

**KỶ THI THỬ VÀO LỚP 10 CHUYÊN THPT
NĂM HỌC 2018-2019
MÔN TOÁN**

Bài I (2 điểm)

- 1) Tính tổng sau: $\frac{4}{3} + \frac{16}{15} + \frac{36}{35} + \dots + \frac{2500}{2499}$.
- 2) Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - 1$ chia hết cho 24.

Bài II (3 điểm)

- 1) Cho các số thực x, y thỏa mãn: $(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{y^2+4}+y)=2$. Chứng minh rằng $\cdot 2x + y = 0$.
- 2) Giải phương trình $4\sqrt{x^2+3x} + 2\sqrt{2x-1} = 7x+3$.

Bài III (3 điểm)

Cho điểm P tùy ý nằm trong đường tròn tâm O bán kính R . Qua P kẻ hai dây cung tùy ý AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M là trung điểm của AB .

- 1) Chứng minh PM vuông góc với CD .
- 2) Chứng minh $AC^2 + BD^2 = 8R^2 - 4OP^2$.
- 3) Chứng minh rằng $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$ không phụ thuộc vào vị trí điểm P .

Bài IV (1 điểm)

Tìm các số tự nhiên x, y thỏa mãn: $x^2 - 4x = 3^y - 3$

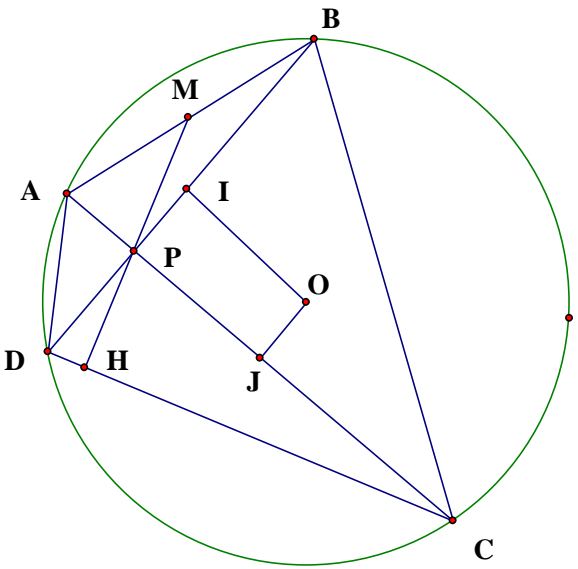
Bài V (1 điểm)

Những điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong ba màu. Chứng minh rằng luôn tìm được hai điểm cùng màu cách nhau đúng bằng 1.

----- Hết -----
(Giám thị không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ LẦN 1 VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2018-2019
 Môn thi: **TOÁN**

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
I			2,0
	1	Tính tổng...(1,0 điểm)	
		Ta có: $\frac{4}{3} + \frac{16}{15} + \frac{36}{35} + \dots + \frac{2500}{2499} = (1 + \frac{1}{3}) + (1 + \frac{1}{15}) + (1 + \frac{1}{35}) + \dots + (1 + \frac{1}{2499})$	0,25
		$= 25 + (\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{49.51})$	0,25
		$= 25 + \frac{1}{2}(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{51})$	0,25
		$= 25 + \frac{1}{2}(\frac{1}{1} - \frac{1}{51}) = \frac{1300}{51}$	0,25
	2	Chứng minh ...(1,0 điểm)	
		Ta có $(p-1)p(p+1) : 3$ mà $(p, 3) = 1$ nên $(p-1)(p+1) : 3$ (1)	0,5
		Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ, $p-1$ và $p+1$ là hai số chẵn liên tiếp. Trong hai số chẵn liên tiếp, có một số là bội của 4 nên tích của chúng chia hết cho 8 (2).	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra $(p-1)(p+1)$ chia hết cho hai số nguyên tố cùng nhau 3 và 8. Vậy $(p-1)(p+1) : 24$.	0,25
II			3,0
	1	Giải phương trình ... (1,5 điểm)	
		$(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{y^2+4}+y) = 2$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{y^2+4}+y)(\sqrt{y^2+4}-y) = 2(\sqrt{y^2+4}-y)$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+1}+2x = \sqrt{y^2+4}-y$ (1)	0,5
		Tương tự $(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{y^2+4}+y) = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+1}-2x = \sqrt{y^2+4}+y$ (2)	0,5
		Lấy (1) trừ (2) theo vế với vế ta được: $4x = -2y \Leftrightarrow 2x + y = 0$	0,5
	2	Giải phương trình ... (1,5 điểm)	
		Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$ Ta có: $4\sqrt{x^2+3x} + 2\sqrt{2x-1} = 7x+3 \Leftrightarrow 4\sqrt{x(x+3)} + 2\sqrt{2x-1} = 7x+3$	0,5
		Theo bất đẳng thức AM-GM ta có: $4x + (x+3) \geq 2\sqrt{4x(x+3)} = 4\sqrt{x(x+3)}$ $(2x-1)+1 \geq 2\sqrt{2x-1}$	0,5
		Suy ra $7x+3 \geq 4\sqrt{x(x+3)} + 2\sqrt{2x-1}$ Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} 2\sqrt{x} = \sqrt{x+3} \\ \sqrt{2x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$	0,5
		Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$	0,25

III			3,0
	<p>1 Chứng minh PM vuông góc với CD (1 điểm)</p> <p>Kéo dài PM cắt DC tại H. Vì M là trung điểm của AB nên ta có: $MPB = MBP$ Mà $MPB = DPH$ (đối đỉnh) Và $MBP = ACD$ (góc nội tiếp chắn cung AD) Suy ra $DPH = PCD$</p>		0,5
	<p>Từ đó $DPH + PDC = PCD + PDC = 90^\circ$ Vậy $PM \perp CD$</p>		0,5
	<p>2 Gọi I, J là trung điểm của AC và BD. Ta có : $AC^2 = 4AJ^2 = 4(AO^2 - OJ^2) = 4R^2 - 4OJ^2$</p>		0,25
	<p>Tương tự $BD^2 = 4BI^2 = 4(BO^2 - OI^2) = 4R^2 - 4OI^2$</p>		0,25
	<p>Mà ta có $OI^2 + OJ^2 = OP^2$ Vậy $AC^2 + BD^2 = 8R^2 - 4OP^2$</p>		0,5
	<p>3 Tìm giá trị...(1 điểm)</p> <p>Ta có $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 2(AP^2 + BP^2 + CP^2 + DP^2)$ $= 2(AC^2 + BD^2 - 2AP.PC - 2BP.PD)$</p> <p>Mặt khác $AP.PC = (JA - JP)(JA + JP) = JA^2 - JP^2 = OA^2 - OJ^2 - JP^2 = R^2 - OP^2$</p> <p>Tương tự $BP.PD = R^2 - OP^2$ Vậy $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 8R^2$</p>		0,5
	<p>IV Tìm các số tự nhiên... (1 điểm)</p>		
	<p>Ta có $(x-3)(x-1) = 3^y$ suy ra $x-3, x-1$ là 2 số lẻ liên tiếp Do $(x-3, x-1) = 1$ nên $x-3 = 3^m; x-1 = 3^n; m < n; m+n = y$</p>		0,25
	<p>Ta có $3^m + 2 = 3^n$ Nếu $m = 0$ suy ra $n = 1$ ta được $y = 1; x = 0$ hoặc $x = 4$</p>		0,25
	<p>Nếu $m \geq 1 \Rightarrow n \geq 2$ khi đó $(x-3):3; (x-1):3$ mâu thuẫn với $(x-3, x-1) = 1$.</p>		0,25
	<p>Vậy $(x; y) = (0; 1)$ hoặc $(x; y) = (4; 1)$.</p>		0,25
	<p>V Chứng minh rằng ...(1điểm)</p>		1,0
	<p>Giả sử hai điểm bất kì cách nhau 1 được sơn bằng các màu khác nhau. Xét tam giác đều ABC có cạnh bằng 1. Tất cả các đỉnh của tam giác được tô bằng các màu khác nhau. Giả sử điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng BC.</p>		0,25

	Bởi vì $A'B = A'C = 1$, nên điểm A' có màu khác với màu của B và C , tức là nó được tô cùng màu với điểm A .	0,25
	Suy ra nếu $AA' = \sqrt{3}$ thì các điểm A và A' được tô cùng màu. Do đó tất cả các điểm nằm trên đường tròn tâm A bán kính $\sqrt{3}$ có cùng một màu.	0,25
	Rõ ràng trên đường tròn đó luôn tìm được hai điểm có khoảng cách giữa chúng bằng 1 (mâu thuẫn). Vậy luôn tìm được hai điểm cùng màu có khoảng cách giữa chúng bằng 1	0,25

Các chú ý khi chấm:

- 1) Thí sinh phải lập luận đầy đủ mới cho điểm tối đa.
- 2) Thí sinh có cách giải đúng, khác với hướng dẫn thì giám khảo vẫn chấm và cho điểm theo số điểm quy định dành cho câu (hay ý) đó.
- 3) Vận dụng hướng dẫn chấm chi tiết đến 0,25 điểm nên không làm tròn điểm bài thi.