

**ĐỀ THI THỬ VÀO 10 THPT  
MÔN TOÁN  
NĂM HỌC 2018-2019**

**Bài I.** (2,0 điểm) Cho biểu thức  $A = \left[ \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \right] \cdot \frac{x-3\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1}$

(Với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$ )

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ .
3. Tính giá trị lớn nhất của A.

**Bài II.** (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong khoảng thời gian nhất định. Biết rằng, nếu vận tốc giảm đi  $10\text{km/h}$  thì ô tô đến B chậm hơn 96 phút so với dự định. Nếu vận tốc tăng thêm  $20\text{km/h}$  thì ô tô đến sớm hơn dự định 2 giờ. Tính độ dài quãng đường AB.

**Bài III.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \sqrt{y+1} = 0 \\ \frac{3}{x-1} - 2\sqrt{y+1} = -7 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (P)  $y = x^2$  và (d)  $y = 2(m-1)x - m^2 + 3m$ 
  - a. Với  $m=3$ , tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).
  - b. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng  $\frac{7}{4}$ .

**Bài IV.** (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho  $AI = \frac{2}{3}AO$ . Kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại I, gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

- 1) Chứng minh 4 điểm I, E, C, B cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh hai tam giác AME và ACM đồng dạng.
- 3) Chứng minh  $AE.AC - AI.IB = AI^2$
- 4) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất?

**Bài V.** (0,5 điểm) Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b}$$

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10 THPT  
MÔN TOÁN  
NĂM HỌC 2018-2019**

## Hướng dẫn giải

**Bài I.** (2,0 điểm) Cho biểu thức  $A = \left[ \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \right] \cdot \frac{x-3\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1}$  (Với

$x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$ )

4. Rút gọn biểu thức A.
5. Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ .
6. Tính giá trị lớn nhất của A.

### Hướng dẫn giải

1. Với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$  Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left[ \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x})^3+1} \\ &= \left[ \frac{(2\sqrt{x}-9) - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x})^3+1} \\ &= \left[ \frac{2\sqrt{x}-x+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x})^3+1} \\ &= \left[ \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x})^3+1} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$

2. Ta có:

$$3+2\sqrt{2} = 1+2\sqrt{2}+2 = (1+\sqrt{2})^2$$

$$11-6\sqrt{2} = 9-2.3.\sqrt{2}+2 = (3-\sqrt{2})^2$$

$$x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} + 12 = 1+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}+12 = 4+12 = 16$$

$$\text{Nên } A = \frac{\sqrt{16}}{16-\sqrt{16}+1} = \frac{4}{13}.$$

3. Khi  $x = 0$  ta có  $A = 0.$

Khi  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$  ta có:  $A = \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có:

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow A \leq 1$$

Dấu "=" xảy ra khi  $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 1(TM)$ .

Vậy  $\max A = 1$  khi  $x = 1$ .

**Bài II.** (2,0 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong khoảng thời gian nhất định. Biết rằng, nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì ô tô đến B chậm hơn 96 phút so với dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì ô tô đến sớm hơn dự định 2 giờ. Tính độ dài quãng đường AB.

**Hướng dẫn giải**

$$96 \text{ phút} = \frac{8}{5} \text{ (h)}$$

Gọi thời gian dự định đi từ A đến B là  $x$  ( $x > 2$ ) (h)

Gọi vận tốc dự định là  $y$  ( $y > 10$ ) (km/h)

Quãng đường AB là  $xy$

Vận tốc giảm đi 10 km/h là  $y - 10$  (km/h)

Thì ô tô đến B chậm hơn 96 phút nên thời gian đi là  $x + \frac{8}{5}$  (h)

Vận tốc tăng thêm 20km/h là  $y + 20$  (km/h)

Thì ô tô đến B nhanh hơn dự định 2 h nên thời gian đi là  $x - 2$  (h)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (y-10)\left(x+\frac{8}{5}\right) = xy \\ (y+20)(x-2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x + \frac{8}{5}y = 16 \\ 20x - 2y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 60 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy độ dài quãng đường AB là 480km

**Bài III.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \sqrt{y+1} = 0 \\ \frac{3}{x-1} - 2\sqrt{y+1} = -7 \end{cases}$$

**Hướng dẫn giải**

ĐK:  $x \neq 1; y \geq -1$

Đặt  $a = \frac{1}{x-1} (a \neq 0); b = \sqrt{y+1} (b \geq 0)$

Hệ đã cho  $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ 3a-2b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=0 \\ 3a-2b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=-7 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} (TM)$

Với  $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} = -1 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -1 \\ y+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases} (TM)$

Vậy hệ đã cho có nghiệm  $(0;3)$ .

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho  $(P)y = x^2$  và  $(d)y = 2(m-1)x - m^2 + 3m$

c. Với  $m=3$ , tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ .

d. Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng  $\frac{7}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Xét phương trình hoành độ của  $(P)$  và  $(d)$  ta có:

$$x^2 = 2(m-1)x - m^2 + 3m \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0 (*)$$

a. Với  $m=3$  phương trình  $(*)$  có dạng  $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=4 \Rightarrow y=16 \end{cases}$

Vậy  $m=3$  thì  $(d)$  cắt  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt  $A(0,0); B(4,16)$

b. Để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt có hoành độ là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích bằng  $\frac{7}{4}$  khi phương trình  $(*)$  có 2 nghiệm dương phân biệt  $0 < x_1 < x_2$  thỏa mãn  $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{4}$

Phương trình  $(*)$  có 2 nghiệm dương phân biệt khi 
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [-(m-1)^2] - (m^2 - 3m) > 0 \\ 2(m-1) > 0 \\ m^2 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m > 1 \\ m(m-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3 \quad (1)$$

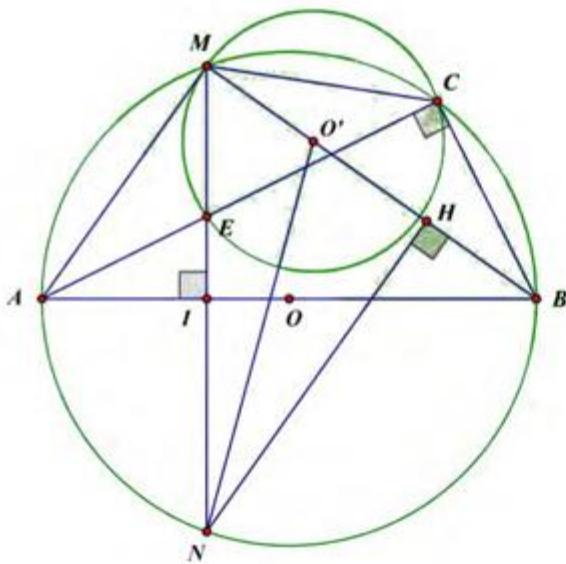
$$x_1, x_2 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m^2 - 3m = \frac{7}{4} \Leftrightarrow 4m^2 - 12m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{2} \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (1) thì  $m = \frac{7}{2}$  là giá trị cần tìm.

**Bài IV.** (3,5 điểm) Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  cố định, điểm  $I$  nằm giữa  $A$  và  $O$  sao cho  $AI = \frac{2}{3}AO$ . Kẻ dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$ , gọi  $C$  là điểm tùy ý thuộc cung lớn  $MN$  sao cho  $C$  không trùng với  $M, N$  và  $B$ . Nối  $AC$  cắt  $MN$  tại  $E$ .

- 1) Chứng minh 4 điểm  $I, E, C, B$  cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh hai tam giác  $AME$  và  $ACM$  đồng dạng.
- 3) Chứng minh  $AE.AC - AI.IB = AI^2$
- 4) Hãy xác định vị trí của điểm  $C$  sao cho khoảng cách từ  $N$  đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CME$  là nhỏ nhất?

**Hướng dẫn giải**



1) Ta có  $\widehat{EIB} = \widehat{ECB} = 90^\circ$

Nên tứ giác  $EIBC$  là tứ giác nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có tổng 2 góc đối bằng  $180^\circ$  là tứ giác nội tiếp”)

2) Vì  $MN \perp AB$  và  $AB$  là đường kính của  $(O)$  nên  $A$  là điểm chính giữa của cung  $MN$  nhỏ hay  $\widehat{AM} = \widehat{AN}$

Suy ra  $\widehat{AME} = \widehat{MCA}$  (vì hai góc nội tiếp của  $(O)$  chắn hai cung bằng nhau).

Do đó  $\triangle AME \sim \triangle ACM$  (g – g) (1)

3) Từ (1) suy ra  $\frac{AE}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AM^2$  (2)

Tam giác  $AMB$  vuông tại  $M$ , có  $MI$  là đường cao nên  $AI \cdot IB = MI^2$  (3)

Từ (2) và (3) suy ra  $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AM^2 - MI^2 = AI^2$

4) Gọi  $O'$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CME$ .

Theo ý 2) ta có  $\widehat{AME} = \widehat{MCE}$

Mà  $sđ \widehat{MCE} = sđ \frac{\widehat{ME}}{2}$  ( $\widehat{ME}$  là cung trên  $(O')$ ). Do đó  $sđ \widehat{AME} = sđ \frac{\widehat{ME}}{2}$

Suy ra  $AM$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O')$  (theo định lý đảo về góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung).

Mà  $MA \perp MB$  nên  $O' \in MB$

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $N$  lên  $MB$

Ta có  $NO' \geq NH$  nên  $NO'$  nhỏ nhất khi  $O' \equiv H$

Khi đó  $C$  là giao điểm thứ hai của hai đường tròn  $(O)$  và  $(H; HM)$ .

**Bài V.** (0,5 điểm) Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b}$$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $P = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \Rightarrow P^2 = \frac{a^2b^2}{c^2} + \frac{b^2c^2}{a^2} + \frac{c^2a^2}{b^2} + 2(a^2 + b^2 + c^2)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si với các số dương ta có:

$$\frac{a^2b^2}{c^2} + \frac{b^2c^2}{a^2} \geq 2b^2$$

$$\frac{b^2c^2}{a^2} + \frac{c^2a^2}{b^2} \geq 2c^2$$

$$\frac{a^2b^2}{c^2} + \frac{c^2a^2}{b^2} \geq 2a^2$$

Cộng các bất đẳng thức theo vế ta có:

$$P^2 \geq 4(a^2 + b^2 + c^2) \Leftrightarrow P^2 \geq 4 \Rightarrow P \geq 2$$

Vậy  $P_{\min} = 2$  khi  $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$