

**Đề thi thử vào lớp 10**  
**Môn Toán**  
**Năm học 2018-2019**

**Bài I ( 2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của A khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$
- 2) Tìm giá trị của x để  $B = A + 1$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = B - A$

**Bài II ( 2 điểm)**

*Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

**Bài III ( 2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng  $(d_1): y = -mx + m + 1$  và  $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$

với m là tham số khác 0.

- a) Chứng minh rằng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  luôn vuông góc với nhau với mọi giá trị của tham số  $m \neq 0$ .
- b) Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d_1)$  luôn đi qua. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định.

**Bài IV ( 3,5 điểm).** Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính ( $A \neq B, A \neq C$ ). Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O, R).

- 1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$
- 2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- 3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.
- 4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O). Khi A thay đổi trên đường tròn (O), tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$ .

**Bài V ( 0,5 điểm)**

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn:  $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$  và  $x + y + z = \frac{3}{2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất và

giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + z^2$

**Đáp án Đề thi thử vào lớp 10**  
**Môn Toán**  
**Năm học 2018-2019**

**Câu 1:** (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

1. Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .
2. Tìm giá trị của  $x$  để  $B = A + 1$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = B - A$ .

**Lời giải.**

Với  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có:

$$A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(2x - 4\sqrt{x}) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - 2)(2\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)} = 2\sqrt{x} + 1$$

$$B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{(\sqrt{x^3} - \sqrt{x}) + (2x - 2)}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x}(x - 1) + 2(x - 1)}{\sqrt{x} + 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 2)(x - 1)}{(\sqrt{x} + 2)} = x - 1.$$

1. Khi  $x = 4 - 2\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$ , thay vào  $A$ , ta được

$$A = 2\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + 1 = 2(\sqrt{3} - 1) + 1 = 2\sqrt{3} - 1.$$

Vậy  $x = 4 - 2\sqrt{3}$  thì  $A = 2\sqrt{3} - 1$ .

2.  $B = A + 1 \Leftrightarrow x - 1 = 2\sqrt{x} + 1 + 1$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x}) - (3\sqrt{x} + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 3(\sqrt{x} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 = 0 \quad (\forall \sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0, x \neq 4 \text{ nên } \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 9.$$

Vậy  $x = 9$  thì  $B = A + 1$ .

3.  $C = B - A = (x - 1) - (2\sqrt{x} + 1) = x - 2\sqrt{x} - 2 = (x - 2\sqrt{x} + 1) - 3 = (\sqrt{x} - 1)^2 - 3$

Với  $\forall x \geq 0, x \neq 4$  thì  $(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$ , nên  $(\sqrt{x} - 1)^2 - 3 \geq -3$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $(\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = B - A$  là  $-3$  khi  $x=1$ .

**Câu 2:** (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian dự định đi lúc ban đầu. ( $x > 0$ )

Theo đề bài ta có phương trình sau:

$$35(x+2) = 50(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 = 50x - 50$$

$$\Leftrightarrow 15x = 120$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy thời gian dự định đi lúc ban đầu là 8 (giờ)

Quãng đường AB là  $35(8+2) = 350$  (km)

**Câu 3:**

1, giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = a (a \geq 0) \\ \frac{y}{y-2} = b (b > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 2a+3b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = 2 \\ \frac{y}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

2, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $(d_1): (d_1): y = -mx + m + 1$  và

$(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$  với  $m$  là tham số khác 0.

a, Chứng minh rằng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  luôn vuông góc với mọi giá trị của tham số  $m \neq 0$ .

b, Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d_1)$  luôn đi qua. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định

**Lời giải.**

a, Hệ số góc của đường thẳng  $(d_1)$  là  $-m$  và hệ số góc của đường thẳng  $(d_2)$  là  $\frac{1}{m}$ .

Xét tích của các hệ số góc của hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ :

$-m \cdot \frac{1}{m} = -1$  nên hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  vuông góc với nhau với mọi giá trị của  $m$ .

b,  $(d_1): y = -mx + m + 1$        $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$

Giả sử  $M(x_0; y_0)$  là giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$

$$y_0 - 1 = m(1 - x_0)$$

$$y_0 + 1 = \frac{1}{m}(x_0 - 5)$$

$$\Rightarrow (y_0 + 1)(y_0 - 1) = (1 - x_0)(x_0 - 5)$$

$$y_0^2 - 1 = -x_0^2 + 6x_0 - 5$$

$$(x_0 - 3)^2 + y_0^2 = 5$$

Giả sử  $I(3; 0) \in$  mặt phẳng tọa độ

Ta có  $IM = \sqrt{(x_0 - 3)^2 + y_0^2} = \sqrt{5}$  không đổi.

Vậy  $M$  thuộc đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\sqrt{5}$

**Câu 4:** (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Điểm  $A$  thuộc đường tròn,  $BC$  là một đường kính ( $A \neq B, A \neq C$ ). Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Gọi  $E, M$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AH$  và  $P$  là giao điểm của  $OE$  với tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O, R)$ .

1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$

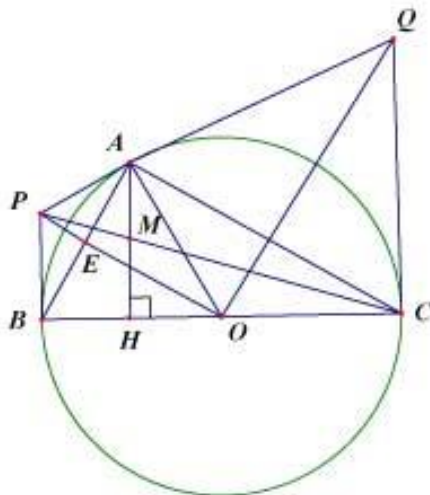
2) Chứng minh:  $PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

3) Chứng minh ba điểm  $P, M, C$  thẳng hàng.

4) Gọi  $Q$  là giao điểm của đường thẳng  $PA$  với tiếp tuyến tại  $C$  của đường tròn  $(O)$ .

Khi  $A$  thay đổi trên đường tròn  $(O)$ , tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$ .

**Lời giải.**



1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$

2) Chứng minh:  $PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

Có  $E$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow AB \perp OE \Rightarrow OE$  là đường trung trực của  $AB$



$$\Rightarrow PA = PB \Rightarrow \Delta OPA = \Delta OPB (c - c - c) \Rightarrow \widehat{PAO} = \widehat{PBO} = 90^\circ \Rightarrow PB \perp AO$$

$\Rightarrow PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

3) Chứng minh ba điểm  $P, M, C$  thẳng hàng.

Giả sử  $PC$  cắt  $AH$  tại  $N$

Ta chứng minh được  $\frac{PE}{PO} = \frac{BH}{BC}$  mà  $\frac{BH}{BC} = \frac{CN}{CP}$

$$\Rightarrow \frac{PE}{PO} = \frac{CN}{CP} \Rightarrow \Delta PNE \sim \Delta PCO (c - g - c)$$

$$\Rightarrow \widehat{PNE} = \widehat{PCO} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong} \Rightarrow NE \parallel OC \Rightarrow NE \parallel BH$$

Lại có  $E$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow N$  là trung điểm  $AH \Rightarrow N = M$

Vậy  $P, M, C$  thẳng hàng.

4) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$ .

Theo bất đẳng thức cô si ta có

$$OP + OQ \geq 2\sqrt{OP \cdot OQ}$$

Mà  $OP \cdot OQ = OAPQ = PQ \cdot OR$

$\Rightarrow OP \cdot OQ$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $PQ$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow PQ$  là khoảng cách giữa hai đường  $BP$  và  $CQ$

$\Rightarrow PQ \parallel BC \Rightarrow A$  là điểm chính giữa đường tròn.

**Câu 5:** (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$  và  $x + y + z = \frac{3}{2}$ .

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + z^2$

**Lời giải.**

**Tìm giá trị lớn nhất**

Ta có  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Do vai trò  $x, y, z$  như nhau nên giả sử  $x \geq y \geq z$ . Khi đó  $1 \geq x \geq \frac{1}{2}$

Ta có

$$y + z = \frac{3}{2} - x \Rightarrow y^2 + z^2 + 2yz = \frac{9}{4} - 3x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 - 2yz \leq \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 = \frac{5}{4} + (x-1)(2x-1) \leq \frac{5}{4}$$

Vậy  $P \leq \frac{5}{4}$

Vậy  $\text{Max } P = \frac{5}{4}$  khi  $(x, y, z) = \left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$  và các hoán vị  $x, y, z$

**Tìm giá trị nhỏ nhất**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương, ta có  $x^2 + \frac{1}{4} \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{4}} = x$

Tương tự  $y^2 + \frac{1}{4} \geq y, z^2 + \frac{1}{4} \geq z$

Cộng theo về các bất đẳng thức ta có  $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{3}{4} \geq x + y + z = \frac{3}{2}$

Hay  $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{3}{4}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = y = z = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $\text{Min } P = \frac{3}{4}$  khi  $x = y = z = \frac{1}{2}$ .