B=\left(\dfrac{2}{2\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2\sqrt{x}-3}{2x+3\sqrt{x}-2}\right).\dfrac{2x-\sqrt{x}}{6\sqrt{x}+4}$ với $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne \dfrac{1}{4}\end{cases}$. a, Rút gọn biểu thức B. b, Tìm x sao cho B nhận giá trị nguyên.	
	a	Rút gọn và kết luận: Vậy với $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne \dfrac{1}{4}\end{cases}$ thì $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.	1,00
	b	Tìm được $0\le B<1$	0,25
		$B=0\Leftrightarrow \sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0(tm)$ Vậy với $x=0$ thì B nhận giá trị nguyên.	0.25
2	1	Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(m+1)x+my=2m-1\\ mx-y=m^2-2\end{cases}$. a, Giải hệ phương trình với $m=4$. b, Chứng minh rằng với mọi m hệ luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$. Tìm m sao cho $P=xy+x+2y$ đạt giá trị lớn nhất.	
	a	Thay m, giải hệ và kết luận hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases}x=3\\ y=-2\end{cases}$.	0,75
	b	$\begin{cases}(m+1)x+my=2m-1\\ mx-y=m^2-2\end{cases}\Leftrightarrow ...\Leftrightarrow \begin{cases}(m^2+m+1)x=m^3-1 \quad (1)\\ y=mx-m^2+2\end{cases}$ Do $m^2+m+1=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\ne 0\forall m$, vì $\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2\ge 0\forall m$, nên (1) luôn có nghiệm duy nhất do đó hệ luôn có nghiệm duy nhất $\forall m$.	0,50
		Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases}x=m-1\\ y=2-m\end{cases}$, $P=xy+x+2y=-m^2+2m+1=2-(m-1)^2\le 2\forall m$ vì $(m-1)^2\ge 0\forall m$. $P=2\Leftrightarrow m=1$ Vậy m = 1 thì P đạt giá trị lớn nhất là 2.	0,25
	2	Giải phương trình: $x^4+\left(2\sqrt{2}-1\right)x^2+4\sqrt{2}-6=0$.	

		Giải được đến tập nghiệm $S=\left\{\sqrt{2}-1;1-\sqrt{2}\right\}$	0,50
3		Cho hàm số: $y=x^2$ (P) và $y=2(m-3)x+m-9$ (d), m là tham số, $m\in\mathbb{R}$. 1, Tìm m sao cho (d) là hàm số bậc nhất đồng biến. 2, Tìm m sao cho đồ thị (P) và (d) tiếp xúc nhau, tìm tiếp điểm. 3, Tìm m sao cho đồ thị (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.	
	1	(d) là hàm số bậc nhất đồng biến $\Leftrightarrow\begin{cases}2(m-3)\neq 0\\2(m-3)>0\end{cases}\Leftrightarrow m>3.$ Vậy $m>3$ thì (d) là hàm số bậc nhất đồng biến.	0,50
	2	Tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y=x^2\\y=2(m-3)x+m-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x^2\\x^2-2(m-3)x-m+9=0\,(2)\end{cases}$ Đồ thị (P) và (d) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow(2)$ nghiệm kép $\Leftrightarrow\Delta=0$ $\Leftrightarrow m^2-5m=0\Leftrightarrow m(m-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=5\end{array}\right.$.	0,50
		Với m = 0 hệ phương trình trở thành $\begin{cases}y=x^2\\x^2+6x+9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=9\end{cases}$ Với m = 5 hệ phương trình trở thành $\begin{cases}y=x^2\\x^2-4x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$ Vậy m = 0 (P) và (d) tiếp xúc tại $(-3;9)$; m = 5 (P) và (d) tiếp xúc tại $(2;4)$.	0,25
	3	(P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm $\Leftrightarrow(2)$ có 2 nghiệm phân biệt âm $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m(m-5)>0\\x_1+x_2=2(m-3)<0\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow m<0\\x_1x_2=-m+9>0\end{cases}$ Vậy $m<0$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.	0,75
4		Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn, từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là các tiếp điểm). M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC, (M khác B và C), gọi D, E, F là hình chiếu vuông góc của M lên BC, CA, AB. Giao điểm của MB với DF là P, của MC với DE là Q. Chứng minh rằng: 1, Các tứ giác MDBF và MDCE nội tiếp. 2, PQ // BC. 3, PQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MQE. 4, Đường thẳng nối giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MQE với đường tròn ngoại tiếp tam giác MPF đi qua 1 điểm cố định.	

<table>
<tr>
<td rowspan="5"></td>
<td rowspan="5"></td>
<td rowspan="5">
</td>
<td>Chứng minh được các tứ giác MDBF và MDCE nội tiếp</td>
<td>1,00</td>
</tr>
<tr>
<td>Chứng minh được MQDP nội tiếp</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>Chứng minh PQ // BC</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>Chứng minh PQ là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MQE</td>
<td>1,00</td>
</tr>
<tr>
<td>Tương tự QP là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MPF. (Các điểm như hình vẽ)
Ta có
$KM.KN = KQ^2; KM.KN = KP^2$
$\Rightarrow KP = KQ$
Xét ΔMBC:
$KP = KQ, PQ // BC$, theo định lý Thales suy ra I là trung điểm BC. Vậy MN đi qua điểm cố định là trung điểm BC.</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td></td>
<td colspan="2">Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.
Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{a^2+2b+3} + \dfrac{b}{b^2+2c+3} + \dfrac{c}{c^2+2a+3} \le \dfrac{1}{2}$.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td colspan="2">C/M bổ đề: $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} \ge \dfrac{(a+b)^2}{x+y}$ và suy ra $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} + \dfrac{c^2}{x} \ge \dfrac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$
* Ta có : $a^2 + 2b + 3 = a^2 + 2b + 1 + 2 \ge 2a + 2b + 2$, tương tự ta có
$A = \dfrac{a}{a^2+2b+3} + \dfrac{b}{b^2+2c+3} + \dfrac{c}{c^2+2a+3} \le \dfrac{a}{2a+2b+2} + \dfrac{b}{2b+2c+2} + \dfrac{c}{2c+2a+2}$
$\Leftrightarrow A \le \dfrac{1}{2}\underbrace{\left(\dfrac{a}{a+b+1} + \dfrac{b}{b+c+1} + \dfrac{c}{c+a+1}\right)}_{B}$ (1)
Ta chứng minh $\dfrac{a}{a+b+1} + \dfrac{b}{b+c+1} + \dfrac{c}{c+a+1} \le 1$
$\Leftrightarrow \dfrac{a}{a+b+1} - 1 + \dfrac{b}{b+c+1} - 1 + \dfrac{c}{c+a+1} - 1 \le -2$
$\Leftrightarrow \dfrac{-b-1}{a+b+1} + \dfrac{-c-1}{b+c+1} + \dfrac{-a-1}{c+a+1} \le -2$
$\Leftrightarrow \dfrac{b+1}{a+b+1} + \dfrac{c+1}{b+c+1} + \dfrac{a+1}{c+a+1} \ge 2$
$\Leftrightarrow \underbrace{\dfrac{(b+1)^2}{(a+b+1)(b+1)} + \dfrac{(c+1)^2}{(b+c+1)(c+1)} + \dfrac{(a+1)^2}{(c+a+1)(a+1)}}_{3-B} \ge 2$ (2)
* Áp dụng Bổ đề trên ta có:</td>
<td>0,50</td>
</tr>
</table>

$$\Rightarrow 3-B \ge \frac{(a+b+c+3)^2}{(a+b+1)(b+1)+(b+c+1)(c+1)+(c+a+1)(a+1)}$$

$$\Leftrightarrow 3-B \ge \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca+3(a+b+c)+3} \qquad (3)$$

$$2\left[a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca+3(a+b+c)+3\right]$$

$$=2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca+6a+6b+6c+6$$

$$=2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca+6a+6b+6c+6 \ (\text{Do}: a^2+b^2+c^2=3)$$

$$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca+6a+6b+6c+9$$

$$=(a+b+c+3)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca+3(a+b+c)+3}=2 \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ (2)

Kết hợp (2) và (1) ta có điều phải chứng minh.

Dấu = xảy ra khi a = b = c = 1