

# ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018-2019

## Môn: Toán (Đề chung)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

### Câu 1 (2 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$  với  $x \geq 0$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 29 - 12\sqrt{5}$
- c) Tìm giá trị của m để x thỏa mãn  $x + A = m$ .

### Câu 2 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 9 \\ 2(x+y) - (x-y) = -1 \end{cases}$

- b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 3 - 3m = 0$  (m là tham số)

Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2 + 3m^2$$

### Câu 3 (1,5 điểm)

Cho parabol (P):  $y = x^2$  và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 3

- a) Viết phương trình đường thẳng AB
- b) Xác định vị trí điểm C thuộc cung nhỏ AB của (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất

### Câu 4. (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O;R) sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O;R) tại điểm K khác A, hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

1. Chứng minh rằng AHEK là tứ giác nội tiếp và  $\Delta CAE$  đồng dạng với  $\Delta CHK$ .
2. Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh  $\Delta NFK$  cân.
3. Giả sử  $KE = KC$ . Chứng minh:  $OK//MN$  và  $KM^2 + KN^2 = 4R^2$ .

### Câu 5 (1 điểm)

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn  $xyz = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$$

# ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018-2019

**Môn: Toán ( Đề chung)**

Câu 1(2 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
1.a	$A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}+1)}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}-1)}{x+\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - \sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$	0,5
	$A = x + \sqrt{x} - x + \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$	0,5
1.b	$x = 29 - 12\sqrt{5} = 20 - 2.2\sqrt{5}.3 + 9 = (2\sqrt{5} - 3)^2$ , thỏa mãn điều kiện của ẩn	
	Suy ra $\sqrt{x} =  2\sqrt{5} - 3  = 2\sqrt{5} - 3$	0,25
	Thay $\sqrt{x} =  2\sqrt{5} - 3  = 2\sqrt{5} - 3$ vào biểu thức A ta được $A = 2(2\sqrt{5} - 3) = 4\sqrt{5} - 6$	
	Vậy giá trị biểu thức A tại $x = 29 - 12\sqrt{5}$ là $4\sqrt{5} - 6$	0,25
1.c	$x + A = m$ $x + 2\sqrt{x} = m$ (1). Ta phải tìm điều kiện của m để phương trình (1) có nghiệm $x \geq 0$ $(1) \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = m+1$ (2)	
	Với $x \geq 0$ thì VT (1) lớn hơn hoặc bằng 1 nên phương trình (1) có nghiệm khi $m \geq 0$	0,25
	Với $m \geq 0$ thì phương trình (2) có nghiệm $x \geq 0$	0,25
	Vậy $m \geq 0$	

Câu 2 (1,5 điểm)

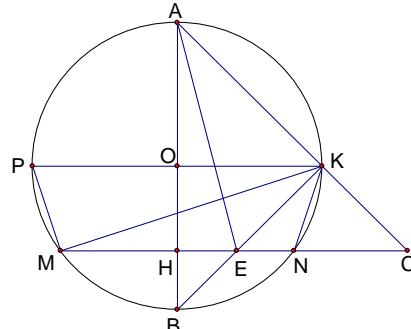
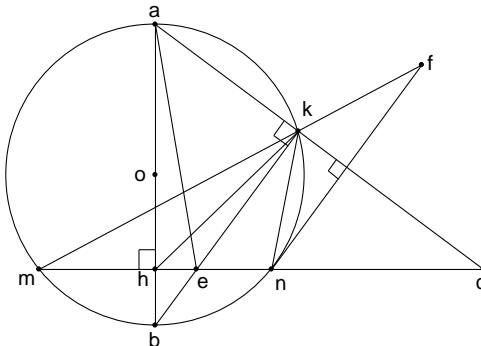
2.a	$\begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 9 \\ 2(x+y) - (x-y) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y = 9 \\ 3x+y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,75
2.b	Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 3 - 3m = 0$ Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là: $\Delta' = m^2 + m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ hoặc $m \leq -2$	0,25
	Áp dụng định lí vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2m - 2$ và $x_1x_2 = 3 - 3m$ (*)	
	Theo bài ra ta có: $(x_1 + x_2)^2 = 8x_1x_2 + 3m^2$ Thay (*) vào đẳng thức trên ta được: $m^2 + 8m - 8 = 0$	0,25
	$m_1 = -4 + 2\sqrt{6}$ không thỏa mãn $m_2 = -4 - 2\sqrt{6}$ thỏa mãn	0,25

Câu 3 (1,5 điểm)

3.a	Xác định A(-1;1), B(3;9)	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là: $y = 2x + 3$	0,25
	Giả sử C( $c;c^2$ ) thuộc (P), với $-1 < c < 3$	
	Gọi A', B', C' lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B, C đến đường thẳng Ox	

3.b	Suy ra $A'(-1;0)$ ; $B'(3;0)$ , $C'(c;0)$ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = S_{AA'B'B} - S_{ACC'A'} - S_{BCC'B} = -2c^2 + 4c + 6 = 8 - 2(c-1)^2 \leq 8$ Vậy diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất bằng 8 khi C(1;1)	0,25 0,5 0,25
-----	---	---------------------

**câu 4.** (4,0 điểm)



Ý	Nội dung	Điểm
<u>1.</u> (2,0đ)	• Ta có: + $AHE = 90^\circ$ (theo giả thiết $AB \perp MN$ ) + $AKE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AHE = AKE = 90^\circ \Rightarrow H, K$ thuộc đường tròn đường kính AE. Vậy tứ giác AHEK là tứ giác nội tiếp.	0,5 0,5 0,25
	• Xét hai tam giác $\Delta CAE$ và $\Delta CHK$ : + Có chung góc C + $EAC = EHK$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EK) Suy ra $\Delta CAE \sim \Delta CHK$ (g - g)	0,25 0,5
	Do đường kính AB $\perp MN$ nên B là điểm chính giữa cung $MN$ suy ra ta có $MKB = NKB$ (1)	0,25
	Lại có BK // NF (vì cùng vuông góc với AC) nên $\begin{cases} NKB = KNF & (2) \\ MKB = MFN & (3) \end{cases}$	0,5
	Từ (1), (2), (3) suy ra $MFN = KNF \Leftrightarrow KFN = KNF$ . Vậy $\Delta KNF$ cân tại K.	0,25
	* Ta có $AKB = 90^\circ \Rightarrow BKC = 90^\circ \Rightarrow \Delta KEC$ vuông tại K Theo giả thiết ta lại có $KE = KC$ nên tam giác KEC vuông cân tại K $BEH = KEC = 45^\circ \Rightarrow OBK = 45^\circ$ Mặt khác vì $\Delta OBK$ cân tại O (do $OB = OK = R$ ) nên suy ra $\Delta OBK$ vuông cân tại O dẫn đến $OK // MN$ (cùng vuông góc với AB)	0,25 0,25
<u>3.</u> (1,0đ)	* Gọi P là giao điểm của tia KO với đường tròn thì ta có KP là đường kính	0,25

và KP // MN. Ta có tứ giác KPMN là hình thang cân nên KN = MP.

Xét tam giác KMP vuông ở M ta có:  $MP^2 + MK^2 = KP^2 \Leftrightarrow KN^2 + KM^2 = 4R^2$ .

0,25

### Câu 5 (1 điểm)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$\frac{x^2}{y+1} + \frac{y+1}{4} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{y+1} \cdot \frac{y+1}{4}} = 2 \cdot \frac{x}{2} = x \quad (1)$$

0,25đ

$$\text{Tương tự } \frac{y^2}{z+1} + \frac{z+1}{4} \geq y \quad (2) \quad , \quad \frac{z^2}{x+1} + \frac{x+1}{4} \geq z \quad (3)$$

0,25đ

Cộng từng vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được

$$\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} + \frac{x+1}{4} + \frac{y+1}{4} + \frac{z+1}{4} \geq x + y + z$$

0,25đ

$$\Rightarrow \frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3(x+y+z)-3}{4} \quad (4)$$

Mặt khác, cũng theo bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} = 3\sqrt[3]{1} = 3 \quad (5)$$

0,25đ

$$\text{Từ (4) và (5) suy ra } \frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3.3-3}{4} = \frac{3}{2}$$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = z = 1$ .

**Ghi chú:** Nếu học sinh giải theo cách khác đúng thì cho điểm tương đương.