

**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT**  
**NĂM HỌC 2018-2019**

**Môn: Toán**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1 (2 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$  với  $x \geq 0$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 29 - 12\sqrt{5}$
- c) Tìm giá trị của m để x thỏa mãn  $x + A = m$ .

**Câu 2 (1,5 điểm)**

- a) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 9 \\ 2(x+y) - (x-y) = -1 \end{cases}$$
- b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 3 - 3m = 0$  (m là tham số)  
Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  
 $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2 + 3m^2$

**Câu 3 (1,5 điểm)**

Cho parabol (P):  $y = x^2$  và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 3

- a) Viết phương trình đường thẳng AB
- b) Xác định vị trí điểm C thuộc cung nhỏ AB của (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O;R) sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O;R) tại điểm K khác A, hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

1. Chứng minh rằng AHEK là tứ giác nội tiếp và  $\triangle CAE$  đồng dạng với  $\triangle CHK$ .
2. Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh  $\triangle NFK$  cân.
3. Giả sử  $KE = KC$ . Chứng minh:  $OK \parallel MN$  và  $KM^2 + KN^2 = 4R^2$ .

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn  $xyz = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$$

## HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1 (2 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
1.a	$A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3+1})}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3-1})}{x+\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}(\sqrt{x+1}) - \sqrt{x}(\sqrt{x-1})$	0,5
	$A = x + \sqrt{x} - x + \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$	0,5
1.b	$x = 29 - 12\sqrt{5} = 20 - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 3 + 9 = (2\sqrt{5} - 3)^2$ , thỏa mãn điều kiện của ẩn	
	Suy ra $\sqrt{x} =  2\sqrt{5} - 3  = 2\sqrt{5} - 3$	0,25
	Thay $\sqrt{x} =  2\sqrt{5} - 3  = 2\sqrt{5} - 3$ vào biểu thức A ta được $A = 2(2\sqrt{5} - 3) = 4\sqrt{5} - 6$ Vậy giá trị biểu thức A tại $x = 29 - 12\sqrt{5}$ là $4\sqrt{5} - 6$	0,25
1.c	$x + A = m \Rightarrow x + 2\sqrt{x} = m$ (1). Ta phải tìm điều kiện của m để phương trình (1) có nghiệm $x \geq 0$ $(1) \Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 = m + 1$ (2)	
	Với $x \geq 0$ thì VT (1) lớn hơn hoặc bằng 1 nên phương trình (1) có nghiệm khi $m \geq 0$	0,25
	Với $m \geq 0$ thì phương trình (2) có nghiệm $x \geq 0$ Vậy $m \geq 0$	0,25

Câu 2 (1,5 điểm)

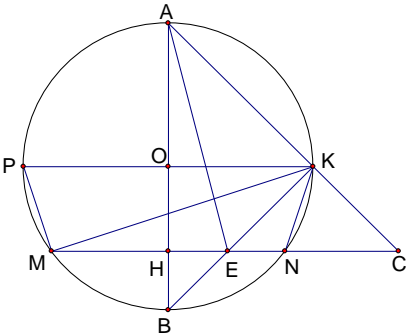
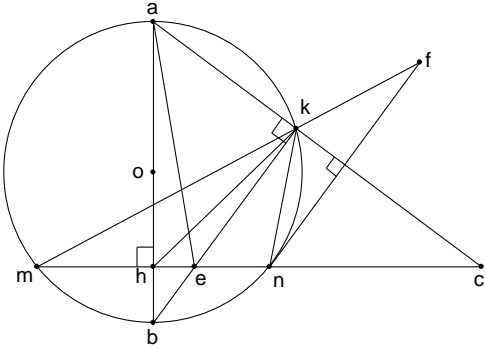
2.a	$\begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 9 \\ 2(x+y) - (x-y) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=9 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$	0,75
2.b	Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 3 - 3m = 0$ Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là: $\Delta' = m^2 + m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ hoặc $m \leq -2$	0,25
	Áp dụng định lí Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 2m - 2$ và $x_1 x_2 = 3 - 3m$ (*)	
	Theo bài ra ta có: $(x_1 + x_2)^2 = 8x_1 x_2 + 3m^2$ Thay (*) vào đẳng thức trên ta được: $m^2 + 8m - 8 = 0$	0,25
	$m_1 = -4 + 2\sqrt{6}$ không thỏa mãn $m_2 = -4 - 2\sqrt{6}$ thỏa mãn	0,25

Câu 3 (1,5 điểm)

3.a	Xác định A(-1;1), B(3;9)	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là: $y = 2x + 3$	0,25
3.b	Giả sử C(c;c <sup>2</sup> ) thuộc (P), với $-1 < c < 3$	
	Gọi A', B', C' lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B, C đến đường thẳng Ox	
	Suy ra A'(-1;0); B'(3;0), C'(c;0)	0,25
	Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = S_{AA'B'B} - S_{ACC'A'} - S_{BCC'B'} = -2c^2 + 4c + 6 = 8 - 2(c-1)^2 \leq 8$	0,5

Vậy diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất bằng 8 khi C(1;1)	0,25
---	------

**câu 4.** (4,0điểm)



Ý	Nội dung	Điểm
<b>1.</b> (2,0đ)	• Ta có: + $AHE = 90^0$ (theo giả thiết $AB \perp MN$ )	0,5
	+ $AKE = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,5
	$\Rightarrow AHE = AKE = 90^0 \Rightarrow H, K$ thuộc đường tròn đường kính AE. Vậy tứ giác AHEK là tứ giác nội tiếp.	0,25
	• Xét hai tam giác $\Delta CAE$ và $\Delta CHK$ : + Có chung góc C	0,25
	+ $EAC = EHK$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EK) Suy ra $\Delta CAE \sim \Delta CHK$ (g - g)	0,5
<b>2.</b> (1,0 đ)	Do đường kính $AB \perp MN$ nên B là điểm chính giữa cung MN suy ra ta có $MKB = NKB$ (1)	0,25
	Lại có $BK \parallel NF$ (vì cùng vuông góc với AC) nên $\begin{cases} NKB = KNF & (2) \\ MKB = MFN & (3) \end{cases}$	0,5
	Từ (1), (2), (3) suy ra $MFN = KNF \Leftrightarrow KFN = KNF$ . Vậy $\Delta KNF$ cân tại K.	0,25
<b>3.</b> (1,0đ)	* Ta có $AKB = 90^0 \Rightarrow BKC = 90^0 \Rightarrow \Delta KEC$ vuông tại K Theo giả thiết ta lại có $KE = KC$ nên tam giác KEC vuông cân tại K $BEH = KEC = 45^0 \Rightarrow OBK = 45^0$	0,25
	Mặt khác vì $\Delta OBK$ cân tại O (do $OB = OK = R$ ) nên suy ra $\Delta OBK$ vuông cân tại O dẫn đến $OK \parallel MN$ (cùng vuông góc với AB)	0,25
	* Gọi P là giao điểm của tia KO với đường tròn thì ta có KP là đường kính và $KP \parallel MN$ . Ta có tứ giác KPMN là hình thang cân nên $KN = MP$ . Xét tam giác KMP vuông ở M ta có: $MP^2 + MK^2 = KP^2 \Leftrightarrow KN^2 + KM^2 = 4R^2$ .	0,25

**Câu 5 (1 điểm)**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có: $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y+1}{4} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{y+1} \cdot \frac{y+1}{4}} = 2 \cdot \frac{x}{2} = x \quad (1)$	0,25đ
Tương tự $\frac{y^2}{z+1} + \frac{z+1}{4} \geq y \quad (2)$ , $\frac{z^2}{x+1} + \frac{x+1}{4} \geq z \quad (3)$	0,25đ
Cộng từng vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} + \frac{x+1}{4} + \frac{y+1}{4} + \frac{z+1}{4} \geq x + y + z$ $\Rightarrow \frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3(x+y+z)-3}{4} \quad (4)$	0,25đ
Mặt khác, cũng theo bất đẳng thức Cô-si ta có: $x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} = 3\sqrt[3]{1} = 3 \quad (5)$ Từ (4) và (5) suy ra $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3 \cdot 3 - 3}{4} = \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$ .	0,25đ

**Ghi chú:** Nếu học sinh giải theo cách khác đúng thì cho điểm tương đương.