ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2018-2019

<u>Bài 1</u> <u>*(2,0 điểm)*</u> Cho biểu thức $P=2017(\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{4x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{4(x-1)}{\sqrt{x}-1})$

1.Rút gọn P.

2.Cho $Q=\frac{2018\sqrt{x}}{P}$. Chứng minh rằng $0<Q<2$

<u>Bài 2</u> <u>*(2,0 điểm)*</u>

1.Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2=5\\3(x+y)+4xy+5=0\end{cases}$

2.Giải phương trình: $(x^2+3x+2)(x^2+7x+12)=24$

<u>Bài 3</u> <u>*(2,0 điểm)*</u>

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y=-x^2$ và đường thẳng (d) đi qua $I(0;-1)$ và có hệ số góc k.

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của k đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

2.Chứng minh OAB là tam giác vuông.

<u>Bài 4</u> <u>*(3,0 điểm)*</u>

Cho nửa đường tròn đường kính $AB=2R$ (R là số dương cho trước), gọi O là trung điểm của AB. Tiếp tuyến với đường tròn tại một điểm P thuộc nửa đường tròn (P không trùng với A, B) cắt hai tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn theo thứ tự tại các điểm M, N. Gọi K là giao điểm của OM với AP, H là giao điểm của ON và PB.

1.Chứng minh rằng AMPO là tứ giác nội tiếp và OHPK là hình chữ nhật.

2.Chứng minh: $AM.BN=R^2$. Xác định vị trí của P để $AM+BN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

3.Xác định vị trí của các điểm M trên Ax và N trên By để chu vi hình thang $AMNB$ bằng $7R$.

<u>Bài 5</u> <u>*(1,0 điểm)*</u>

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y=1$. Chứng minh rằng:

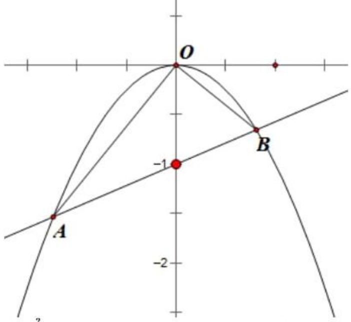
$A=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{2}{xy}+4xy\geq 11$.Đẳng thức xảy ra khi nào?

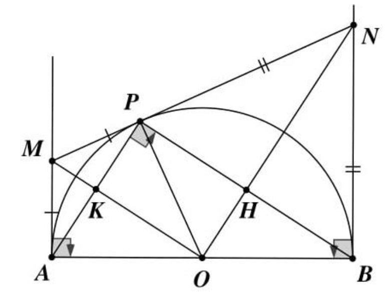
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2018-2019

Câu	ý	Đáp án
I *(2,0 điểm)*		***Cho biểu thức*** $P=\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{4x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{4(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ ***Rút gọn P.***
	1	Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1\end{cases}$
		Ta có $P=\dfrac{\sqrt{x}[(\sqrt{x})^3-1]}{x+\sqrt{x}+1}-(4\sqrt{x}+3)+\dfrac{4(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}$
		$=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1}-(4\sqrt{x}+3)+4(\sqrt{x}+1)=\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)+1$
		Vậy $P=x-\sqrt{x}+1$
	2	***Cho*** $Q=\dfrac{2018\sqrt{x}}{P}$ ***. Chứng minh rằng*** $0<Q<2018$
		Ta có $Q=\dfrac{2018\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}$ Vì $P=x-\sqrt{x}+1=(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}\geq\dfrac{3}{4}$ và $2\sqrt{x}>0$ nên $Q>0$
		Ta có $Q=\dfrac{2018}{\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1}$. Do $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x}.\dfrac{1}{\sqrt{x}}}=2$, dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=1$ không thỏa mãn điều kiện nên ta có $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}>2$. Suy ra $Q<2018$ Vậy $0<Q<2018$
II *(2,0 điểm)*		***Giải hệ phương trình:*** $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ 3(x+y)+4xy+5=0\end{cases}$
	1	Phương trình tương đương: $\begin{cases}(x+y)^2-2xy=5 \\ 3(x+y)+4xy+5=0\end{cases}$ Đặt $S=x+y,P=xy$. Ta được hệ: $\begin{cases}S^2-2P=5 \\ 3S+4P=-5\end{cases}$
	1	$\Leftrightarrow\begin{cases}2S^2+3S-5=0 \\ P=\dfrac{-5-3S}{4}\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}S=1 \\ P=-2\end{cases} \\ \begin{cases}S=-\dfrac{5}{2} \\ P=\dfrac{5}{8}\end{cases}\end{array}\right.$

	2	Với $\begin{cases} S=1 \\ P=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ xy=-2 \end{cases}$, khi đó x, y là các nghiệm của phương trình: $X^2 - X - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=-1 \\ X=2 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$
		Với $\begin{cases} S=-\dfrac{5}{2} \\ P=\dfrac{5}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=-\dfrac{5}{2} \\ xy=\dfrac{5}{8} \end{cases}$, khi đó x, y là các nghiệm của phương trình: $X^2 + \dfrac{5}{2}X + \dfrac{5}{8} = 0 \Leftrightarrow 8X^2 + 20X + 5 = 0 \Leftrightarrow X = \dfrac{-5 \pm \sqrt{15}}{4}$. Suy ra $\begin{cases} x=\dfrac{-5+\sqrt{15}}{4} \\ y=\dfrac{-5-\sqrt{15}}{4} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=\dfrac{-5-\sqrt{15}}{4} \\ y=\dfrac{-5+\sqrt{15}}{4} \end{cases}$
	2	***Giải phương trình:*** $(x^2+3x+2)(x^2+7x+12)=24$
		Phương trình tương đương với: $(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=24 \Leftrightarrow (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=24$
		Đặt $x^2+5x+5=t$, ta được phương trình $(t-1)(t+1)=24 \Leftrightarrow t^2-1=24 \Leftrightarrow t^2=25 \Leftrightarrow t=\pm 5$
		Với $t=5 \Rightarrow x^2+5x+5=5 \Leftrightarrow x^2+5x=0 \Leftrightarrow x(x+5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-5 \end{array}\right.$ Với $t=-5 \Rightarrow x^2+5x+5=-5 \Leftrightarrow x^2+5x+10=0$, phương trình vô nghiệm.
		Vậy phương trình đã cho có các nghiệm $x=0, x=-5$
III (2,0 *điểm*)	1	***Trong mặt phẳng tọa độ*** Oxy ***cho parabol (P) có phương trình*** $y=-x^2$ ***và đường thẳng (d) đi qua*** $I(0;-1)$ ***và có hệ số góc k.*** ***Chứng minh rằng với mọi giá trị của*** k ***đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt*** A, B.
		 Đường thẳng (d) có phương trình: $y=kx-1$
		Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $-x^2=kx-1 \Leftrightarrow x^2+kx-1=0$ (1)
		Vì phương trình (1) có $a.c<0$ nên (1) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu. Do đó, (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
	2	***Chứng minh*** OAB ***là tam giác vuông***.
		Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B. Khi đó, x_1, x_2 là các nghiệm của (1).

	1	Theo định lí Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -k \\ x_1.x_2 = -1 \end{cases}$
		Tọa độ các điểm A, B: $A(x_1; kx_1 - 1), B(x_2; kx_2 - 1)$ Ta có $OA^2 = x_1^2 + (kx_1 - 1)^2; OB^2 = x_2^2 + (kx_2 - 1)^2$ nên $OA^2 + OB^2 = x_1^2 + (kx_1 - 1)^2 + x_2^2 + (kx_2 - 1)^2 = (k^2+1)(x_1^2 + x_2^2) - 2k(x_1 + x_2) + 2$ $= (k^2+1)\left[(x_1+x_2)^2 - 2x_1.x_2\right] - 2k(x_1+x_2) + 2 = (k^2+1)\left[k^2+2\right] + 2k^2 + 2$ $= (k^2+1)(k^2+4)$ Ta có $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left[(kx_2 - 1) - (kx_1 - 1)\right]^2 = (x_2 - x_1)^2 + k^2(x_2 - x_1)^2$ $= (k^2+1)(x_2 - x_1)^2 = (k^2+1)\left[(x_2 + x_1)^2 - 4x_2x_1\right] = (k^2+1)(k^2+4)$
		Vì $AB^2 = OA^2 + OB^2$ nên tam giác OAB vuông tại O.
	Chú ý: học sinh có thể làm theo cách sau: Đường thẳng OA qua gốc O nên phương trình có dạng: $y = mx$. Vì điểm $A(x_1; -x_1^2)$ thuộc đường thẳng này nên ta có $-x_1^2 = m.x_1 \Rightarrow m = -x_1$ (vì $x_1.x_2 = -1$ nên $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$) Ta có phương trình đường thẳng OA: $y = -x_1x$ Tương tự, ta có phương trình đường thẳng OB: $y = -x_2x$ Tích hệ số góc của hai đường thẳng OA và OB là $(-x_1).(-x_2) = x_1.x_2 = -1$. Do vậy hai đường thẳng OA, OB vuông góc với nhau hay tam giác OAB vuông tại O.	
IV *(3,0 điểm)*	1	***Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ (R là số dương cho trước), gọi O là trung điểm của AB. Tiếp tuyến với đường tròn tại một điểm P thuộc nửa đường tròn (P không trùng với A, B) cắt hai tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn theo thứ tự tại các điểm M, N. Gọi K là giao điểm của OM với AP, H là giao điểm của ON và PB.*** ***Chứng minh rằng AMPO là tứ giác nội tiếp và OHPK là hình chữ nhật.***
		
		Vì MA, MP là các tiếp tuyến với nửa đường tròn nên $MA \perp AO, MP \perp PO$, suy ra tứ giác $AMPO$ nội tiếp đường tròn đường kính MO.
		Vì $MA = MP$ (tính chất 2 tiếp tuyến đi qua M) và $OP = OA = R$ nên suy ra MO là đường trung trực của AP $\Rightarrow AP \perp MO \Rightarrow OKP = 90^o$. Tương tự $OHP = 90^o$. Ta có $APB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Tứ giác $OHPK$ có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật.
	2	***Chứng minh: $AM.BN = R^2$. Xác định vị trí của P để $AM + BN$ đạt giá trị nhỏ nhất.***
		Vì $OHPK$ là hình chữ nhật nên $KOH = 90^o$. Ta có tam giác MON vuông tại O, OP là đường cao nên $PM.PN = OP^2 = R^2$ Nhưng $MP = MA, NP = NB$ nên ta suy ra $AM.BN = R^2$

		Theo BĐT CÔSI ta có $MA+NB\geq 2\sqrt{MA.NB}=2\sqrt{R^2}=2R$ (không đổi). Dấu "=" xảy ra khi $MA=NB$ nên tổng $MA+NB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2R$ khi $MA=NB$. Khi đó tứ giác $AMNB$ là hình chữ nhật. Mặt khác $OP\perp MN$ nên $OP\perp AB$ khi đó P là điểm chính giữa của nửa đường tròn.
	3	***Xác định vị trí của các điểm M trên Ax và N trên By để chu vi hình thang $AMNB$ bằng $7R$.***
		Ta có chu vi p của hình thang $AMNB$ bằng: $p=AM+MN+NB+BA=AM+MP+PN+NB+AB\Rightarrow p=2(AM+NB)+2R$ Theo chứng minh trên ta có $AM.BN=R^2$ và theo giả thiết $p=7R$ nên ta có hệ phương trình: $$\begin{cases}2(AM+NB)+2R=7R\\ AM.NB=R^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}AM+NB=\dfrac{5R}{2}\\ AM.NB=R^2\end{cases}$$
		Suy ra AM,BN là các nghiệm của phương trình $X^2-\dfrac{5R}{2}X+R^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}X=2R\\ X=\dfrac{1}{2}R\end{array}\right.$ Do vậy các điểm M, N thỏa mãn yêu cầu của bài toán được xác định bởi $\begin{cases}AM=2R\\ BN=\dfrac{R}{2}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}BN=2R\\ AM=\dfrac{R}{2}\end{cases}$
V (*1,0 điểm*)	***Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y=1$. Chứng minh rằng:*** $$A=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{2}{xy}+4xy\geq 11$$ ***Đẳng thức xảy ra khi nào?***	
		Trước hết ta có bất đẳng thức $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\geq\dfrac{4}{a+b}$ (*) với $\forall a,b>0$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$. Thật vậy, BĐT (*) $\Leftrightarrow\dfrac{a+b}{ab}\geq\dfrac{4}{a+b}\Leftrightarrow(a+b)^2\geq 4ab\Leftrightarrow(a-b)^2\geq 0$ (đúng). Dấu "=" của BĐT (*) xảy ra khi $a-b=0\Leftrightarrow a=b$
		Vì $x+y\geq 2\sqrt{xy}$, $x+y=1$ nên ta có $1\geq 4xy\Rightarrow\dfrac{1}{xy}\geq 4$ (**). Dấu "=" xảy ra khi $x=y=\dfrac{1}{2}$
		Ta có $A=\left(\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{2xy}\right)+\left(4xy+\dfrac{1}{4xy}\right)+\dfrac{5}{4xy}$ Áp dụng BĐT CÔSI, BĐT (*) và (**) ta được: $$A\geq\left(\frac{4}{x^2+y^2+2xy}\right)+2\sqrt{4xy.\frac{1}{4xy}}+\frac{5}{4}.4=\frac{4}{(x+y)^2}+7=4+7=11$$
		Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x^2+y^2=2xy\\ 4xy=\dfrac{1}{4xy}\\ xy=\dfrac{1}{4}\\ x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{2}$

________________________Hết________________________