

**ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2018-2019  
MÔN: TOÁN**

**Câu 1:** (2,0 điểm).

Cho biểu thức:  $P = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$  (với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ )

- a) Rút gọn biểu thức  $P$ .
- b) Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 16$ .

**Câu 2:** (2,0 điểm).

*Giải bài toán bằng cách lập phương trình.*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng bằng nửa chiều dài. Nếu giảm chiều dài 2m và tăng chiều rộng 1m thì ta có diện tích mới bằng 198m<sup>2</sup>. Tính chu vi và diện tích của mảnh đất lúc ban đầu.

**Câu 3:** (2,0 điểm).

Cho phương trình:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$  (1) (trong đó  $x$  là ẩn,  $m$  là tham số).

- a) Giải phương trình (1) với  $m = -1$ .
- b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  sao cho  $A = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 4:** (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Hai đường cao AD, BE ( $D \in BC; E \in AC$ ) lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là M và N.

- a) Chứng minh rằng: bốn điểm A, E, D, B nằm trên một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.
- b) Chứng minh rằng:  $MN \parallel DE$ .
- c) Cho (O) và dây AB cố định. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE luôn không đổi khi điểm C di chuyển trên cung lớn AB.

**Câu 5:** (1,0 điểm).

Cho  $a, b, c$  là các số thực không âm thỏa mãn:  $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = a^2(b-c) + b^2(c-b) + c^2(1-c).$$

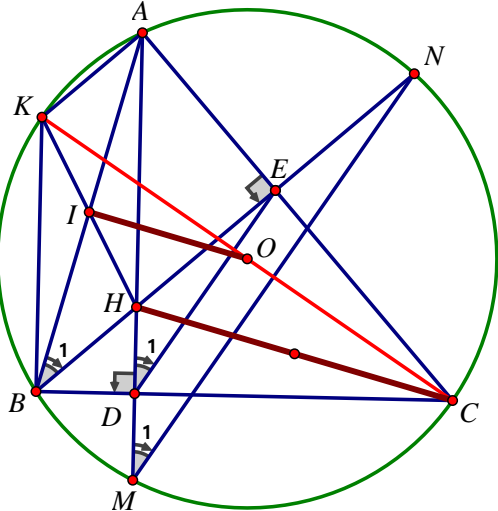
-----Hết-----

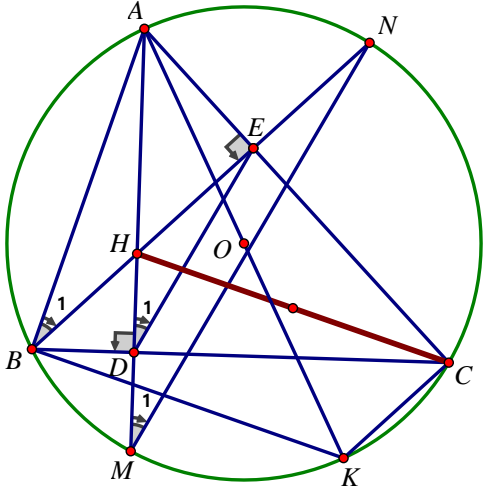
*(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
<b>1</b> (2đ)	<p>ĐKXD: <math>x \geq 0</math> và <math>x \neq 4</math></p> $P = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	<b>1,0</b>
	<p>b Với <math>x=16 \Rightarrow P = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16}-2} = \frac{4}{4-2} = 2</math></p>	<b>1,0</b>
<b>2</b> (2đ)	<p>Gọi <math>x(m)</math> là chiều rộng lúc đầu của mảnh đất hình chữ nhật (<math>x &gt; 0</math>) thì chiều dài của mảnh đất là <math>2x(m)</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Nếu giảm chiều dài 2m thì được chiều dài mới là <math>2x-2(m)</math> tăng chiều rộng 1m thì được chiều rộng mới là: <math>x+1(m)</math> ta được diện tích mới là: <math>(2x-2)(x+1)(m^2)</math></p>	<b>0,5</b>
	<p>Theo đề bài diện tích mới là <math>198m^2</math>, nên ta có phương trình:  <math>(2x-2)(x+1) = 198 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 &amp; (KTM) \\ x = 10 &amp; (TM) \end{cases}</math></p>	<b>0,75</b>
	<p>Khi đó chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh đất lần lượt là: 10m và 20m.</p>	
	<p>Chu vi của mảnh đất lúc đầu là: <math>2.(10 + 20) = 60(m)</math>.                  Diện tích của mảnh đất lúc đầu là: <math>10.20 = 200(m^2)</math>.</p>	<b>0,5</b>
<b>3</b> (2đ)	<p>Với <math>m = -1</math>, ta có phương trình:</p> $(1) \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$ <p>Vậy với <math>m = -1</math> thì phương trình (1) có tập nghiệm là: <math>S = \{-2; 1\}</math>.</p>	<b>1,0</b>
	<p>Ta có <math>\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m - 2) = 9 &gt; 0, \forall m</math>                  nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của <math>m</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Theo hệ thức Vi-ét ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases} (*)</math></p>	<b>0,25</b>
	<p>Lại có <math>A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 (**)</math>. Thay (*) vào (**) ta được</p>	
	$A = (2m+1)^2 - 2(m^2 + m - 2) = 2m^2 + 2m + 5 = 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}$	<b>0,25</b>
	<p>Dấu “=” xảy ra <math>\Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}</math>                  Vậy <math>\min A = \frac{9}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}</math>.</p>	<b>0,25</b>

a	<p>Do AD, BE là đường cao của <math>\Delta ABC</math> (giả thiết) nên :</p> <p><math>ADB = 90^0</math> và <math>AEB = 90^0</math></p> <p>Xét tứ giác AEDB có</p> <p><math>ADB = AEB = 90^0</math> nên bốn điểm A, E, D, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB.</p> <p>Tâm I của đường tròn này là trung điểm của AB.</p>		1,0
b	<p>Xét đường tròn (I) ta có: <math>D_1 = B_1</math> (cùng chắn cung AE)</p> <p>Xét đường tròn (O) ta có: <math>M_1 = B_1</math> (cùng chắn cung AN)</p> <p>Suy ra: <math>D_1 = M_1 \Rightarrow MN \parallel DE</math> (do có hai góc đồng vị bằng nhau).</p>		1,0
4 (3đ)	<p><b>Cách 1:</b></p> <p>Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.</p> <p>*) Xét tứ giác CDHE ta có: <math>CEH = 90^0</math> (do <math>AD \perp BC</math>)</p> <p><math>CDH = 90^0</math> (do <math>BE \perp AC</math>)</p> <p>suy ra <math>CEH + CDH = 180^0</math>, do đó CDHE nội tiếp đường tròn đường kính CH.</p> <p>Như vậy đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta CDE</math> chính là đường tròn đường kính CH, có bán kính bằng <math>\frac{CH}{2}</math>.</p> <p>*) Kẻ đường kính CK, ta có:</p> <p><math>KAC = 90^0</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) <math>\Rightarrow KA \perp AC</math>)</p> <p>mà <math>BE \perp AC</math> (giả thiết) nên <math>KA \parallel BH</math> (1)</p> <p>chứng minh tương tự cũng có: <math>BK \parallel AH</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2), suy ra AKBH là hình bình hành.</p> <p>Vì I là trung điểm của AB từ đó suy ra I cũng là trung điểm của KH, lại có O là trung điểm của CK vậy nên <math>OI = \frac{CH}{2}</math> (t/c đường trung bình)</p> <p>Do AB cố định, nên I cố định suy ra OI không đổi.</p> <p>Vậy khi điểm C di chuyển trên cung lớn AB thì độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE luôn không đổi.</p>		1,0

<p><b>Cách 2</b> : Gọi H là trực tâm của tam giác ABC  <math>\Rightarrow BH \perp AC; CH \perp AB</math> (1')</p> <p>Kẻ đường kính AK suy ra K cố định và  <math>ABK = ACK = 90^\circ</math>          (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).  <math>\Rightarrow KB \perp AB; KC \perp AC</math> (2')</p> <p>Từ (1') và (2') suy ra: <math>BH \parallel KC; CH \parallel KB</math>.          Suy ra BHCK là hình hình hành. <math>\Rightarrow CH = BK</math>.          Mà BK không đổi (do B, K cố định) nên CH không đổi.          c/m tứ giác CDHE nội tiếp đường tròn đường kính CH.  <math>\Rightarrow</math> đpcm...</p>		
<p>Từ <math>0 \leq a \leq b \leq c \leq 1 \Rightarrow a^2(b-c) \leq 0</math>          Theo BĐT Cô-si ta có:</p> $b^2(c-b) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \cdot (2c-2b) \leq \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{b+b+2c-2b}{3} \right)^3 = \frac{4c^3}{27}$		<b>0,25</b>
<p>Suy ra:</p> $Q \leq \frac{4c^3}{27} + c^2(1-c) = c^2 - \frac{23}{27}c^3 = c^2 \left( 1 - \frac{23}{27}c \right) = \left( \frac{54}{23} \right)^2 \cdot \frac{23c}{54} \cdot \frac{23c}{54} \cdot \left( 1 - \frac{23}{27}c \right)$ $\leq \left( \frac{54}{23} \right)^2 \cdot \left( \frac{\frac{23c}{54} + \frac{23c}{54} + 1 - \frac{23c}{27}}{3} \right)^3 = \left( \frac{54}{23} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^3 = \frac{108}{529}$ <p><b>5</b> (1đ)</p>		<b>0,5</b>
<p>Dấu “=” xảy ra <math>\Leftrightarrow \begin{cases} a^2(b-c) \\ b = 2c - 2b \\ \frac{23c}{54} = 1 - \frac{23c}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{12}{23} \\ c = \frac{18}{23} \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>MaxQ = \frac{108}{529} \Leftrightarrow a = 0; b = \frac{12}{23}; c = \frac{18}{23}</math>.</p>		<b>0,25</b>