

ĐỀ THI THỬ VÀO 10
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$
- 2) Tìm giá trị của x để $B = A + 1$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = B - A$

Bài II (2 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): y = -mx + m + 1$ và $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$

với m là tham số khác 0 .

- a) Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) luôn vuông góc với nhau với mọi giá trị của tham số $m \neq 0$.
- b) Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua . Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định.

Bài IV (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính ($A \neq B, A \neq C$). Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O, R).

- 1) Chứng minh rằng: $AB^2 = BH \cdot BC$
- 2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- 3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.
- 4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O). Khi A thay đổi trên đường tròn (O), tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP + OQ$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn: $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$ và $x + y + z = \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019**

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

1. Tính giá trị của A khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$.
2. Tìm giá trị của x để $B = A + 1$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = B - A$.

Lời giải.

Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(2x - 4\sqrt{x}) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 2)(2\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)} = 2\sqrt{x} + 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{(\sqrt{x^3} - \sqrt{x}) + (2x - 2)}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x}(x-1) + 2(x-1)}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 2)(x-1)}{(\sqrt{x} + 2)} = x - 1. \end{aligned}$$

1. Khi $x = 4 - 2\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$, thay vào A , ta được

$$A = 2\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + 1 = 2(\sqrt{3} - 1) + 1 = 2\sqrt{3} - 1.$$

Vậy $x = 4 - 2\sqrt{3}$ thì $A = 2\sqrt{3} - 1$.

2. $B = A + 1 \Leftrightarrow x - 1 = 2\sqrt{x} + 1 + 1$
 $\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow (x + \sqrt{x}) - (3\sqrt{x} + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 3(\sqrt{x} + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 = 0$ (Vì $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0, x \neq 4$ nên $\sqrt{x} + 1 > 0$)
 $\Leftrightarrow x = 9$.

Vậy $x = 9$ thì $B = A + 1$.

3. $C = B - A = (x - 1) - (2\sqrt{x} + 1) = x - 2\sqrt{x} - 2 = (x - 2\sqrt{x} + 1) - 3 = (\sqrt{x} - 1)^2 - 3$

Với $\forall x \geq 0; x \neq 4$ thì $(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$, nên $(\sqrt{x} - 1)^2 - 3 \geq -3$.

Dấu bằng xảy ra khi $(\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = B - A$ là -3 khi $x=1$.

Câu 2: (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

Lời giải.

Gọi x (giờ) là thời gian dự định đi lúc ban đầu. ($x > 0$)

Theo đề bài ta có phương trình sau:

$$35(x+2) = 50(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 = 50x - 50$$

$$\Leftrightarrow 15x = 120$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy thời gian dự định đi lúc ban đầu là 8 (giờ)

Quãng đường AB là $35(8+2) = 350$ (km)

Câu 3:

1, giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = a (a \geq 0) \\ \frac{y}{y-2} = b (b > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 2a+3b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = 2 \\ \frac{y}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

2, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d_1): (d_1): y = -mx + m + 1$ và

$(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$ với m là tham số khác 0.

a, Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) luôn vuông góc với mọi giá trị của tham số $m \neq 0$.

b, Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định

Lời giải.

a, Hệ số góc của đường thẳng (d_1) là $-m$ và hệ số góc của đường thẳng (d_2) là $\frac{1}{m}$.

Xét tích của các hệ số góc của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) :

$-m \cdot \frac{1}{m} = -1$ nên hai đường thẳng (d_1) và (d_2) vuông góc với nhau với mọi giá trị của m .

b, $(d_1): y = -mx + m + 1$ $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của (d_1) và (d_2)

$$y_0 - 1 = m(1 - x_0)$$

$$y_0 + 1 = \frac{1}{m}(x_0 - 5)$$

$$\Rightarrow (y_0 + 1)(y_0 - 1) = (1 - x_0)(x_0 - 5)$$

$$y_0^2 - 1 = -x_0^2 + 6x_0 - 4$$

$$(x_0 - 3)^2 + y_0^2 = 5$$

Giả sử $I(3; 0) \in$ mặt phẳng tọa độ

Ta có $IM = \sqrt{(x_0 - 3)^2 + y_0^2} = \sqrt{5}$ không đổi.

Vậy M thuộc đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{5}$

Câu 4: (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm O , bán kính R . Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính ($A \neq B, A \neq C$). Vẽ AH vuông góc với BC tại H . Gọi E, M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O, R) .

1) Chứng minh rằng: $AB^2 = BH \cdot BC$

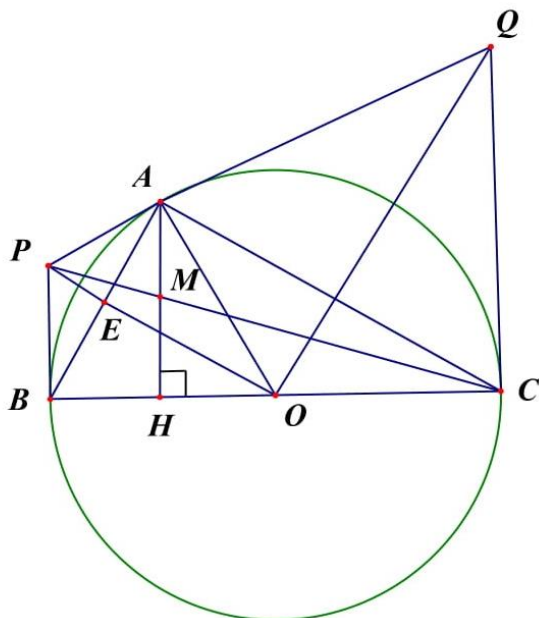
2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.

4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) .

Khi A thay đổi trên đường tròn (O) , tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP + OQ$.

Lời giải.



1) Chứng minh rằng: $AB^2 = BH \cdot BC$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$

2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Có E là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp OE \Rightarrow OE$ là đường trung trực của AB

$$\Rightarrow PA = PB \Rightarrow \Delta OPA = \Delta OPB (c-c-c) \Rightarrow \widehat{PAO} = \widehat{PBO} = 90^\circ \Rightarrow PB \perp AO$$

$\Rightarrow PB$ là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.

Giả sử PC cắt AH tại N

$$\text{Ta chứng minh được } \frac{PE}{PO} = \frac{BH}{BC} \text{ mà } \frac{BH}{BC} = \frac{CN}{CP}$$

$$\Rightarrow \frac{PE}{PO} = \frac{CN}{CP} \Rightarrow \Delta PNE \sim \Delta PCO (c-g-c)$$

$$\Rightarrow \widehat{PNE} = \widehat{PCO} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong } \Rightarrow NE \parallel OC \Rightarrow NE \parallel BH$$

Lại có E là trung điểm của $AB \Rightarrow N$ là trung điểm $AH \Rightarrow N \equiv M$

Vậy P, M, C thẳng hàng.

4) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP + OQ$.

Theo bất đẳng thức cô si ta có

$$OP + OQ \geq 2\sqrt{OP \cdot OQ}$$

$$\text{Mà } OP \cdot OQ = OA \cdot PQ = PQ \cdot R$$

$\Rightarrow OP \cdot OQ$ đạt giá trị nhỏ nhất khi PQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow PQ$ là khoảng cách giữa hai đường BP và CQ

$\Rightarrow PQ \parallel BC \Rightarrow A$ là điểm chính giữa đường tròn.

Câu 5: (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$ và $x + y + z = \frac{3}{2}$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$

Lời giải.

Tìm giá trị lớn nhất

Ta có $0 \leq x, y, z \leq 1$. Do vai trò x, y, z như nhau nên giả sử $x \geq y \geq z$. Khi đó $1 \geq x \geq \frac{1}{2}$

Ta có

$$y + z = \frac{3}{2} - x \Rightarrow y^2 + z^2 + 2yz = \frac{9}{4} - 3x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 - 2yz \leq \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 = \frac{5}{4} + (x-1)(2x-1) \leq \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } P \leq \frac{5}{4}$$

Vậy $\text{Max } P = \frac{5}{4}$ khi $(x, y, z) = \left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ và các hoán vị x, y, z

Tìm giá trị nhỏ nhất

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương, ta có $x^2 + \frac{1}{4} \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{4}} = x$

Tương tự $y^2 + \frac{1}{4} \geq y$; $z^2 + \frac{1}{4} \geq z$

Cộng theo vế các bất đẳng thức ta có $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{3}{4} \geq x + y + z = \frac{3}{2}$

Hay $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{3}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{2}$.

Vậy Min $P = \frac{3}{2}$ khi $x = y = z = \frac{1}{2}$.