Đề thi thử vào lớp 10
Môn Toán
Năm học 2018-2019

Bài 1 (2 điểm). Cho biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ và $B = \left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \dfrac{3}{\sqrt{x}+5}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$, $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Khi $x = 9\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}.\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$, Tính giá trị của A.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm x để $P = A + B$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (2 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Một công nhân phải làm xong 120 sản phẩm trong một thời gian quy định. Sau khi làm được 2 giờ với năng xuất dự kiến, người đó đã cải tiến các thao tác kĩ thuật nên mỗi giờ làm thêm được 3 sản phẩm. Vì vậy, người đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn quy định 1 giờ 36 phút. Tính số sản phẩm người đó dự kiến làm trong mỗi giờ.

Bài 3 (2 điểm).

1) Cho phương trình $x^3 - mx + 2(m-4) = 0$. Tìm m để phương trình có 3 ngiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 25$

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$.

a) Với $m = -1$, vẽ d và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

b) Tìm giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 5$.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) có dây $BC < 2R$ cố định. Kẻ đường kính BM, điểm A bất kì trên tia CB ($CA > CB$). Gọi E là giao điểm của AM với (O), gọi H là giao điểm của của OA với đường tròn (O') ngoại tiếp tam giác ABM. Gọi K là giao điểm của OA và CE.

1) Chứng minh tứ giác $BKHC$ nội tiếp.

2) Chứng minh tam giác AEK và AHM đồng dạng.

3) Chứng minh $AO'M$ có dộ lớn không phụ thuộc vào vị trí của A.

4) Xác định vị trí điểm A trên tia CB để $AO + 4HO$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{2x + 3\sqrt{2x-1} + 1}{x + 2\sqrt{2x-1} + 1}$.

Đáp án Đề thi thử vào lớp 10
Môn Toán
Năm học 2018-2019

Bài 1.

$$A=\frac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$$

$$B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}\quad ,x\ge 0,x\ne 25$$

1) Khi $x=9\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$, tính giá trị của A

$$x=9\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}=9\sqrt[3]{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}=9$$

$$\Rightarrow\sqrt{x}=3$$

$$A=\frac{2.3}{3+3}=\frac{2}{3}$$

2) Rút gọn B

$$B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}\quad ,x\ge 0,x\ne 25$$

$$=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$$

$$=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}:\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}.\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}+3}$$

3) Tìm x để P = A + B nhận giá trị nguyên.

$$P=A+B=\frac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)-5}{\sqrt{x}+3}=2-\frac{5}{\sqrt{x}+3}$$

Để P nguyên thì $\sqrt{x}+3$ là Ư(5)

Vì $\sqrt{x}+3\ge 3\Rightarrow\sqrt{x}+3=5\Rightarrow\sqrt{x}=2\Rightarrow x=4\,(tm)$

Bài II: Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một công nhân phải làm xong 120 sản phẩm trong một thời gian quy định. Sau khi làm được hai giờ với năng suất dự kiến, người đó đã cải tiến các thao tác kĩ thuật nên mỗi giờ làm thêm được 3 sản phẩm. Vì vậy, người đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn quy định 1 giờ 36 phút. Tính số sản phẩm người đó dự kiến làm trong mỗi giờ?

Bài giải: Đổi 1 giờ 36 phút = $\frac{8}{5}$ giờ

		Năng suất	**Thời gian**	**Khối lượng công việc**
Dự định		x	$\frac{120}{x}$	120
Thực tế	**2 giờ đầu**	x	2	2x
	Còn lại	x + 3	$\frac{120-2x}{x+3}$	120 − 2x

$$\Rightarrow \frac{120}{x} - \frac{8}{5} = \frac{120-2x}{x+3} + 2$$

Gọi số sản phẩm người đó dự kiến làm trong mỗi giờ là x (sản phẩm/giờ, $x \in N^*$)

Thời gian người đó dự kiến làm hết 120 sản phẩm là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Hai giờ đầu người đó làm với năng suất dự định thì được 2x (sản phẩm)

Số sản phẩm còn lại là 120 − 2x (sản phẩm)

Thời gian người đó hoàn thiện số sản phẩm còn lại là $\frac{120-2x}{x+3}$ (sản phẩm)

Do người đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự kiến 1 giờ 36 phút nên ta có phương trình:

$\frac{120}{x} - \frac{8}{5} = \frac{120-2x}{x+3} + 2$

$\Leftrightarrow \frac{600(x+3)}{5x(x+3)} - \frac{8x(x+3)}{5x(x+3)} = \frac{5x(120-2x)}{5x(x+3)} + \frac{10x(x+3)}{5x(x+3)}$

$\Leftrightarrow 600x + 1800 - 8x^2 - 24x = 600x - 10x^2 + 10x^2 + 30x$

$\Leftrightarrow -8x^2 - 54x + 1800 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 27x - 900 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 48x + 75x - 900 = 0$

$\Leftrightarrow 4x(x-12)+75(x-12)=0$

$\Leftrightarrow (x-12)(4x+75)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-12=0 \\ 4x+75=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12(TM) \\ x=\dfrac{-75}{4}(L) \end{array}\right.$

Vậy số sản phẩm người đó dự kiến làm trong mỗi giờ là 12 sản phẩm.

Cấu III:

a) PT $x^3-mx-2(m-4)=0$ (1)

- Thay x = -2 vào pt (1) ta thấy thỏa mãn => pt (1) luôn có 1 nghiệm là x = -2

$\Rightarrow x^3-mx-2(m-4)=0 \Leftrightarrow (x+2)(x^2-2x-m+4)=0$

- Xét pt $x^2-2x-m+4=0$ phải có 2 nghiệm thỏa mãn:

$$x^2_1+x_2^2+(-2)^2-2x_1x_2=25 \Leftrightarrow x^2_1+x_2^2-2x_1x_2=21 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=21 \text{ (*)}$$

- Để pt (1) có 3 nghiệm thì $x^2-2x-m+4=0$ phải có 2 nghiệm $x_1; x_2 \neq$ -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ x\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+(m-4)>0 \\ (-2)^2-2(-2)-m+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ m\neq 12 \end{cases} \text{ (**)}$$

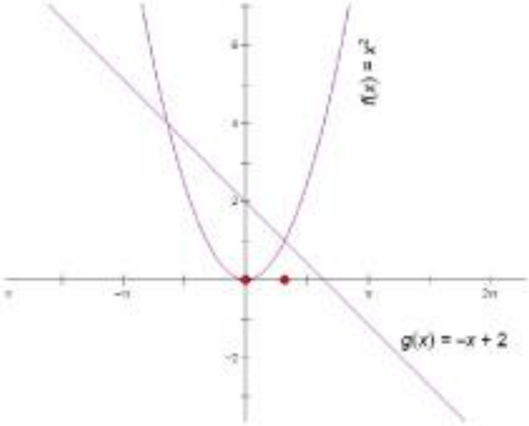
Sử dụng định lý viet kết hợp với điều kiện (**) ta có 2 nghiệm của pt (2):

$$\begin{cases} x_1x_2=-m+4 \\ x_1+x_2=2 \end{cases}$$

Thay vào (*) ta được: $$2^2-4(-m+4)=21 \Leftrightarrow 4+4m-16=21$$ $$\Leftrightarrow 4m=33 \Rightarrow m=\frac{33}{4}(TM)$$

Vậy $m=\dfrac{33}{4}$

b) Với m = -1 ta có đồ thị



PT hoành độ giao điểm của (P) và d là: $x^2 = -x + 2$

Giải pt hoành độ giao điểm ta có 2 nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = -2$

Tọa độ giao điểm của (P) và d là: (1; 1) và (-2; 4)

a) PT hoành độ giao điểm tổng quát: $x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0$

Ta có: $\Delta = (-m)^2 - 4.2 \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 8$

Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > \sqrt{8}$

Với $m > \sqrt{8}$ phương trình có 2 nghiệm:

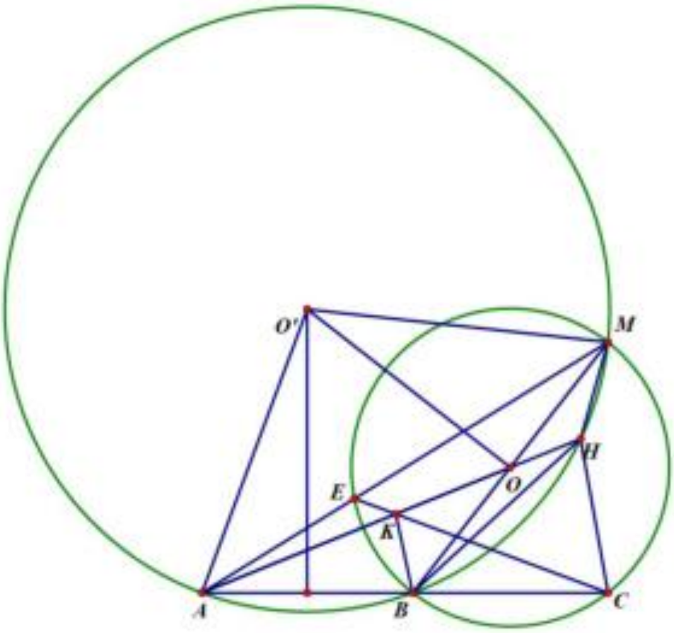
$x_1 = \dfrac{m + \sqrt{m^2 - 8}}{2}$ và $x_2 = \dfrac{m - \sqrt{m^2 + 8}}{2}$

Để $x_1 - 2x_2 = 5 \Leftrightarrow \dfrac{m + \sqrt{m^2 - 8}}{2} - 2\dfrac{m - \sqrt{m^2 + 8}}{2} = 5 \Leftrightarrow m + \sqrt{m^2 - 8} - 2m + 2\sqrt{m^2 - 8} = 10$

$\Leftrightarrow m + 3\sqrt{m^2 - 8} = 10 \Leftrightarrow 3\sqrt{m^2 - 8} = 10 - m \Leftrightarrow 9m^2 - 72 = 100 - 20m + m^2$

$$\Leftrightarrow 8m^2 + 20m - 172 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = \dfrac{-5 + 3\sqrt{41}}{4} (TM) \\ m_2 = \dfrac{-5 - 3\sqrt{41}}{4} (L) \end{array}\right.$$

Bài 4.



1) $BHK = BHA = BME = BCK \Rightarrow$ tứ giác $BKHC$ nội tiếp.

2) Tứ giác $BCHK$ nội tiếp

$\Rightarrow AB.AC = AK.AH$ mà $AB.AC = AE.AM$

$\Rightarrow AK.AH = AE.AM \Rightarrow \dfrac{AK}{AE} = \dfrac{AM}{AH}$ và có $KAE = MAH \Rightarrow \Delta AEK$ đồng dạng ΔAHM (cgc).

3) $AO'M = AO'H + MO'H = 2.AMH + 2.MBH = 2\left(AKE + MBH\right)$

$= 2\left(HBC + MBH\right) = 2MBC$

$\Rightarrow$ $AO'M$ không phụ thuộc vào vị trí điểm A.

4) Có $AO + 4.HO \geq 4.\sqrt{AO.HO} \Rightarrow AO + 4.HO \geq 4.\sqrt{OB.OM} \Rightarrow AO + 4.HO \geq 4R$

Vậy $AO + 4HO$ nhỏ nhất bằng $4R$ đạt được khi $OA = 4OH \Rightarrow OA.OH = \dfrac{OA.OA}{4} = \dfrac{OA^2}{4}$

Mà $OA.OH = R^2 \Rightarrow OA = 2R$.

Bài V. (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{2x + 3\sqrt{2x-1} + 1}{x + 2\sqrt{2x-1} + 1}$

HD: ĐKXĐ $x \geq \dfrac{1}{2}$. Đặt $t = \sqrt{2x-1}$ $(t \geq 0) \Rightarrow 2x = t^2 + 1 \Rightarrow x = \dfrac{t^2+1}{2}$

Ta có $A=\dfrac{t^2+1+3t+1}{\dfrac{t^2+1}{2}+2t+1}=2.\dfrac{t^2+3t+2}{t^2+4t+3}=\dfrac{2(t+1)(t+2)}{(t+1)(t+3)}=\dfrac{2(t+2)}{t+3}=2\left(1-\dfrac{1}{t+3}\right)$

Vì $t\ge 0\Leftrightarrow t+3\ge 3\Leftrightarrow 2\left(1-\dfrac{1}{t+3}\right)\ge 2\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{4}{3}$

Vậy $\min A=\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow t=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$