

KỶ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
BÀI THI MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

Bài 1 (1.5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{2} - (\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + \sqrt{98})$.

2. Cho biểu thức $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$.

Bài 2 (1.5 điểm)

a) Tìm các hệ số a và b biết hai đường thẳng $y = ax + 3$ (d) và $y = -2x + b$ (d') cắt nhau tại điểm $M\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Bài 3 (2.5 điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - 2x + 2 - m = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$.

b) Giả sử $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 x_2^2 + 3x_1^2 + 3x_2^2 - 4$.

2. Bài toán thực tế

Điều 6 Nghị định 171/2013/NĐ-CP quy định về xử phạt vi phạm hành chính trong lĩnh vực giao thông đường bộ và đường sắt như sau:

“ Đối với người điều khiển xe ô tô:

- Phạt tiền từ 600.000 đến 800.000 đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định từ 5 km/h đến dưới 10 km/h.
- Phạt tiền từ 2 triệu đến 3 triệu đồng nếu điều khiển chạy quá tốc độ quy định từ 10 km/h đến 20 km/h.
- Phạt tiền từ 4 triệu đến 6 triệu đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định trên 20 km/h đến 35 km/h.
- Phạt tiền từ 7 triệu đến 8 triệu đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định trên 35 km/h; điều khiển xe đi ngược chiều trên đường cao tốc, trừ các xe ưu tiên đang đi làm nhiệm vụ khẩn cấp theo quy định...”

Áp dụng các quy định trên để giải bài toán sau:

Đường cao tốc Hà Nội – Hải Phòng dài 105 km. Trên đường này, tốc độ tối đa cho phép của xe ô tô là 120 km/h. Hai xe ô tô của chú An và chú Bình bắt đầu chạy vào đường cao tốc từ phía Hà Nội tại cùng một thời điểm. Xe của chú An chạy chậm hơn xe của chú Bình 40 km/h nên đến hết đường cao tốc sau xe của chú Bình 18 phút. Giả sử vận tốc của hai xe không đổi trên đường cao tốc. Hỏi có xe nào vi phạm về tốc độ hay không? Nếu vi phạm thì mức phạt là bao nhiêu tiền?

Bài 4 (3.5 điểm)

1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Điểm H nằm giữa điểm A và điểm O . Đường thẳng đi qua điểm H và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại C . Trên cung BC lấy điểm D bất kì (điểm D khác điểm B và điểm C). Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại điểm D cắt đường thẳng HC tại điểm I . Gọi E là giao điểm của AD và HC .

a) Chứng minh tứ giác $BDEH$ nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn này.

b) Chứng minh $IE = ID$.

c) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE . Chứng minh B, O', C thẳng hàng.

2. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2\text{cm}$; $AD = 3\text{cm}$. Quay hình chữ nhật này một vòng quanh cạnh AD cố định. Tính diện tích toàn phần của hình được tạo thành.

Bài 5 (1.0 điểm)

a) Cho hai số dương x, y . Chứng minh rằng: $\frac{2}{x^2 + 2y^2 + 3} \leq \frac{1}{xy + y + 1}$.

Dấu bằng xảy ra khi nào?

b) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3}$$

----- Hết -----

KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
ĐÁP ÁN BÀI THI MÔN TOÁN

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (1,5 đ)	1.1 (0,5 điểm)	
	$A = 3\sqrt{2} - (\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + \sqrt{98}) = 3\sqrt{2} - (5\sqrt{2} - 2.3\sqrt{2} + 7\sqrt{2})$	0.25
	$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$	0.25
	1.2 (1,0 điểm)	
	a) $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right) = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{1 + \sqrt{x}} \cdot \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{1 - \sqrt{x}}$	0.25
	$= \frac{(1 + \sqrt{x})^2 (1 - \sqrt{x})^2}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})} = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$	0.25
b) Với $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ thỏa mãn điều kiện $x \geq 0; x \neq 1$, ta có	0.25	
$B = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$		
Vậy $B = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1} = 2 - \sqrt{2}$.	0.25	
Bài 2 (1,5 đ)	2a) (0,75 điểm)	
	Vì (d) cắt (d') $\Rightarrow a \neq -2$	0.25
	$M \in (d) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = 2a + 3 \Leftrightarrow 2a = \frac{-5}{2} \Leftrightarrow a = \frac{-5}{4}$ (thỏa mãn đk)	0.25
	$M \in (d') \Leftrightarrow \frac{1}{2} = -2.2 + b \Leftrightarrow b = \frac{9}{2}$. Vậy $a = \frac{-5}{4}; b = \frac{9}{2}$.	0.25
	2b) (0,75 điểm)	
Ta có $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$	0.25	

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 5 - 3x \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.	
Bài 3 (2,5 đ)	3.1 (1,5 điểm)	
	a) Với $m = 3$ phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x - 1 = 0$	0.25
	$\Delta' = (-1)^2 + 1 = 2 > 0$	0.25
	Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$.	0.25
	b) Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $\Delta' = 1 - (2 - m) = m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$	0.25
	Với $m \geq 1$, áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 2 - m \end{cases}$	
	Khi đó: $P = x_1^2 x_2^2 + 3x_1^2 + 3x_2^2 - 4 = (x_1 x_2)^2 + 3(x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 - 4$	0.25
	$P = (2 - m)^2 + 3(2)^2 - 6(2 - m) - 4 = m^2 + 2m$	
	$P = m^2 + 2m \geq 1^2 + 2 \cdot 1 = 3$ do $m \geq 1$.	0.25
	Vậy GTNN của biểu thức P là 3 khi $m = 1$.	
3.2 (1,0 điểm)		
Gọi vận tốc xe của chú An là x (km/h); điều kiện $x > 0$. Đòi 18 phút = $\frac{3}{10}$ (h).	0.25	
Vận tốc xe của chú Bình là $x + 40$ (km/h).	0.25	
Thời gian xe của chú An đi là $\frac{105}{x}$ (h).		
Thời gian xe của chú Bình đi là $\frac{105}{x + 40}$ (h).		
Vì xe chú An đến chậm hơn xe chú Bình là 18 phút ta có phương trình:	0.25	

	$\frac{105}{x} - \frac{105}{x+40} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow x^2 + 40x - 14000 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 & (\text{thỏa } m \cdot n) \\ x = -140 & (\text{không thỏa } m \cdot n) \end{cases}$	
	Xe của chú An đi với vận tốc 100 km/h (tốc độ cho phép) Xe của chú Bình đi với vận tốc 140 km/h (vượt quá tốc độ cho phép 20km/h). Do đó mức xử phạt là: 2 triệu đến 3 triệu đồng	0.25
Bài 4 (3,5 đ)	4.1 (3,0 điểm)	
	Vẽ hình cho câu a)	
		0.5
	4.1 a) (1,0 điểm)	
	Ta có $\angle EDB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))	0.25
	$\angle EHB = 90^\circ$ ($CH \perp AB$ tại H)	0.25
	Xét tứ giác HBDE có $\angle EDB + \angle EHB = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí đối diện nhau nên tứ giác HBDE nội tiếp.	0.25
	$\angle EHB = 90^\circ \Rightarrow BE$ là đường kính \Rightarrow tâm đường tròn là trung điểm của BE.	0.25
	4.1 b) (1,0 điểm)	
Vì tứ giác HBDE nội tiếp nên $\angle IED = \angle DBH$ (cùng bù với $\angle DEH$) (1)	0.25	
Trong đường tròn (O), ta có:		
$\angle EDI = \frac{1}{2} \text{sđAD}$ (góc giữa tiếp tuyến và dây cung)	0.5	

	$DBH = \frac{1}{2} sđAD$ (góc nội tiếp chắn cung AD) $\Rightarrow EDI = DBH$ (2)	
	Từ (1) và (2) suy ra $EDI = IED \Rightarrow \triangle DEI$ cân tại I $\Rightarrow ID = IE$.	0.25
	4.1 c) (0,5 điểm)	
	Gọi F là giao điểm thứ hai của BC và đường tròn (O'). Ta có $CDE = CFE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CI của (F)) Và $CDE = CBA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O)) $\Rightarrow CFE = CBA$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow EF \parallel AB$.	0.25
	mà $CH \perp AB$ nên $EF \perp CH$ tại E $\Rightarrow CEF = 90^\circ$ nên CF là đường kính của (O') $\Rightarrow C, O', F$ thẳng hàng. Mà ba điểm C, F, B thẳng hàng nên B, O', C thẳng hàng.	0.25
	4.2 (0,5 điểm)	
	Quay hình chữ nhật ABCD một vòng quanh cạnh AD cố định ta được một hình trụ có bán kính đáy là $R = AB = 2\text{cm}$, đường cao hình trụ là $h = AD = 3\text{cm}$.	0.25
	Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi(2.3 + 2^2) = 20\pi$ (cm ²)	0.25
Bài 5 (1,0 đ)	5a) Với mọi $x, y > 0$, ta có: $\frac{2}{x^2 + 2y^2 + 3} \leq \frac{1}{xy + y + 1}$ $\Leftrightarrow 2xy + 2y + 2 \leq x^2 + 2y^2 + 3$ $\Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$ (luôn đúng) Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$.	0.25
	5b) Áp dụng bất đẳng thức ở câu a) ta có: $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{a^2 + 2b^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{ab + b + 1}$	0.25

	<p>Tương tự $\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{bc + c + 1}$;</p> $\frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{ca + a + 1}$ <p>Cộng từng vế của các bất đẳng thức cùng chiều ta được:</p> $P \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \right)$	
	<p>Ta có:</p> $\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1}$ $= \frac{ca}{ca^2b + abc + ca} + \frac{a}{abc + ac + a} + \frac{1}{ca + a + 1}$ $= \frac{ca}{ca + a + 1} + \frac{a}{ca + a + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \quad (\text{do } acb = 1)$ $= 1$	0.25
	<p>Do đó $P \leq \frac{1}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 1$.</p>	0.25

----- Hết -----

Chú ý:

- Trên đây chỉ trình bày một cách giải, nếu thí sinh làm cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó trong biểu điểm.
- Thí sinh làm đúng đến đâu thì cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Thí sinh trình bày một câu hai lần giống nhau hoặc hai cách khác nhau mà có kết quả không thống nhất thì không cho điểm câu đó.
- Trong một câu, thí sinh làm phần trên sai, phần dưới đúng thì không cho điểm.
- Bài hình học, thí sinh vẽ sai hình thì không cho điểm. Thí sinh không vẽ hình mà vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài làm có nhiều ý liên quan đến nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên mà làm đúng ý dưới thì cho điểm ý đó.