ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10

NĂM HỌC 2018-2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Cho $x = \dfrac{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = \left(12x^2+4x-55\right)^{2017}$.

b) Cho biểu thức $M = \dfrac{a+1}{\sqrt{a}} + \dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \dfrac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1$.

Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N = \dfrac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số). Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 8$?

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3y^2 - 2x^2y - x^2y^2 + 2xy + 3x - 3 = 0 \\ y^2 + x^{2017} = y + 3m \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ thỏa mãn điều kiện $(x_1+y_2)(x_2+y_1)+3=0$.

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho $a + b^2$ chia hết cho $a^2b - 1$.

b) Cho ba số thực a, b, c dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3+(c+a)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3+(a+b)^3}} \geq 1.$$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (điểm B nằm giữa điểm A và điểm C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua điểm B và điểm C (điểm O không thuộc đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O (với M và N là các tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt MN tại điểm K. Đường thẳng AO cắt MN tại điểm H và cắt đường tròn tại các điểm P và điểm Q (P nằm giữa A và Q).

a) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

b) Gọi D là trung điểm của HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của ME.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho tập hợp A gồm 21 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 11 phần tử bất kỳ lớn hơn tổng của 10 phần tử còn lại. Biết các số 101 và 102 thuộc tập hợp A. Tìm tất cả các phần tử của tập hợp A.

---------Hết---------

(*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*)

Họ và tên thí sinh:..... *Số báo danh:* .....

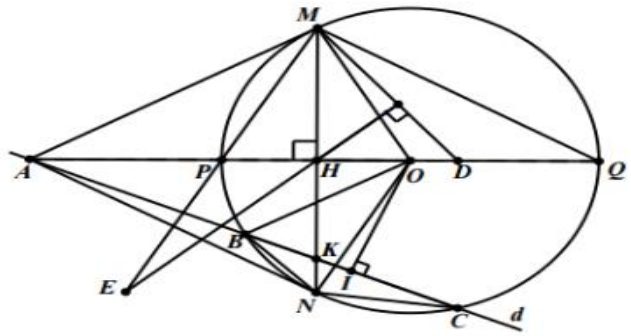
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (2 điểm)	**1a) (1,0 điểm)**	
	Ta có : $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}-1\right)=\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3}\left(\sqrt{3}-1\right)$	0,25
	$\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}=\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{5}$	0,25
	$x=\dfrac{\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}=\dfrac{3-1}{1}=2$	0,25
	Thay giá trị của x vào P ta được: $P=\left(12.2^2+4.\ 2-55\right)^{2017}=1^{2017}=1$	0,25
	1b) (1,0 điểm)	
	Với điều kiện $a>0;\ a\neq 1$ thì: $M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(a+\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}$ $M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}-\dfrac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}{\sqrt{a}}$	0,25
	Khi đó $N=\dfrac{6}{M}=\dfrac{6\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}>0$ Ta thấy với $0<a\neq 1\Rightarrow a-\sqrt{a}+1>0$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}+1\right)^2>3\sqrt{a}\Leftrightarrow\dfrac{6\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}<2$	0,25
	Do $0<N<2$ Để N có giá trị nguyên thì N = 1.	0,25
	$\Leftrightarrow\dfrac{6\sqrt{a}}{a+2\sqrt{a}+1}=1\Leftrightarrow a-4\sqrt{a}+1=0$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-2\right)^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{a}=\sqrt{3}+2\\ \sqrt{a}=-\sqrt{3}+2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=7+4\sqrt{3}\ \text{(thỏa mãn)}\\ a=7-4\sqrt{3}\ \text{(thỏa mãn)}\end{array}\right.$ Vậy $a=7\pm 4\sqrt{3}$.	0,25
	2a) (1,0 điểm)	
	Phương trình: $x^2-2mx+m^2-m-6=0$ có hai nghiệm thì: $\Delta'=m^2-\left(m^2-m-6\right)=m+6\geq 0\Leftrightarrow m\geq -6$. Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m\\ x_1x_2=m^2-m-6\end{cases}$	0,25
	Ta có: $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert=8\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+2\lvert x_1x_2\rvert=64$ $\Leftrightarrow\ \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+\ 2\lvert x_1x_2\rvert\ =\ 64\quad(1)$	0,25
	Trường hợp 1: Nếu x_1 và x_2 cùng dấu thì: $x_1x_2\geq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -6\\ m^2-m-6=(m+2)(m-3)\geq 0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-6\leq m\leq -2\\ m\geq 3\end{array}\right.\quad(*)$ Khi đó (1) $\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2=64\Leftrightarrow 4m^2=64\Leftrightarrow m=\pm 4$ (thỏa mãn (*)).	0,25

	Trường hợp 2: Nếu x_1 và x_2 trái dấu thì: $x_1x_2<0 \Leftrightarrow m^2-m-6=(m+2)(m-3)<0 \Leftrightarrow -2<m<3$ (**) Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=64 \Leftrightarrow 4m^2-4(m^2-m-6)=64$ $\Leftrightarrow m+6=16 \Leftrightarrow m=10$ (không thỏa mãn điều kiện (**). Kết luận: $m=\pm 4$	0,25
Bài 2 (2 điểm)	**2b) (1,0 điểm)**	
	$\begin{cases} x^3y^2-2x^2y-x^2y^2+2xy+3x-3=0 & (1) \\ y^2+x^{2017}=y+3m & (2) \end{cases}$ Ta có (1) $\Leftrightarrow x^3y^2-x^2y^2-2x^2y+2xy+3x-3=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2y^2-2xy+3)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (xy-1)^2+2=0 \ \ (\text{Vô lý}) \end{array}\right.$	0,25
	Thay x = 1 vào phương trình (2) ta được $y^2-y-3m+1=0$ (3) Để phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta=1+4(3m-1)>0 \Leftrightarrow 12m-3>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$	0,25
	Theo đề bài: $(x_1+y_2)(x_2+y_1)+3=0 \Leftrightarrow 4+y_1+y_2+y_1y_2=0$ (4) do $x_1=x_2=1$.	0,25
	Với $m>\frac{1}{4}$ theo hệ thức Vi-ét cho phương trình (3) ta có :	0,25

	$\begin{cases} y_1+y_2=1 \\ y_1y_2=1-3m \end{cases}$ thay vào (4) ta có: $5+1-3m=0 \Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn) Kết luận: m = 2.	
	3a) (1,0 điểm)	
	Ta có $(a+b^2)$ M (a^2b-1) suy ra: $a+b^2=k(a^2b-1)$, với $k \in N^*$ $\Leftrightarrow a+k=b(ka^2-b)$ hay $mb=a+k$ (1) với $m=ka^2-b \in \square^*$ $\Leftrightarrow m+b=ka^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $mb-m-b+1=a+k-ka^2+1$ $\Leftrightarrow (m-1)(b-1)=(a+1)(k+1-ka)$ (3) Do $m, b \in \square^* \Rightarrow (m-1)(b-1)\geq 0$ Vì thế từ (3) suy ra: $(a+1)(k+1-ka)\geq 0$.	0,25
	Lại do $a>0$ nên suy ra: $k+1-ka\geq 0 \Rightarrow 1\geq k(a-1)$ Vì $a-1\geq 0$, $k>0$ nên $1\geq k(a-1)\geq 0$ và $k(a-1)\in \square$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} k(a-1)=0 \\ k(a-1)=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ \begin{cases} a=2 \\ k=1 \end{cases} \end{array}\right.$	0,25
	Với a = 1. Thay vào (3) ta được: $(m-1)(b-1)=2$. $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-1=2 \\ b-1=1 \end{cases} \\ \begin{cases} m-1=1 \\ b-1=2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \Rightarrow k.a^2=5 \Rightarrow a=1 \\ b=3 \Rightarrow k.a^2=5 \Rightarrow a=1 \end{array}\right.$ Vậy, trường hợp này ta được hai cặp a = 1; b = 2 và a = 1; b = 3.	0,25

	$\begin{cases} y_1 + y_2 = 1 \\ y_1 y_2 = 1 - 3m \end{cases}$ thay vào (4) ta có: $5 + 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn) Kết luận: m = 2.	
	3a) (1,0 điểm)	
	Ta có $(a + b^2)$ M $(a^2b - 1)$ suy ra: $a + b^2 = k(a^2b - 1)$, với $k \in N^*$ $\Leftrightarrow a + k = b(ka^2 - b)$ hay $mb = a + k$ (1) với $m = ka^2 - b \in \square^*$ $\Leftrightarrow m + b = ka^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $mb - m - b + 1 = a + k - ka^2 + 1$ $\Leftrightarrow (m - 1)(b - 1) = (a + 1)(k + 1 - ka)$ (3) Do $m, b \in \square^* \Rightarrow (m-1)(b-1) \geq 0$ Vì thế từ (3) suy ra: $(a + 1)(k + 1 - ka) \geq 0$.	0,25
	Lại do $a > 0$ nên suy ra: $k + 1 - ka \geq 0 \Rightarrow 1 \geq k(a - 1)$ Vì $a - 1 \geq 0$, $k > 0$ nên $1 \geq k(a-1) \geq 0$ và $k(a-1) \in \square$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} k(a-1) = 0 \\ k(a-1) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ \begin{cases} a = 2 \\ k = 1 \end{cases} \end{array}\right.$	0,25
	Với a = 1. Thay vào (3) ta được: $(m - 1)(b - 1) = 2$. $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m - 1 = 2 \\ b - 1 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} m - 1 = 1 \\ b - 1 = 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 2 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \Rightarrow k.a^2 = 5 \Rightarrow a = 1 \end{array}\right.$ Vậy, trường hợp này ta được hai cặp a = 1; b = 2 và a = 1; b = 3.	0,25
Bài 3 (2 điểm)	Với a = 2 và k = 1. Thay vào (3) ta có: $(m - 1)(b - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ m = 1 \end{array}\right.$. Khi b = 1, ta được: a = 2, b = 1. Khi m = 1: từ (1) suy ra $a + k = b \Rightarrow b = 3$. Khi đó: a = 2, b = 3. Vậy có 4 cặp số (a; b) thỏa mãn là: (1; 2), (1; 3), (2; 3), (2; 1).	0,25
	3b) (1,0 điểm)	
	Với x là số dương, áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $\sqrt{x^3+1} = \sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} \leq \frac{x+1+x^2-x+1}{2} = \frac{x^2+2}{2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{x^3+1}} \geq \frac{2}{x^2+2}$ (*) Dấu " =" xảy ra khi x = 2	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức (*) ta được: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}} = \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b+c}{a}\right)^3}} \geq \frac{2}{\left(\frac{b+c}{a}\right)^2+2} = \frac{2a^2}{(b+c)^2+2a^2}$	0,25
	Suy ra: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}} \geq \frac{2a^2}{2(b^2+c^2)+2a^2} = \frac{a^2}{a^2+b^2+c^2}$ (1)	
	Tương tự ta có: $\sqrt{\frac{b^3}{b^3+(a+c)^3}} \geq \frac{b^2}{a^2+b^2+c^2}$ (2) $\sqrt{\frac{c^3}{c^3+(a+b)^3}} \geq \frac{c^2}{a^2+b^2+c^2}$ (3)	0,25

	Cộng vế với vế của ba bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}}+\sqrt{\frac{b^3}{b^3+(a+c)^3}}+\sqrt{\frac{c^3}{c^3+(a+b)^3}}\ge 1$ Dấu "=" xảy ra khi a = b = c.	0,25
Bài 4 (3 điểm)	Hình vẽ:  	
	4a) (1,5 điểm)	
	Gọi I là trung điểm của BC suy ra $IO\perp BC$ ΔABN đồng dạng với ΔANC (Vì $ANB=ACN$, CAN chung) $\Rightarrow \frac{AB}{AN}=\frac{AN}{AC}\Rightarrow AB.AC=AN^2$.	0,50
	ΔANO vuông tại N, đường cao NH nên $AH.AO=AN^2$ $\Rightarrow AB.AC=AH.AO$ (1)	0,25
	ΔAHK đồng dạng với ΔAIO (g.g) Nên $\frac{AH}{AI}=\frac{AK}{AO}\Rightarrow AI\cdot AK=AH\cdot AO$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AI.AK=AB.AC\Rightarrow AK=\frac{AB\cdot AC}{AI}$	0,5
	Ta có A, B, C cố định nên I cố định $\Rightarrow$ AK không đổi. Mà A cố định, K là giao điểm của BC và MN nên K thuộc tia AB $\Rightarrow$ K cố định (đpcm)	0,25
	4b) (1,5 điểm)	
	Ta có: ΔMHE đồng dạng ΔQDM (g.g) $\Rightarrow \frac{ME}{MQ}=\frac{MH}{DQ}$	0,50
	ΔPMH đồng dạng ΔMQH (g.g) $\Rightarrow \frac{MP}{MQ}=\frac{MH}{QH}=\frac{MH}{2DQ}$	0,50
	$\Rightarrow \frac{MP}{MQ}=\frac{1}{2}.\frac{ME}{MQ}\Rightarrow ME=2\,MP\Rightarrow$ P là trung điểm ME.	0,50
Bài 5 (1 điểm)	**Bài 5 (1,0 điểm)**	
	Giả sử $A=\{a_1;a_2;a_3;...;a_{21}\}$ với $a_1;a_2;a_3;...;a_{21}\in\mathbb{Z}$ và $a_1<a_2<a_3<...<a_{21}$. Theo giả thiết ta có $a_1+a_2+a_3+...+a_{11}>a_{12}+a_{13}+...+a_{21}$ $\Leftrightarrow a_1>a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}$ (1)	0,25
	Mặt khác với $x;y\in\mathbb{Z}$ và nếu $y>x$ thì $y\ge x+1$ $\Rightarrow a_{12}-a_2\ge 10,\ a_{13}-a_3\ge 10,...,a_{21}-a_{11}\ge 10$ (2) Nên từ (1) suy ra $a_1>10+10+...+10=100$ mà a_1 nhỏ nhất và $101\in A\Rightarrow a_1=101$ Ta có $101>a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}\ge 100$ $\Rightarrow a_{12}-a_2+a_{13}-a_3+...+a_{21}-a_{11}=100$.	0,25

	Kết hợp với (2) $\Rightarrow a_{12}-a_2=a_{13}-a_3=...=a_{21}-a_{11}=10$ (3) $\Rightarrow 10=a_{12}-a_2=(a_{12}-a_{11})+(a_{11}-a_{10})+...+(a_3-a_2)\geq 10$ $\Rightarrow a_{12}-a_{11}=a_{11}-a_{10}=...=a_3-a_2=1$ (4) Ta có $a_1=101$ mà $102\in A\Rightarrow a_2=102$	0,25
	Kết hợp với (3) và (4) suy ra $A=\{101;102;103;...;121\}$.	0,25

---------- Hết ----------